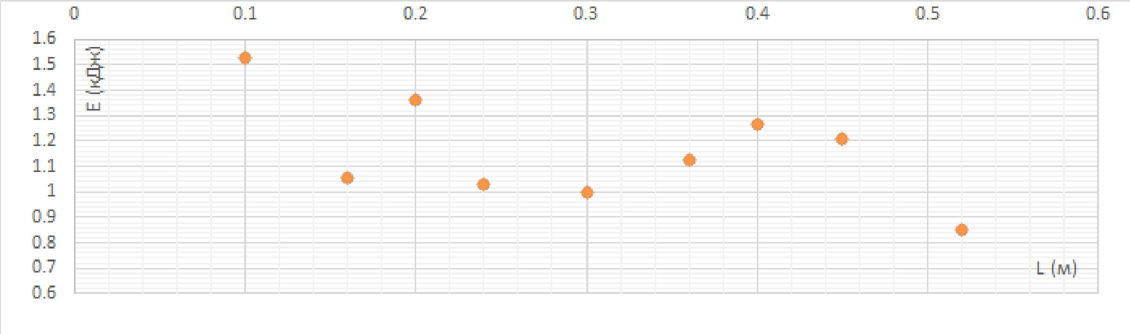
Решение. Анализ данных. 9 класс

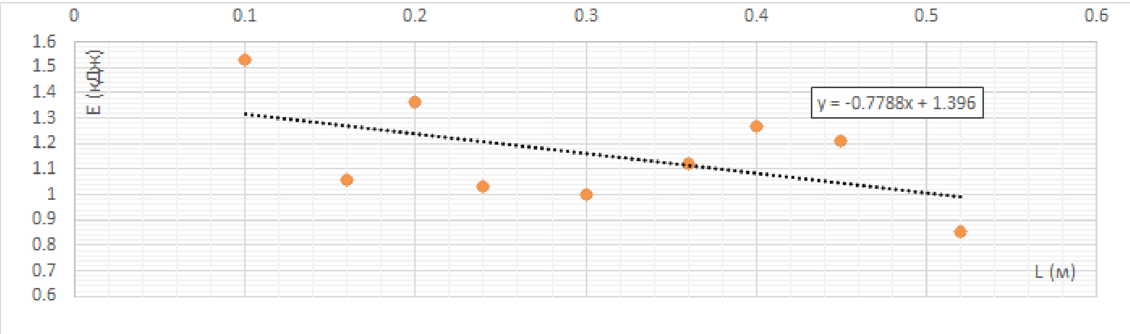
Пункт 1

Возведём значения второго столбца в квадрат и домножим на $m/2$. Построим график.



Пункт 2

Применим линейный МНК к данному набору точек.



Оценим квадрат начальной скорости

$$v_0^2 = \frac{2}{m}E(0) = \frac{2}{0.003}1400 = 933333\ (\text{м/с})^2 \qquad v_0 = 960\ \text{м/с}\,.$$

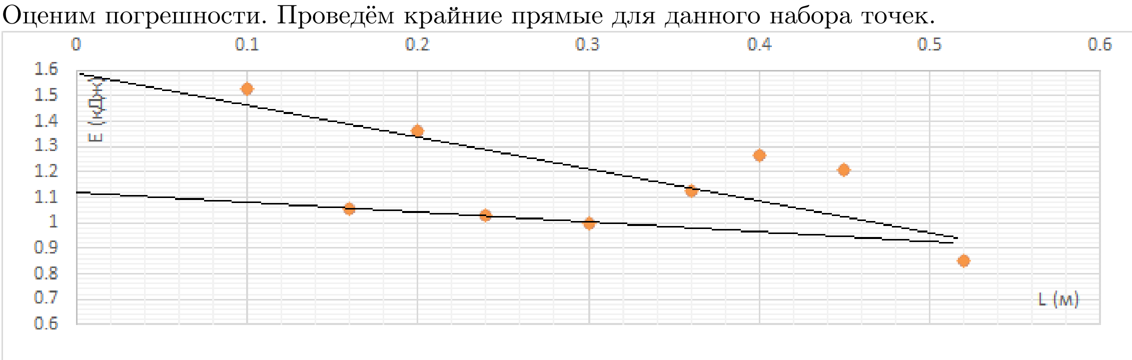
Пункт 3

Нас интересует свободный член в уравнении прямой. Именно он говорит, сколько энергии было у пули в начале дула.

$$\eta = \frac{1.4}{2.3} = 0.6\,.$$

Пункт 4

Оценим погрешности. Проведём крайние прямые для данного набора точек.



