

## Занятие 2 - Динамика поступательного движения

**Курс читает:** Усков Владимир Владимирович - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики МФТИ, Доцент кафедры общей физики МФТИ, эксперт ЕГЭ.

### Задача 1

Деревянный брусок плавает на поверхности воды в миске. Миска покоится на поверхности Земли. Что произойдет с погружением бруска в воду, если миска будет стоять на полу лифта, который движется с ускорением, направленным вертикально вверх? Ответ поясните, используя физические закономерности.

Ответ: Глубина погружения бруска не изменится.

Решение Для начала стоит отметить, что в сосуде, перемещающемся с ускорением действует дополнительная Архимедова сила. Возникает она из-за того, что жидкость пытается «затечь» под тело (рисунок (1))



Рис. 1. Жидкость «затекает» под тело при равноускоренном движении

Рассмотрим две ситуации, когда сосуд стоит на неподвижном столе (а) и когда стоит на полу лифта(б).

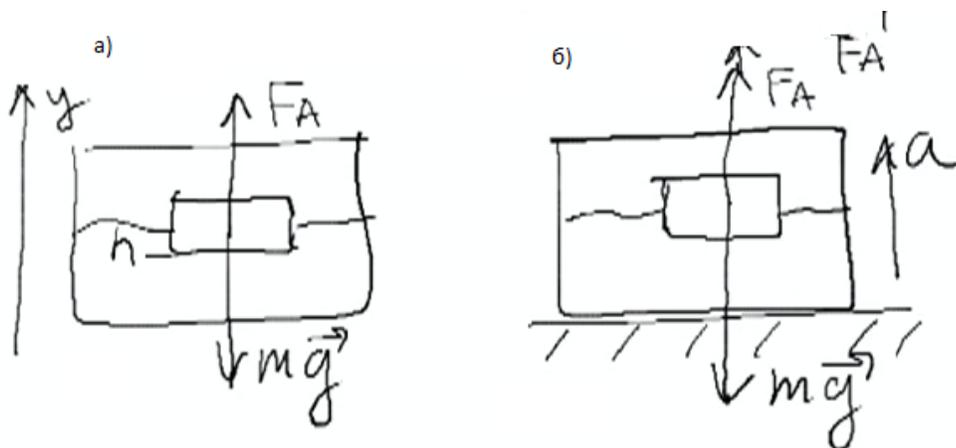


Рис. 2. а) На неподвижном столе б) на полу лифта

Для первого случая:

Поскольку брусок неподвижен, запишем второй закон Ньютона на вертикальную ось:

$$0 = \rho g V - mg$$

Распишем объем ( $V$ ) как

$$0 = \rho g b h - mg,$$

где  $h$  - глубина погружения, а  $\mathbf{c}$  и  $\mathbf{b}$  длинна и ширина бруска соответственно. Отсюда получим  $h$ :

$$h = \frac{m}{\rho c b} =$$

Для второго случая предположим что  $h$  другое, назовем его  $h'$ :

$$m a = \rho g c b h' - mg - \rho a c b h'$$

Отсюда выразим  $h'$

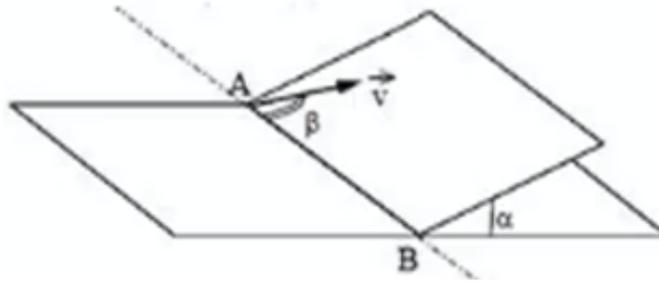
$$m(a + g) = \rho c b h'(a + g)$$

$$h' = \frac{m}{\rho c b} = h$$

Получается что глубина погружения бруска не меняется.

