

Решение экспериментальной задачи. 9 класс

1. Укажите положение центра масс для следующих тел (2 балла):

- (а) Считаем, что гантель однородна, т. е. внутри нее нет никаких полостей или наоборот включений. Тогда центр масс совпадет с центром симметрии. Проведем на рисунке две оси симметрии, точка их пересечения - искомое положение центра масс.
- (б) Простой одномерный случай. Через центры книг проведем вертикальную ось с началом отсчета на поверхности стола. Введя высоту учебника $2a$, найдем положение центра масс по определению

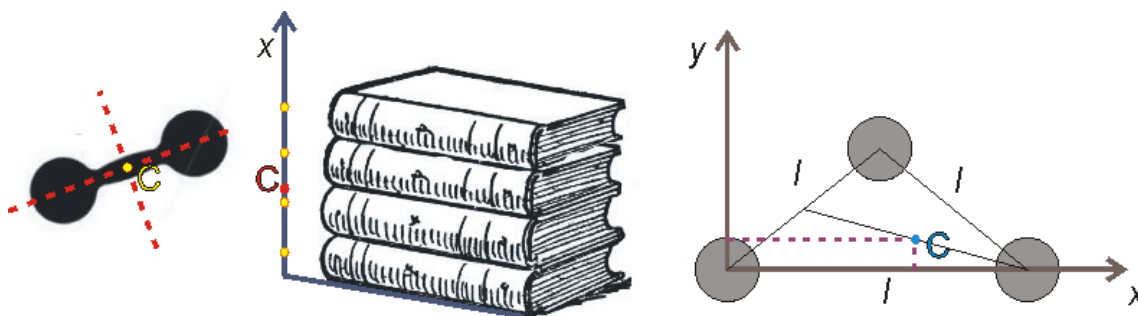
$$r_C = \frac{\sum_{i=1}^4 m_i r_i}{\sum_{i=1}^4 m_i} = \frac{(a * 3 + 3a * 1 + 5a * 2 + 7a * 1)m}{(3 + 1 + 2 + 1)m} = \frac{23}{7}a \approx 3,3a.$$

- (с) Введём систему координат с началом в центре одного из шариков и запишем выражение для компонент радиус-вектора r_C . Например,

$$x_C = \frac{0 * m + l/2 * m + l * 2m}{4m} = \frac{5/2lm}{4m} = \frac{5}{8}l$$

$$y_C = \frac{0 * m + l\sqrt{3}/2 * m + 0 * 2m}{4m} = \frac{\sqrt{3}}{8}l$$

Также положение центра масс можно определить из соображений симметрии: проведём прямую через середину отрезка, соединяющего грузы равной массы, и центр груза $2m$. Центр масс лежит на середине получившегося отрезка.



2. (Упражнение на свойство аддитивности момента инерции, 1 балл) Из определения момента инерции видно, что он обладает свойством аддитивности. Тогда, если массы цилиндра и шара равны,

$$I = MR^2 + \frac{2}{5}MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$$

Допускаются другие варианты решения, в которых считается, что присутствуют дно и крышка цилиндра.

3. 1 балл Таким образом минимизируются посторонние возмущения при движении установки. Один из наиболее распространенных случаев - появление вертикальной составляющей колебаний, когда нижняя платформа "качается".
4. Сборка рабочей установки - 2 балла. Снятие зависимости периода колебаний от положения стержня, усреднение результата, построение графика (из Приложения знаем, что зависимость имеет квадратичный вид) - 1 балл. Определение положения центра масс по графику с обоснованием, теоретический расчёт, сравнение экспериментальных и теоретических результатов - 1 балл.

Во время любых измерений обязательно усреднение, и если количество опытов не было равным хотя бы пяти, задание не засчитывалось. Для уменьшения ошибки так же имеет смысл измерять время не одного колебания, а нескольких периодов.

Совершенно необходимым элементом экспериментальной задачи является таблица значений, подтверждающая проведенные измерения.

Построение графика на одном лишь теоретическом предположении недопустимо - в некоторых случаях требуется проведение дополнительных измерений, чтобы уточнить форму зависимости, а построение всего по трём-пяти точкам необъективно.

Для сравнения результата с теорией, необходимо и достаточно было рассчитать положение центра масс получившейся системы аналогично задаче 1.

5. Снятие зависимости периода колебаний от положения стержня, усреднение результата, построение графика - **1 балл**. Определение положения центра масс по графику, теоретический расчёт, сравнение экспериментальных и теоретических результатов - **1 балл**.

Решение экспериментальной задачи. 10 класс

1. (Упражнение на свойство аддитивности момента инерции, 1 балл) Из определения момента инерции видно, что он обладает свойством аддитивности. Тогда, если массы цилиндра и шара равны,

$$I = MR^2 + \frac{2}{5}MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$$

Допускаются другие варианты решения, в которых считается, что присутствуют дно и крышка цилиндра.

В теоретических вопросах бездоказательный ответ не принимался. В некоторых решениях, напротив, были представлены излишне подробные выкладки, не относящиеся к задаче и выходящие за рамки программы, но за это баллы не снимались.

