Олимпиада Phystech.International. 2019 г.
Предвыпускной класс

1. τ_1, τ_2 – времена пролёта камнем 1-й и 2-й половины пути.

$L = \frac{g\tau_1^2}{2}$ (1)

$2L = \frac{g(\tau_1+\tau_2)^2}{2}$ (2)

Из (1), (2): $g(\tau_1 + \tau_2)^2 = 2g\tau_1^2$

$$\tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 = 2\tau_1^2$$

$$\tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 - \tau_1^2 = 0$$

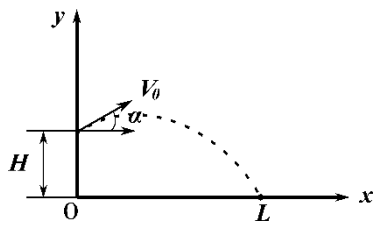
$$\tau_2 = \frac{-2\tau_1 + \sqrt{4\tau_1^2 + 4\tau_1^2}}{2} = -\tau_1 + \sqrt{2}\tau_1 = \left(\sqrt{2} - 1\right)\tau_1$$

2. $y(\tau) = H + V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0$

$g\tau^2 - 2V_0 \sin\alpha\, \tau - 2H = 0$

$$\tau = \frac{2V_0 \sin\alpha + \sqrt{4V_0^2 \sin^2\alpha + 8gH}}{2g}$$

$L = V_0 \cos\alpha \cdot \tau$



3. Пусть h – глубина водоёма, l – длина ребра куба.

$F = mg + [g\rho(h - l) + P_0]l^2$

4. m – масса воды в калориметре

m – масса льда в калориметре

$m_п$ – масса вводимого пара

$m_п r$ – энергия, выделившаяся при конденсации пара

$m\lambda$ – энергия, необходимая для плавления льда.

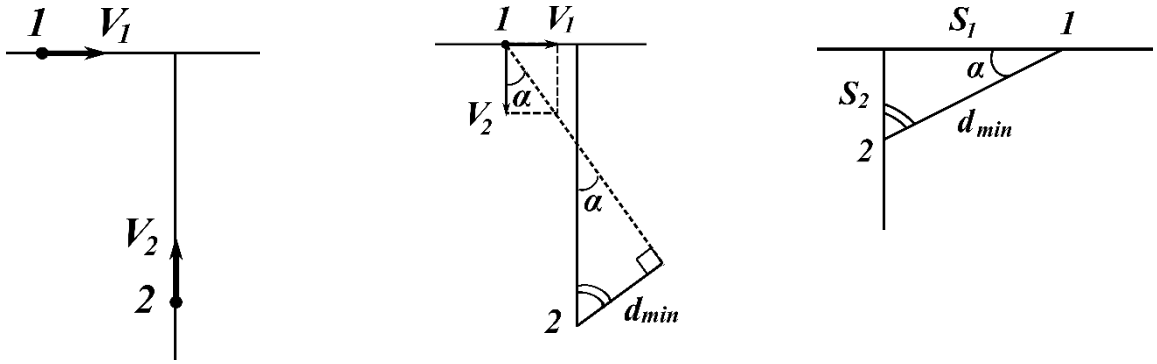
а) Если $m_п r + m_п \cdot c \cdot 100 < m\lambda$, то часть льда останется, и будет вода + лёд при 0^0С.

б) Если $m_п r + m_п \cdot c \cdot 100 > m\lambda$ и $m_п r < m\lambda + 2mc \cdot 100$, то уравнение теплового *баланса:* $m_п r + m_п c(100-t) = m\lambda + 2mct$

$$t = \frac{m_п(r + c \cdot 100) - m\lambda}{c(2m + m_п)}$$

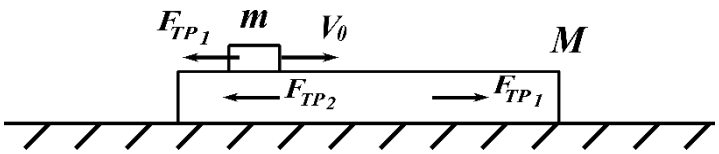
в) Если $m\lambda + 2m \cdot 100 < m_п r$ – будет вода + пар при 100^0С.