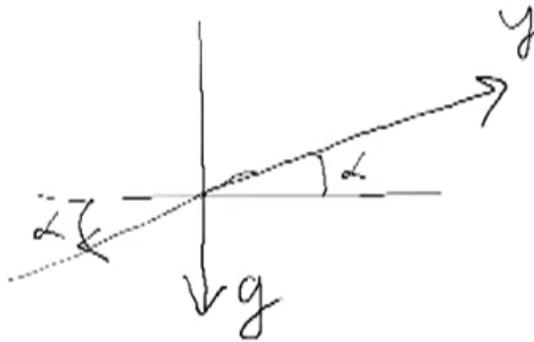
### Задача 2

Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой  $AB$ . Угол между плоскостями  $\alpha = 30^\circ$ . Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки  $A$  с начальной скоростью  $v_0 = 2$  м/с под углом  $\beta = 60^\circ$  к прямой  $AB$ . В ходе движения шайба съезжает на прямую  $AB$  в точке  $B$ . Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние  $AB$



**Решение:**

Построим оси и рассмотрим проекцию  $g$  на данную наклонную плоскость



**Рис. 3.** Проекция  $g$  на плоскость  $y$

В данной ситуации мы рассматриваем задачу о теле брошенном под углом к горизонту, но только с другим  $g$  (в нашем случае  $g_y$ )

Найдем искомое  $AB$  по формуле

$$AB = v_0 \cdot \cos\beta \cdot t_n,$$

где  $t_n$  — время полета, выведенное на прошлом занятии.

$$y = v_0 \cdot \sin\beta \cdot t - \frac{g_y t_n^2}{2}$$

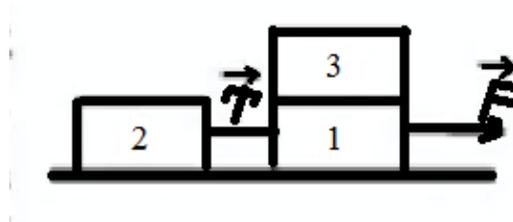
$$t_n = \frac{2v_0 \cdot \sin\beta}{g_y}$$

$$AB = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g_y} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g \cdot \sin\alpha}$$

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$  м

### Задача 3

Одинаковые бруски, связанные нитью, движутся под действием внешней силы  $F$  по гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Как изменится сила натяжения нити  $T$  если третий брусок переложить с первого на второй?



**Решение:**

Запишем проекцию для системы из трех брусков:

$$3ma = F$$

$$a = \frac{F}{3m}$$

Для второго бруска:

$$ma = T$$

$$T = \frac{F}{3}$$

Применим закон ньютона для второго случая, когда переместили третий брусок на второй

$$2ma = T'$$

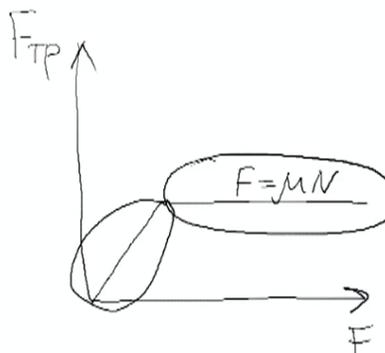
$$T' = 2m \frac{F}{3m} = 2T$$

**Ответ:**  $2T$

### Задача 4

На горизонтальном полу стоит ящик массой 10 кг. Коэффициент трения между полом и ящиком равен 0,25. К ящику в горизонтальном направлении прикладывают силу 16Н. Какова сила трения между ящиком и полом?

**Решение:** Для начала нужно найти «пограничную» силу, которая сможет сдвинуть ящик с места



**Рис. 4.** Сила трения. Горизонтальная линия — сила трения скольжения, а возрастающая — сила трения покоя

$$\mu mg = 0,25 \cdot 10 \cdot 10 = 25H$$

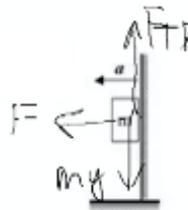
Т.к. мы действуем на ящик силой 16Н, которая не превышает 25Н следовательно мы работаем с силой трения покоя, а не с силой трения скольжения, поэтому сила трения будет равна силе, которая действует на ящик. **Ответ:** 16Н

### Задача 5

К подвижной вертикальной стенке приложили груз массой 10 кг. Коэффициент трения между грузом и стенкой равен 0,4. С каким минимальным ускорением надо передвигать стенку влево, чтобы груз не соскользнул вниз?



