

## Онлайн-этап Математика, 11 класс

1. Какую наименьшую сумму могут иметь  $param1$  последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на  $param2$ ?

param1	param2	ответ
семь	1020304	31020304
семь	1234567	31234567
девять	1020304	81020304
девять	1234567	81234567

2. Петя и  $param1$  его одноклассника стартовали одновременно в забеге на 100 метров, и Петя пришёл первым. Через  $param2$  секунд после начала забега никто ещё не финишировал, и все его участники в сумме пробежали  $param3$  метров. А когда Петя закончил бег, остальным трём участникам оставалось пробежать до финиша в сумме  $param4$  метров. Сколько метров пробежал Петя за  $param2$  секунд? (Известно, что скорость каждого была постоянной на протяжении всей дистанции.)

param1	param2	param3	param4	ответ
четыре	10	288	50	64
четыре	9	252	80	60
пять	8	280	40	50
пять	9	290	100	58

3. В параллелограмме  $ABCD$  сторона  $BC$  в  $param1$  раз больше стороны  $AB$ . Биссектрисы углов  $\angle DAB$  и  $\angle ABC$  пересекают прямую  $CD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите периметр параллелограмма  $ABCD$ , если  $MN = param2$ .

param1	param2	ответ
3	10	16
4	14	20
5	15	20
6	22	28

4. Приведенный квадратный трёхчлен  $f(x)$  таков, что каждое из уравнений  $f(x) = param1 \cdot x - param2$  и  $f(x) = param3 - param4 \cdot x$  имеет ровно по одному решению. При каком наибольшем значении параметра  $a$  уравнение  $f(x) = a$  также будет иметь ровно одно решение?

param1	param2	param3	param4	ответ
2	5	10	4	8
3	4	8	6	18
2	7	21	6	12
3	5	15	9	27

5. Даны два числа  $x < y$ . Оказалось, что  $\text{param1}$ ,  $\text{param2}$ . Какое наименьшее значение может принимать величина  $y - x$ ?

param1	param2	Ответ
$\sin(\pi x) + \sin(\pi y) = \frac{3}{5}\sqrt{2}$	$\cos(\pi x) + \cos(\pi y) = \frac{4}{5}\sqrt{2}$	0,5
$\sin(\pi x) + \sin(\pi y) = \frac{4}{5}\sqrt{2}$	$\cos(\pi x) + \cos(\pi y) = \frac{3}{5}\sqrt{2}$	0,5
$\sin(\pi x) + \cos(\pi y) = \frac{3}{5}\sqrt{2}$	$\cos(\pi x) - \sin(\pi y) = \frac{4}{5}\sqrt{2}$	1
$\sin(\pi x) + \cos(\pi y) = \frac{4}{5}\sqrt{2}$	$\cos(\pi x) - \sin(\pi y) = \frac{3}{5}\sqrt{2}$	1

6. Известно, что  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = \text{param1}$ . Какое наибольшее значение может принимать сумма  $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$ ?

param1	ответ
1,5	2,25
2,5	6,25
3,5	12,25
4,5	20,25

7. У Миши есть  $\text{param1}$  с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из  $\text{param2}$  досок, так, чтобы любые две соседние доски были разных цветов и при этом он использовал краски не менее чем трех цветов?

param1	param2	ответ
четыре банки	7	2904
четыре банки	8	8736
пять банок	6	5100
пять банок	7	20460

8. При каком param1 значении параметра  $b$  существует такое  $\alpha$ , что уравнение param2 имеет действительное решение?

param1	param2	ответ
наибольшем	$x^2 + (2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha)x + b = 0$	3,25
наибольшем	$x^2 + (3 \sin \alpha + 5 \cos \alpha)x + b = 0$	8,5
наименьшем	$x^2 + (5 \sin \alpha + 2 \cos \alpha)x - b = 0$	7,25
наименьшем	$x^2 + (7 \sin \alpha + \cos \alpha)x - b = 0$	12,5

9. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник ( $AB^2=BC^2=$  param1,  $AC^2=$  param2). Сфера, проходящая через вершины  $A, B, C$ , делит ребра  $SA$  и  $SC$  пополам и пересекает ребро  $SB$  в точке  $B_1$ . Найдите радиус сферы, если  $SB_1=$  param3,  $BB_1 =$  param4. В ответ запишите квадрат радиуса сферы.

param1	param2	param3	param4	ответ
42	84	5	2	21,28
160	320	9	1	95,3125
48	96	5	1	26,7
448	896	15	1	278,08

10. Пусть  $f(x) = ax^2 + bx + 2$ ,  $a < 0$  и param1. Какое наибольшее количество целочисленных решений может иметь неравенство  $ax^4 + bx^2 + 2 > 0$ ?

param1	ответ
$f(7) = 0$	5
$f(8) = 0$	5
$f(10) = 0$	7
$f(11) = 0$	7

11. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребрами  $AD =$  param1,  $AB =$  param2,  $AA_1 =$  param3. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $A_1 B_1$  и  $C_1 D_1$ . Точки  $E$  и  $F$  выбраны на ребрах  $CC_1$  и  $BB_1$  так, что  $C_1 E =$  param4,  $D_1 F =$  param5.

Какую наименьшую длину может иметь ломаная  $APQ$ , где точка  $P$  лежит на прямой  $MN$ , а точка  $Q$  лежит на прямой  $EF$ ? В ответ запишите квадрат длины ломаной.

param1	param2	param3	param4	param5	ответ
4	5	5	1,5	4	80,8
5	16	16	3	11	608,2
6	8	8	3	7	216
6	10	10	4	9	324,8

12. Скольким способами можно разменять  $\text{param1}$  рублей монетами в 1, 2 и 5 рублей?

param1	ответ
100 000	500040001
90 000	405036001
120 000	720048001
110 000	605044001