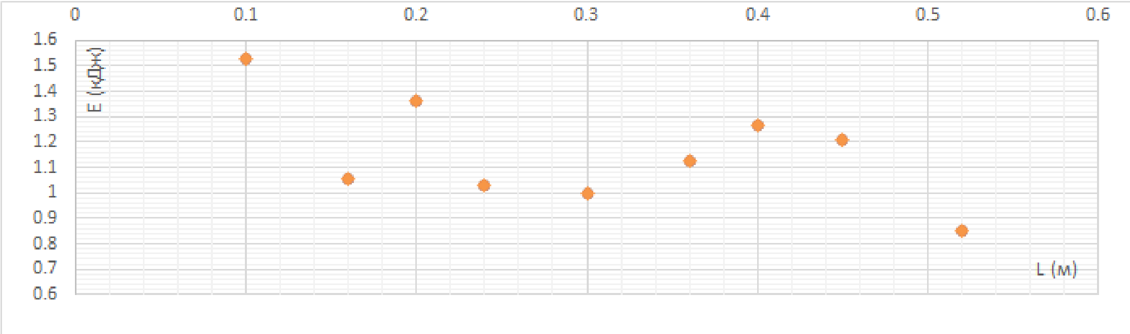
Видно, что свободный член лежит между 1.1 и 1.6. Значит, можно положить абсолютную погрешность равной 0.3. Следовательно, погрешность КПД

$$\eta = \frac{1.4 \pm 0.3}{2.3} = 0.6 \pm 0.13 \qquad .$$

Решение. Анализ данных. 10 класс

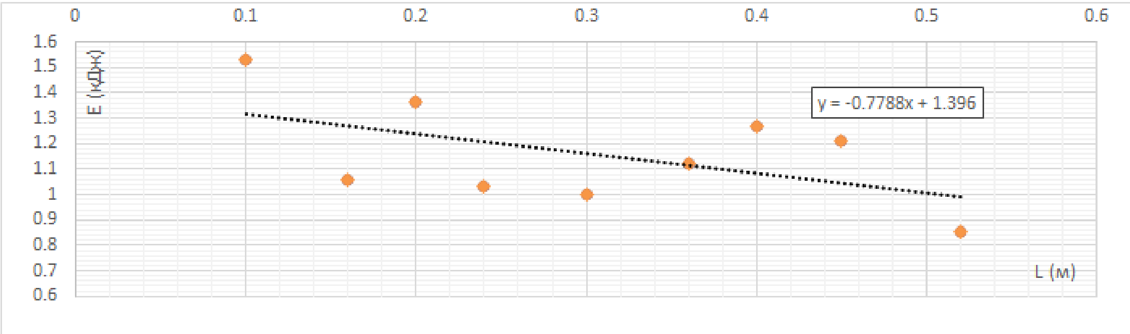
Пункт 1

Возведём значения второго столбца в квадрат и домножим на $m/2$. Построим график.



Пункт 2

Применим линейный МНК к данному набору точек.



Оценим квадрат начальной скорости и F_0, исходя из того, что F_0 – это коэффицент наклона прямой (это следует из ЗСЭ).

$$v_0^2 = \frac{2}{m}E(0) = \frac{2}{0.003}1400 = 933333 \text{ (м/с)}^2 \qquad v_0 = 960 \text{ м/с} \qquad F_0 = 780 \text{ Дж}.$$

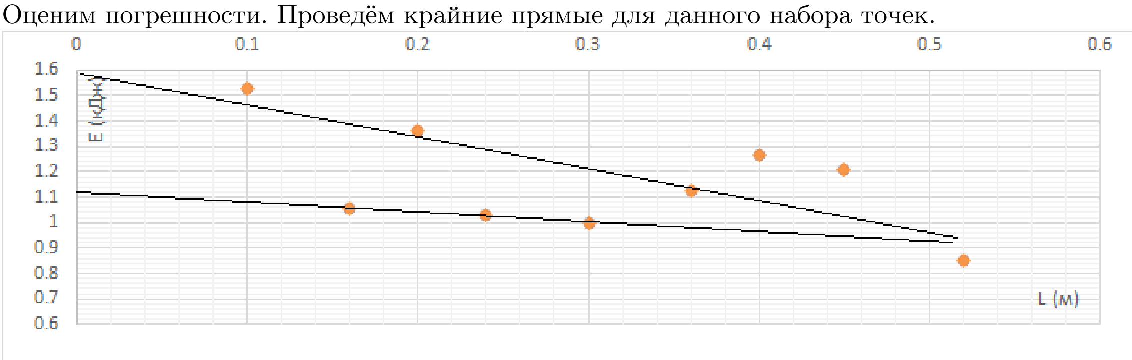
Пункт 3

Нас интересует свободный член в уравнении прямой. Именно он указывает, какой энергией обладала пуля, находясь в начале дула.

$$\eta = \frac{1.4}{2.3} = 0.6\,.$$

Пункт 4

Оценим погрешности. Проведём крайние прямые для данного набора точек.