**Решение:**



$$F_{tr} = \mu F$$

$$mg = \mu ma$$

$$a = \frac{g}{\mu}$$

### Задача 6. Для самостоятельного решения

Для маленького шарика массой  $m$  каждый находятся на расстоянии  $r$  друг от друга и притягиваются силой  $F$ . Какова сила гравитационного притяжения двух других шариков, если масса каждого из них  $\frac{1}{2}m$ , а расстояние между их центрами  $2r$  **Вам потребуется:**

Закон всемирного тяготения

$$|F| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

### Задача 7

Под действием силы тяжести  $mg$  груза и силы  $F$  рычаг, представленный на рисунке ниже, находится в равновесии

Расстояние между точками приложения сил и точкой опоры, а также проекции этих расстояний на вертикальную и горизонтальную оси указаны на рисунке. Если модуль силы  $mg$  равен 30Н, то модуль силы  $F$ , действующей на груз равен: 7,5Н, 120Н, 150Н или 180Н?

**Решение:** Момент силы:

$$|M| = Fr \sin \alpha$$

Просуммируем моменты сил относительно точки опоры доски на бревно. И запишем уравнение моментов

$$F \cdot 1 - mg \cdot 4 = 0$$

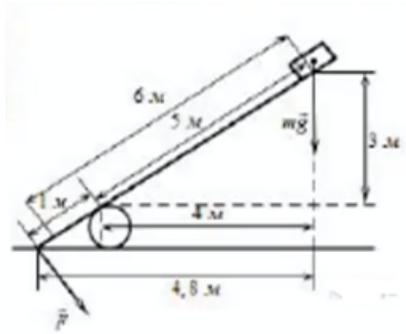
$$F = 4mg = 4 \cdot 30 = 120 \text{ Н}$$

**Ответ:** 120Н

### Задача 8

К системе из кубика массой 1 кг и двух других пружин приложена постоянная горизонтальная сила  $F$  (см. рисунок)

Между кубиком и опорой трения нет. Система покоится. Жесткость первой пружины  $k_1 = 300$  Н/м. Жесткость второй пружины  $k_2 = 600$  Н/м. Удлинение первой пружины равно 2 см. Модуль силы  $F$  равен



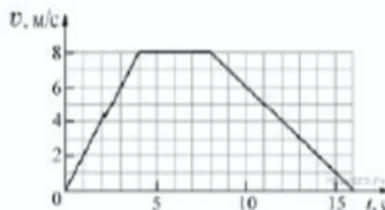
**Решение:**

$$F = k_1 \cdot \Delta x_1 = 300 \cdot 0,02 = 6 \text{ Н}$$

**Ответ:** 6Н

### Задача 9

К легкому нерастяжимому тросу прикреплен груз массой 50 кг. Груз поднимают на этом тросе вертикально вверх. Используя график зависимости модуля скорости  $v$  груза от времени  $t$ , определите модуль силы натяжения троса в течении первых 4 секунд движения. Ответ дайте в Ньютонах.



**Решение:** Запишем второй закон Ньютона, операясь на рисунок.



$$ma = F - mg$$

$$F = m(a + g) = m\left(\frac{\delta v}{\Delta t} + g\right) = 50 \left(\frac{8}{4} + 10\right) = 600 \text{ Н}$$

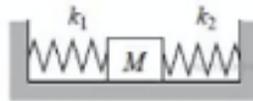
### Задача 10

Кубик массой 2 кг покоится на гладком горизонтальном столе, сжатый с боков пружинами (см. рисунок). Левая пружина жесткостью  $k_1 = 500$  Н/м сжата на 3 см. С какой силой правая пружина действует на кубик? Ответ приведите в Ньютонах.

**Решение:** Т.к. кубик покоится сила всех действующих сил равно нулю.

$$F_1 = k_1 \Delta x = 500 \cdot 0,03 = 15 \text{ Н}$$

Стоит отметить, что в данной задаче даны лишние данные



**Ответ:** 15Н

### Задача 11

Ученик исследовал движение бруска по наклонной плоскости и определил, что брусок, начиная движение из состояния покоя, проходит расстояние 30 см с ускорением  $0,8 \text{ м/с}^2$ . Установите соответствие между физическими величинами и уравнениями, выражающими эти зависимости. К каждой буквенной позиции подберите цифровую

**Зависимости:**

- А) Зависимость пути, пройденного бруском, от времени
- Б) Зависимость модуля скорости бруска от пройденного пути

**Уравнения движения:**

- 1)  $l = At^2$ , где  $A = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- 2)  $l = Bt^2$ , где  $B = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- 3)  $v = C\sqrt{l}$ , где  $C \approx 1,3 \frac{\text{sqrt} \text{ м}}{\text{с}}$
- 3)  $v = Dl$ , где  $D \approx 1,3 \frac{1}{\text{с}}$