5. Неподвижная с.о. с.о. 2-го мотоциклиста неподвижная с.о.



$$\left.\begin{aligned} tg\alpha &= \frac{V_1}{V_2} \\ tg\alpha &= \frac{S_2}{S_1} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}; \qquad S_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot S_1$$

6.



$F_{TP1} = \mu_1 mg$; $F_{TP2} = \mu_2(m+M)g$

а) Доска движется, если $F_{TP1} > F_{TP2}$, т.е. $\mu_1 m > \mu_2(m+M)$, или

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1 + \frac{M}{m}$$

$$V_m = V_0 - \frac{F_{\text{TP1}}}{m} t = V_0 - \mu_1 g t$$

$$V_M = \frac{F_{\text{TP1}} - F_{\text{TP2}}}{M} t = \frac{\mu_1 mg - \mu_2(m+M)g}{M} t$$

$$V_m = V_M: \qquad V_0 - \mu_1 g t = \left[\frac{m}{M}\mu_1 - (1 + \frac{m}{M})\mu_2\right] gt$$

$$V_0 = \left[\left(1 + \frac{m}{M}\right)\mu_1 - \left(1 + \frac{m}{M}\right)\mu_2\right] gt \rightarrow t = \frac{MV_0}{(M+m)(\mu_1 - \mu_2)g}$$

б) Доска покоится, если $F_{TP1} < F_{TP2}$, т.е. $\mu_1 m < \mu_2(m+M)$, или

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1 + \frac{M}{m}$$

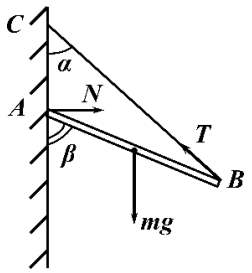
$$V_m = V_0 - \frac{F_{\text{TP1}}}{m} t = V_0 - \mu_1 g t$$

$V_m = 0$ при $t = \frac{V_0}{\mu_1 g}$.

7. l-длина стержня

Уравнение моментов относительно точки В:

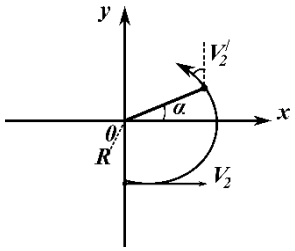
$$Nl\cos\beta = mg\frac{l}{2}\sin\beta \rightarrow N = \frac{mg}{2} tg\beta$$



8.

1) Если V_1 – минимальная скорость, а V_1'- скорость в верхней точке траектории, то

$$\frac{V_1'^2}{R} = g \qquad (1)$$



ЗСЭ: $\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_1'^2}{2} + 2mgR$

(2)

(1)→(2): $\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mgR}{2} + 2mgR \to R = \frac{V_1^2}{5g}$ (3)

2) $x = R\cos\alpha - V_2'\sin\alpha \cdot t = 0 \to t = \frac{R\cos\alpha}{V_2'\sin\alpha}$ (4)

$y = R\sin\alpha + V_2'\cos\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$ (5)

(4)→(5): $R\sin\alpha + V_2'\cos\alpha \cdot \frac{R\cos\alpha}{V_2'\sin\alpha} - \frac{g}{2}\frac{R^2\cos^2\alpha}{V_2'^2\sin^2\alpha} = 0$

$$\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{gR\cos^2\alpha}{2V_2'^2\sin^2\alpha}; \qquad V_2'^2 = \frac{gR\cos^2\alpha}{2\sin\alpha} \quad (6)$$

ЗСЭ: $\frac{mV_2^2}{2} = \frac{mV_2'^2}{2} + mgR(1+\sin\alpha) = \frac{mgR\cos^2\alpha}{4\sin\alpha} + mgR(1+\sin\alpha)$