Видно, что свободный член лежит между 1.1 и 1.6. Значит, можно положить абсолютную погрешность равной 0.3. Посчитаем коэффициенты наклона предельных прямых. Они равны $k_1 = 1.2$ и $k_2 = 0.4$. Значит, погрешности КПД и силы трения равны соответственно

$$\eta = \frac{1.4 \pm 0.3}{2.3} = 0.6 \pm 0.13 \qquad F_0 = 0.8 \pm 0.4 \text{ Н}\,.$$

Задача анализа данных. 11 класс. Решение

Пункт 1

Воспользуемся уравнением идеального газа

$$PV = \nu RT.$$

Подставим его в уравнение адиабаты

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Пункт 2

$$T(V-\nu b)^{\gamma-1} = \text{const}.$$

a — константа описывающая притяжение между молекулами.
b — объём занимаемый 1 молем молекул.
Тогда смысл формулы становится ясен: $V-\nu b$ – свободное пространство, для которого работают законы идеального газа.

Пункт 3

$$C_V = \frac{i}{2}R\nu.$$

$$C_P - C_V = \frac{\nu R}{1-\frac{2a}{RTV}\left(1-\frac{\nu b}{V}\right)^2}.$$

Пункт 4

Естественно принебречь a, т.к. взаимодействие близко к дипольному, а аргон атомный газ, значит поляризуется слабо.

Пункт 5

Пренебрежём a в разнице между C_P и C_V. Тогда

$$C_P - C_V = R.$$

Значит $\gamma = C_P/C_V = 5/3 = \text{const}$.
Перепишем ур-ие адиабаты с разложение по малому члену в знаменателе.

$$\frac{1}{(1+x)^\alpha} = (1+x)^{-\alpha}.$$

$$T = \frac{C}{V^{\gamma-1}}\left(1+(\gamma-1)\frac{\nu b}{V}\right),$$

Прологарифмируем T

$$\ln T \simeq \ln C + (1-\gamma)\ln V + (\gamma-1)\frac{V_0}{V}$$

$$\ln T \simeq \ln C - \frac{2}{3}\ln V + \frac{2}{3}\frac{V_0}{V}$$

Такая модель линейна по параметрам, значит МНК применим.
Будем делать руками – в своих программах я этой функции не нашёл.
Нам известна точная температура. Ещё мы можем вычислить температуру по объёму, исходя из последней формулы, и минимизируем квадрат их разности.

$$\Delta = \sum_i \left(\ln T_i - \ln C + \frac{2}{3}\ln V_i - \frac{2}{3}\frac{V_0}{V_i}\right)^2.$$

Имеем систему (заменим диффиренцирование по C на диффиренцирование по $\ln C$ т.к. это строго возрастающая функция C)

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \ln C} = 0, \qquad \frac{\partial \Delta}{\partial V_0} = 0\,.$$

-

$$-2\sum_i \left(\ln T_i - \ln C + \frac{2}{3}\ln V_i - \frac{2}{3}\frac{V_0}{V_i}\right) = 0, \qquad -\frac{4}{3}\sum_i \left(\ln T_i - \ln C + \frac{2}{3}\ln V_i - \frac{2}{3}\frac{V_0}{V_i}\right)\frac{1}{V_i} = 0.$$

Упростим

$$\sum_i \left(\ln T_i - \ln C + \frac{2}{3}\ln V_i - \frac{2}{3}\frac{V_0}{V_i}\right) = 0, \qquad \sum_i \left(\ln T_i - \ln C + \frac{2}{3}\ln V_i - \frac{2}{3}\frac{V_0}{V_i}\right)\frac{1}{V_i} = 0.$$

T_i, V_i нам известны, значит наша система – два линейных уравнения. Приведём их к красивому виду.