**Решение:** Пройденный путь из состояния покоя

$$S = \frac{at^2}{2} = 0,4t^2$$

Мы видим что А соответствует 1

Т.к. движение равноускоренное мы можем записать:

$$a = \frac{v_{\text{к}} - v_{\text{н}}}{t}$$

$$a = \frac{v_{\text{к}}}{t} = \frac{v}{t}$$

Подставляем:

$$S = \frac{vt^2}{2} = \frac{vt}{2}$$

Найдем  $t$ :

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{0,6}{0,8}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

Подставляем  $t$  в формулу  $S$

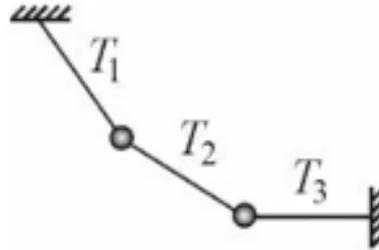
$$S = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$v = \frac{2S\sqrt{a}}{\sqrt{2S}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{2}} \sqrt{S} \approx 1,3$$

**Ответ:** 13

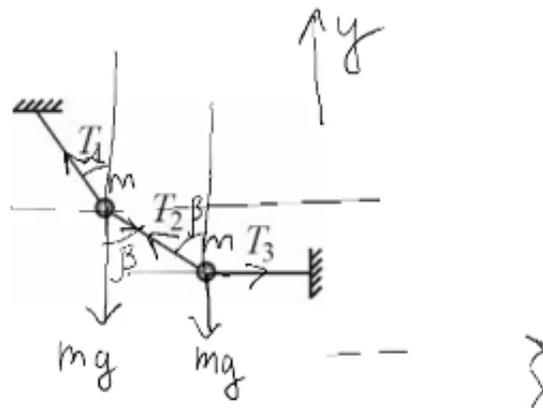
### Задача 12

Два одинаковых шарика подвешены на невесомых нерастяжимых нитях, как показано на рисунке. Силы натяжения верхней и средней нитей  $T_1$  и  $T_2$  известны. Найти силу натяжения нижней нити  $T_3$ , если она расположена горизонтально. Выберите правильный ответ из предложенных



**Решение:**

Расставим силы и обозначим углы:



По вертикальной оси: Для первого тела между  $T_1$  и  $T_2$ :

$$T_1 \cdot \cos\alpha = mg + T_2 \cdot \cos\beta \quad (1)$$

Для второго тела между  $T_2$  и  $T_3$ :

$$mg = T_2 \cdot \cos\beta \quad (2)$$

По горизонтальной оси: Для первого тела:

$$T_1 \cdot \sin\alpha = T_2 \cdot \sin\beta \quad (3)$$

Можно записать:

$$T_3 = T_2 \cdot \sin\beta$$

Подставив (2) в (1), получим

$$T_1 \cdot \cos\alpha = 2T_2 \cdot \cos\beta \quad (4)$$

Рассмотрим систему из двух уравнений (3) и (4):

$$\begin{cases} T_1 \cdot \sin\alpha = T_2 \cdot \sin\beta \\ T_1 \cdot \cos\alpha = 2T_2 \cdot \cos\beta \end{cases}$$

Возведем в квадрат каждое уравнение и почленно просуммируем.

$$T_2 \cdot (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = T_2^2 \cdot (\sin^2\beta + 4\cos^2\beta) \quad (5)$$

Т.к. нам нужно найти синус, заменим  $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$  тогда уравнение (5) примет вид

$$T_1^2 = T_2^2(\sin^2\beta + 4 - 4\sin^2\beta) = T_2^2(4 - 3\sin^2\beta)$$

Выразим  $\sin\beta$  через  $T_1$  и  $T_2$  из последнего равенства:

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{4T_2^2 - T_1^2}{3}}$$

Из равенства, которое получали в начале:

$$T_1 \cdot \sin\alpha = T_2 \cdot \sin\beta, \quad (3)$$

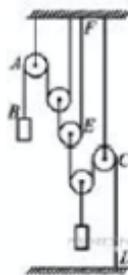
$$T_3 = T_2 \cdot \sin\beta = T_2 \sqrt{\frac{4T_2^2 - T_1^2}{3T_2^2}}$$

$$T_3 = \sqrt{\frac{4T_2^2 - T_1^2}{3}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{4T_2^2 - T_1^2}{3}}$

