

## Экспериментальная задача. 10 класс

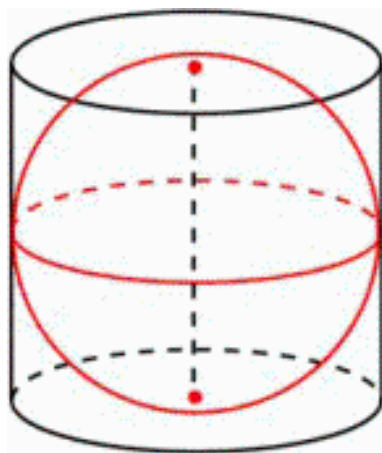
В ходе эксперимента вам предлагается исследовать инерционные свойства тела сложной формы с известным расположением центра масс (например, бруска, насаженных на крестовину грузиков и др.). Для определения момента инерции тела измеряется период его крутильных колебаний на трифилярном подвесе (см. Приложение).

**Цель эксперимента:** определить момент инерции произвольного тела, сравнить характеристики вращательного движения этого тела и диска с радиусом, равным радиусу инерции исследуемого тела.

**Дидактические цели:** отработать навык постановки эксперимента, получить начальные сведения по геометрии масс.

### Задание:

1. Каким моментом инерции обладает конструкция из пустотелого цилиндра и насаженного на его ось сплошного шара (высота цилиндра равна его диаметру, радиус цилиндра и радиус шара совпадают)? (0,5 балла)



2. По наклонной плоскости без начальной скорости запускают два цилиндра равной массы: сплошной и тонкостенный. Который из них быстрее достигнет основания? (1 балл)
3. Почему вызывать крутильные колебания следует поворотом верхней платформы, а не нижней? (0,5 балла)
4. Измерьте параметры установки и рассчитайте константу  $k$ . Оцените абсолютную и относительную погрешности. (2 балла)
5. Измерьте период колебаний ненагруженной платформы, проведя серию измерений и усреднив результат, и рассчитайте её момент инерции. (1,5 балла)
6. Измерьте период колебаний платформы с телом, поместив его на платформе так, чтобы его центр инерции и центр платформы совпадали (аналогично предыдущему пункту проведите усреднение). Рассчитайте момент инерции тела и его радиус инерции. (3,5 балла)
7. Изготовив кольцо массой равной массе исследуемого тела и радиусом равным радиусу инерции тела, проверьте, совпадают ли периоды колебаний тела и кольца. (1 балл)

## Приложение

Рассмотрим систему материальных точек  $P_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ). Пусть  $m_i$  - масса, а  $r_i$  - радиус-вектор  $i$ -той точки относительно начала некоторой системы координат  $O_{xyz}$ .

*Центром масс* системы называется геометрическая точка  $C$  пространства, определяемая радиусом-вектором

$$r_C = \frac{\sum_{i=1}^N m_i r_i}{M},$$

где  $M$  - масса системы,

$$M = \sum_{i=1}^N m_i.$$

Центр масс системы называют также её *центром инерции*.

Геометрическое распределение масс в теле характеризует *момент инерции*.

Пусть расстояние точки  $P_i$  до некоторой оси  $u$  равно  $\rho_i$ . Тогда момент инерции системы относительно оси  $u$  задаётся формулой:

$$J_u = \sum_{i=1}^N m_i \rho_i^2.$$

Момент инерции можно переписать в виде  $M\rho^2$ , где  $\rho$  - *радиус инерции* тела относительно оси  $u$ .

Вращательное движение описывается аналогом второго уравнения Ньютона, в котором вместо массы записывается момент инерции тела, вместо ускорения - угловое ускорение, а вместо сил - их моменты. Вот моменты инерции некоторых тел при их вращении вокруг собственной оси:

Тонкостенный цилиндр или кольцо радиуса  $R$   $J = MR^2$ ;

Сплошной шар  $J = \frac{2}{5}MR^2$ ;

Диск или сплошной цилиндр радиуса  $R$   $J = \frac{1}{2}MR^2$ ;

Стержень при вращении вокруг перпендикулярной ему оси, проходящей через центр масс  $J = \frac{1}{12}Ml^2$ .

Если известен момент инерции тела при его вращении вокруг некоторой оси, проходящей через центр масс, то при параллельном переносе оси на расстояние  $d$ , момент инерции увеличивается на величину  $Md^2$ .

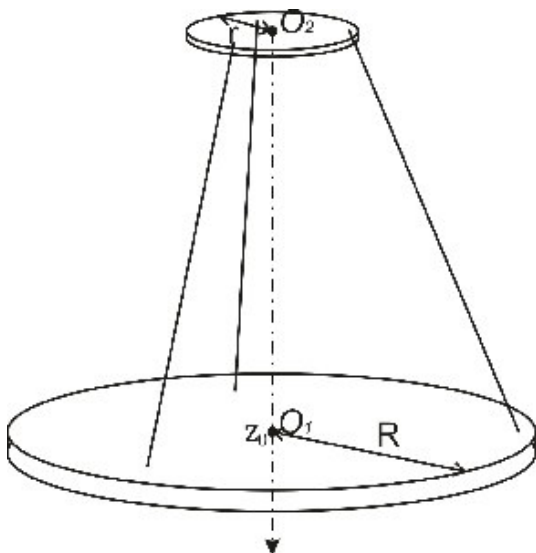


Схема трифилярного подвеса

Трифиллярный подвес состоит из двух платформ: одна, меньшего диаметра, закреплена на кронштейне; на длинных симметрично распложенных нитях к ней крепится бóльшая платформа так, что их центры находятся на одной вертикали. Небольшим поворотом верхней пластины в системе вызываются крутильные колебания (нижняя платформа поворачивается относительно верхней, при этом последняя остается неподвижной). Возвращающая сила при таких колебаниях возникает благодаря силе тяжести (при повороте нижней платформы расстояние между пластинами изменяется, а следовательно, меняется и потенциальная энергия системы).

В ходе эксперимента измеряется период малых колебаний платформы, который связан с моментом инерции платформы и размещенного на ней груза:

$$I = kmT^2,$$

где  $I$  – момент инерции груза и платформы,  $k$  – константа для данной установки,  $m$  – масса груза и платформы,  $T$  – период колебаний.

Константа  $k$  определяется из параметров установки  $k = \frac{gRr}{4\pi^2 z_0}$ .

Перед проведением измерений удостоверьтесь, что потери в системе малы: за 4-5 полных колебания амплитуда падает меньше, чем в два раза. Подберите такие начальные углы, на которых период не связан с амплитудой, то есть при её уменьшении в два раза, период меняется незначительно.

При изготовлении трифилярного подвеса в качестве платформ могут быть использованы оптические диски, несколько склеенных листов картона, лист фанеры и т. п. Особое внимание следует обратить на следующие моменты: нити, соединяющие платформы, должны быть нерастяжимыми и достаточно длинными; нижняя платформа должна быть относительно тяжелой, чтобы даже при несимметричном размещении массы на ней ось колебаний смещалась незначительно. Для закрепления установки используется штатив или подвес. Допустимо раскручивать платформы от руки, но нельзя допускать их раскачиваний в вертикальной плоскости.