2. 2 балла Запишем соответствующие моменты инерции сплошного и полого цилиндров:

$$I_1 = \frac{MR^2}{2}, I_2 = MR^2.$$

$I_1 < I_2$, значит, его угловое ускорение будет больше. Получаем ответ: сплошной цилиндр скатится быстрее.

Распространённый способ решения, в котором рассматривалось только линейное ускорение (скорость), в данной ситуации неприменим - цилиндры именно скатываются с горки, а не съезжают.

3. 1 балл Таким образом минимизируются посторонние возмущения при движении установки. Один из наиболее распространенных случаев - появление вертикальной составляющей колебаний, когда нижняя платформа "качается".
4. 1 балл - сборка установки. Измерение параметров установки, расчёт k - 1 балл, оценка погрешностей - 1 балл.

Здесь и далее требуется указание единиц измерения величин. Также следует обратить внимание на простоту восприятия данных - например, десятичные дроби с длинными нулевыми частями при описании моментов инерции затрудняют оценку и уместнее использовать г вместо кг. В расчёте погрешности ключевым параметром была как раз константа k, тогда как оценка приборной ошибки при измерении линейкой - достаточно тривиальная задача. За неточности при изготовлении установки баллы не снимались.

5. 1 балл Во время любых измерений обязательно усреднение, и если количество опытов не было равным хотя бы пяти, задание не засчитывалось. Для уменьшения ошибки так же имеет смысл измерять время не одного колебания, а нескольких периодов.

Совершенно необходимым элементом экспериментальной задачи является таблица значений, подтверждающая проведенные измерения.

Предпринятые самовольные попытки оценить погрешность часто заканчивались плачевно. Основная ошибка заключалась в рассмотрении расходимости величины с ее теоретически (и не обязательно верно) рассчитанным значением. Отдельный же интерес, в силу независимости от теоретической базы эксперимента, представляют случайные (среднеквадратичное отклонение при усреднении) и приборные (для k) оценки.

6. 1 балл

7. Изготовление кольца и проведение измерений для него, сравнение полученных результатов - 1 балл.

Здесь, ввиду трудности изготовления кольца заданной массы, возможно использование тонкостенного цилиндра.

Решение экспериментальной задачи. 11 класс

1. **2 балла** Запишем тензор инерции для цилиндра и шара в общем виде, оси главные:

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{5}M_1R_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}M_1R_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}M_1R_1^2 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} \frac{1}{4}M_2R_2^2 + \frac{1}{12}M_2H^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}M_2R_2^2 + \frac{1}{12}M_2H^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}M_2R_2^2 \end{pmatrix}$$

Особенность тензора инерции шара - все его осевые моменты совпадают. Значит, достаточно потребовать, чтобы это условие выполнялось для тензора цилиндра, что достигается при $H = \sqrt{3}R$.

В теоретических вопросах бездоказательный ответ не принимался. В некоторых решениях, напротив, были представлены излишне подробные выкладки, не относящиеся к задаче и выходящие за рамки программы, но за это баллы не снимались.

2. **1 балл** Запишем соответствующие моменты инерции сплошного и полого цилиндров:

$$I_1 = \frac{MR^2}{2}, I_2 = MR^2.$$

$I_1 < I_2$, значит, его угловое ускорение будет больше. Получаем ответ: сплошной цилиндр скатится быстрее.

Распространённый способ решения, в котором рассматривалось только линейное ускорение (скорость), в данной ситуации неприменим - цилиндры именно скатываются с горки, а не съезжают.

3. **1 балл** - сборка установки. Измерение параметров установки, расчёт k - **1 балл**, оценка погрешностей - **1 балл**.

Здесь и далее требуется указание единиц измерения величин. Также следует обратить внимание на простоту восприятия данных - например, десятичные дроби с длинными нулевыми частями при описании моментов инерции затрудняют оценку и уместнее использовать г вместо кг. В расчёте погрешности ключевым параметром была как раз константа k , тогда как оценка приборной ошибки при измерении линейкой - достаточно тривиальная задача. За неточности при изготовлении установки баллы не снимались.

4. **1 балл**

Во время любых измерений обязательно усреднение, и если количество опытов не было равным хотя бы пяти, задание не засчитывалось. Для уменьшения ошибки так же имеет смысл измерять время не одного колебания, а нескольких периодов.

Совершенно необходимым элементом экспериментальной задачи является таблица значений, подтверждающая проведенные измерения.

Предпринятые самовольные попытки оценить погрешность часто заканчивались плачевно. Основная ошибка заключалась в рассмотрении расходимости величины с ее теоретически (и не обязательно верно) рассчитанным значением. Отдельный же интерес, в силу независимости от теоретической базы эксперимента, представляют случайные (среднеквадратичное отклонение при усреднении) и приборные (для k) оценки.

5. **1 балл** Признаки главных осей приведены в Приложении.

Особые трудности вызвал поиск главных осей для тел вращения, таких как цилиндр. На самом деле у таких объектов не одна ось инерции, просто оставшиеся две оси могут быть выбраны неоднозначно - это любые два перпендикулярных направления в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

6. **2 балла**