### Задача 13

С помощью системы невесомых блоков на невесомых и нерастяжимых нитях уравновешены два груза (см. рисунок). Модуль силы натяжения участка нити  $AB$  равен  $T$ . Установите соответствие между модулями сил натяжения и участками нитей



#### Участки нитей

А) DC

Б) EF

#### Модули сил натяжения

1)  $T$

2)  $2T$

3)  $4T$

4)  $8T$

**Решение:** Поскольку на участке  $AB$  сила натяжения нити  $T$ , то по всей длине нити она будет  $T$ . На участке  $EF$  сила будет равна  $2T$ , т.к. приходится уравнивать две силы по  $T$ . На участке  $CD$  сила будет равна  $4T$ , т.к. приходится уравнивать две силы по  $2T$ .

Ответ: EF –  $2T$ , DC –  $4T$

### Задача 14

Четыре бруска массой 2 кг каждый скреплены с помощью невесомых нирастяжимых нитей.

К первому бруску также прикреплена нить, за которую тянут сцепку из четырех брусков. При этом бруски перемещаются по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением, равным по модулю  $0,5 \text{ м/с}^2$ . Коэффициент трения между брусками и поверхностью равен 0,4. Чему равна сила натяжения нити между вторым и третьим брусками. Ответ приведите в ньютонах.

**Решение:** Запишем второй закон Ньютона для третьего и четвертого брусков:

$$2ma = T - F_{\text{тр}}$$

$$2ma = T - F_2 \mu mg$$

$2\mu mg$  т.к. сила трения приложена к двум брускам. Отсюда:

$$T = 2m(a + \mu g)$$

$$T = 2 \cdot 2(0,5 + 0,4 \cdot 10) = 18 \text{ Н}$$

**Ответ:** 18Н

### Задача 15

Сила притяжения Земли к Солнцу в 22,5 раза больше, чем сила притяжения Марса к Солнцу. Во сколько раз расстояние между Марсом и Солнцем больше расстояние между Землей и Солнцем, если масса Земли в 10 раз больше массы Марса?

**Решение:** Просуммируем два равенства:

$$F_{CЗ} = G \frac{c^3}{r_{CЗ}^2}$$

и

$$F_{CM} = G \frac{cM}{r_{CM}^2}$$

Получим отношение:

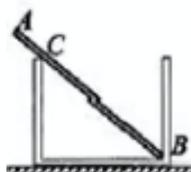
$$\frac{F_{CЗ}}{F_{CM}} = \frac{m_З}{m_M} \cdot \frac{r_{CM}^2}{r_{CЗ}^2}$$

$$\frac{r_{CM}}{r_{CЗ}} = \sqrt{\frac{m_M}{m_З} \cdot \frac{F_{CЗ}}{F_{CM}}} = \sqrt{\frac{22,5}{10}} = \sqrt{2,25} = 1,5$$

**Ответ:** 1,5

### Задача 16

Однородный стержень АВ массой  $m = 100$  покоится, упираясь в стык дна и стенки банки концом В и опираясь на край банки в точке С (см. рисунок). Модуль силы, с которой стержень давит на стенку сосуда в точке С, равен 0,5Н. Чему равен модуль вертикальной составляющей силы, с которой стержень давит на сосуд в точке В, если модуль горизонтальной составляющей этой силы равен 0,3Н? Трением пренебречь. Ответ укажите в ньютонах с точностью до одного знака после запятой.



**Решение:** По оси X

$$0 = N_{Bx} + N_{Cx} \cdot \cos\alpha$$

По оси Y

$$0 = N_{By} + N_{Cy} \cdot \sin\alpha - mg$$

$$N_C \cdot \cos\alpha = N_{Bx}$$

$$N_C \cdot \sin\alpha = mg - N_{By}$$

Складываем:

$$N_C^2 \cdot (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = N_{Bx}^2 + (mg - N_{By})^2$$

Заметим, что  $(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 1$ :

$$mg - N_{By} = \sqrt{N_C^2 - N_{Bx}^2}$$

$$N_{By} = mg - \sqrt{N_C^2 - N_{Bx}^2} = 1 - \sqrt{0,25 - 0,09} = 0,6\text{H}$$

**Ответ:** 0,6Н