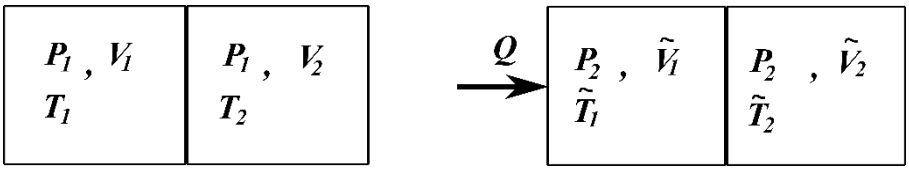
$V_2^2 = gR\left(\frac{1-\sin^2\alpha}{2\sin\alpha} + 2 + 2\sin\alpha\right) = gR\left(\frac{3\sin^2\alpha + 4\sin\alpha + 1}{2\sin\alpha}\right) = \frac{gR}{2}\left(3\sin\alpha + 4 + \frac{1}{\sin\alpha}\right) = \frac{gR}{2}f(\alpha)$ (7)

$f'(\alpha) = 0$: $\quad 3\cos\alpha - \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = 0 \to \sin^2\alpha = \frac{1}{3}$; $\cos^2\alpha = \frac{2}{3}$ (8)

(8)→(7): $\quad V_2^2 = \frac{gR}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{3}} + 4 + \sqrt{3}\right) = gR\left(\sqrt{3}+2\right)$ (9)

(3)→(9): $\quad V_2^2 = g\frac{V_1^2}{5g}\left(\sqrt{3}+2\right)$; $V_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{5}} \cdot V_1$

9.

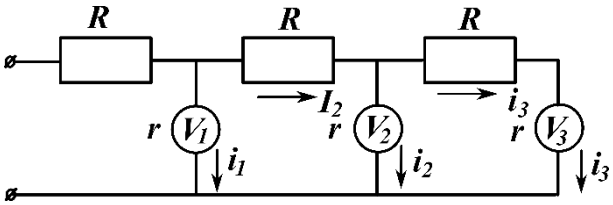


$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{3}{2}\nu_1 R\left(\tilde{T}_1 - T_1\right) + A \\ Q &= \frac{3}{2}\nu_2 R\left(\tilde{T}_2 - T_2\right) - A \end{aligned}\right\} \to Q = \frac{3}{2}\nu_1 R\tilde{T}_1 - \frac{3}{2}\nu_1 R T_1 + \frac{3}{2}\nu_2 R\tilde{T}_2 - \frac{3}{2}\nu_2 R T_2$$

$$= \frac{3}{2}\left(P_2\tilde{V}_1 - P_1V_1 + P_2\tilde{V}_2 - P_1V_2\right)$$

$Q = \frac{3}{2}P_2\left(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2\right) - \frac{3}{2}P_1(V_1 + V_2) = \frac{3}{2}V(P_2 - P_1) \to P_2 - P_1 = \frac{2Q}{3V}$

10.



r – сопротивление вольтметра

$$\left.\begin{aligned} I_2 &= i_2 + i_3 \\ i_1 r &= I_2 R + i_2 r \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad i_1 r = i_2 R + i_3 R + i_2 r$$

$$i_1 = i_2\left(1 + \frac{R}{r}\right) + i_3 \frac{R}{r} \qquad (1)$$

$$i_3(r + R) = i_2 r \rightarrow \frac{R}{r} = \frac{i_2}{i_3} - 1 \qquad (2)$$

(2)→(1): $i_1 = \frac{i_2^2}{i_3} + i_2 - i_3$; $i_2^2 + i_2 i_3 - i_3^2 - i_1 i_3 = 0$

Т.к. показания вольтметров пропорциональны токам, которые через них протекают, то:
$V_2^2 + V_3 V_2 - V_3^2 - V_1 V_3 = 0$

$$V_2 = \frac{-V_3 + \sqrt{V_3^2 + 4V_3^2 + 4V_1 V_3}}{2} = \frac{-V_3 + \sqrt{5V_3^2 + 4V_1 V_3}}{2}$$