Для первого ур-ия имеем

$$\sum_i (\ln T_i + \frac{2}{3}\ln V_i) - N\ln C - V_0\sum_i \frac{2}{3}\frac{1}{V_i} = 0$$

введём

$$a_0 = \sum_i (\ln T_i + \frac{2}{3}\ln V_i) \qquad a_1 = -N \qquad a_2 = -\sum_i \frac{2}{3}\frac{1}{V_i}$$

Для второго аналогично

$$\sum_i (\ln T_i + \frac{2}{3}\ln V_i)\frac{1}{V_i} - \ln C\sum_i \frac{1}{V_i} - V_0\sum_i \frac{2}{3}\frac{1}{V_i^2} = 0$$

введём

$$b_0 = \sum_i (\ln T_i + \frac{2}{3}\ln V_i)\frac{1}{V_i} \qquad b_1 = -\sum_i \frac{1}{V_i} \qquad b_2 = -\sum_i \frac{2}{3}\frac{1}{V_i^2}$$

Запишем их в компактном виде

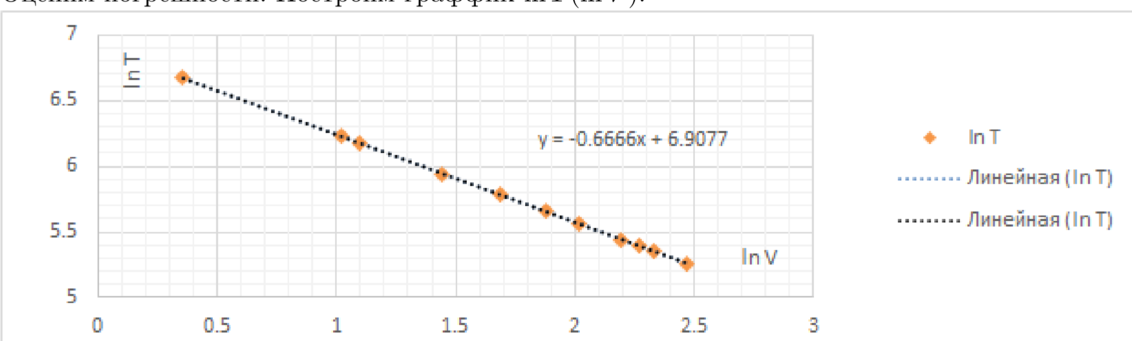
$$\begin{cases} a_0 + a_1 C + a_2 V_0 = 0 \\ b_0 + b_1 C + b_2 V_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = \dfrac{b_0 a_2 - a_0 b_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \\ \\ V_0 = \dfrac{b_0 a_1 - a_0 b_1}{a_2 b_1 - b_2 a_1} \end{cases}.$$

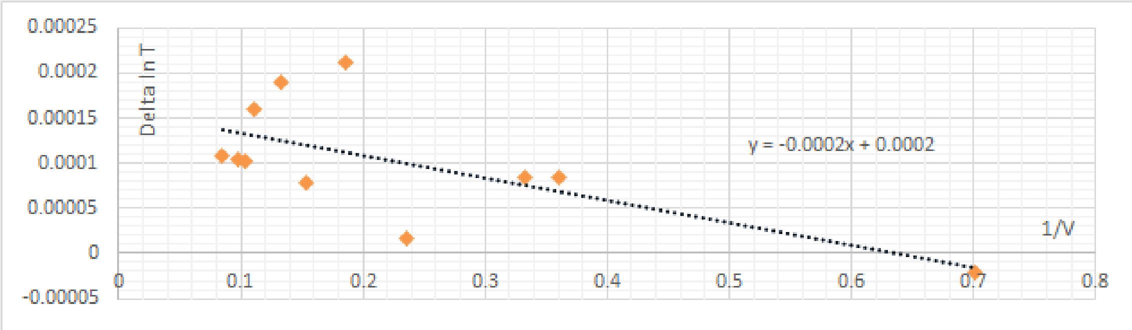
Вычисляем: $\ln C = 6.9,\ V_0 = -0.00025$ м^3.

Пункт 6

Оценим погрешности. Построим граффик $\ln T(\ln V)$.



Найдём разницу между измеренной без ошибки температурой и линейной аппроксимацией. Таким образом, оценим остаточный член, домножив эту разницу на 3/2.



Как видно из рисунка, $V_0 < 0$. В силу малости угла наклона его можно как увеличить до 0.0005, так и уменьшить до 0.0001. Т.е. ошибка порядка самой величины. В таких случаях нужно делать выводы об исходных данных. Они/он могут выглядеть, например, так.

Вывод: точность проведения эксперемента не позволяет установить исследуемые параметры, не нарушая общей физической картины. Возможно, модель газа Ван-дер-Ваальса работает не достаточно хорошо.