

Олимпиада «ФИЗТЕХ-2012» (физика)

Решения

Билет 5

1. Пусть φ — угол отклонения нити от вертикали. Из уравнений

$$\frac{mv^2}{2} = mg(h_0 - h), \quad T - mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{l}, \quad \cos \varphi = \frac{l - h}{l}$$

получаем зависимость силы натяжения нити T от высоты h : $T = mg \frac{l + 2h_0 - 3h}{l}$.

При $h = \frac{1}{2}h_0$ имеем

$$T = mg \left(1 + \frac{h_0}{2l} \right).$$

2. 1) $P_1 = P_0 + \frac{1}{3}\rho gl$.

2) Мысленно выделенный столбик жидкости сечением S в горизонтальном колене имеет массу $m = \rho Sl$. По второму закону Ньютона $P_2S - P_1S = ma$.

$$P_2 = P_1 + \rho al = P_0 + \frac{8}{15}\rho gl.$$

3. Пусть 1–2 — адиабатическое расширение, 2–3 — изохорическое охлаждение, 3–4 — адиабатическое сжатие, 4–1 — изохорическое нагревание.

$$Q_{41} = \nu \frac{3}{2} R(T_1 - T_4), \quad T_1 - T_2 = \Delta T_1, \quad T_4 - T_3 = \frac{1}{2} \Delta T_1, \quad T_2 - T_3 = \Delta T_2.$$

$$Q_{41} = \frac{3}{4} \nu R(\Delta T_1 + 2\Delta T_2).$$

4. Напряжения на параллельно соединённых катушках всё время одинаковы: $L_1 I_1' = L_2 I_2'$, или $(L_1 I_1 - L_2 I_2)' = 0$, откуда получаем, что величина $L_1 I_1 - L_2 I_2$ остаётся постоянной. Т.к. в начальный момент токи в катушках отсутствовали, эта постоянная равна нулю, и, следовательно, в любой момент времени токи в катушках удовлетворяют условию $L_1 I_1 = L_2 I_2$. Суммарная энергия катушек при этом равна

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2}{2} \left(\frac{L_1}{L_2} I_1 \right)^2 = \frac{L_1 I_1^2}{2} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right).$$

1) При максимальном напряжении U_0 на конденсаторе заряд конденсатора CU_0 , ток равен нулю. ЗСЭ: $CU_0 \cdot \mathcal{E} = \frac{1}{2} CU_0^2$. Отсюда $\mathcal{E} = \frac{U_0}{2}$.

2) При максимальном токе I_1 через первую катушку будет максимален и ток через вторую катушку. Напряжения на катушках в этот момент равны нулю, поэтому напряжение на конденсаторе будет равно ЭДС источника. Из ЗСЭ получаем:

$$C \mathcal{E} \cdot \mathcal{E} = \frac{C \mathcal{E}^2}{2} + \frac{L_1 I_{1m}^2}{2} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right).$$

$$\text{Отсюда } I_{1m} = \frac{U_0}{2} \sqrt{\frac{CL_2}{L_1(L_1 + L_2)}}.$$

5. 1) Начальное поперечное увеличение $\Gamma_1 = 2$. $\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma_1 d} = \frac{1}{F_1} \Rightarrow d = F_1 \frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1} = 30$ см.

2) Конечное поперечное увеличение $\Gamma_2 = 3 \cdot 2 = 6$. $\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma_2 d} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$.

$$F_2 = F_1 \frac{(\Gamma_1 + 1)\Gamma_2}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = -90 \text{ см.}$$

Олимпиада «ФИЗТЕХ-2012» (физика)

Решения

Билет 6

1. См. билет 5. Из зависимости силы натяжения нити T от высоты h

$$T = mg \frac{l + 2h_0 - 3h}{l}$$

получаем, что сила натяжения нити минимальна при наибольшей высоте h (т.е. при $h = h_0$):

$$T_{\min} = mg \frac{l - h_0}{l}.$$

Из условия $T_{\min} = \frac{1}{2}mg$ получаем $h_0 = \frac{l}{2}$ и $T = mg \frac{2l - 3h}{l}$, поэтому равенство $T = mg$ выполнялось при $h = \frac{l}{3}$.

2. 1) $P_1 = P_0 + \frac{1}{4}\rho gl$. 2) $P_2 = P_1 - \rho al = P_0 + \frac{1}{8}\rho gl$.

3. $0 = \nu C_V(T_2 - T_1) + A$, $0 = \nu C_V(T_4 - T_3) + A_{34}$, $\eta = \frac{A + A_{34}}{Q}$.

$$x = \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} = \frac{A}{\eta Q - A}.$$

4. См. билет 5.

1) При максимальном токе напряжение на конденсаторе будет равно ЭДС \mathcal{E} . Из ЗСЭ

$$C\mathcal{E} \cdot \mathcal{E} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L_1 I_0^2}{2} \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right).$$

находим:

$$\mathcal{E} = I_0 \sqrt{\frac{L_1(L_1 + L_2)}{L_2 C}}.$$

2) При максимальном напряжении U_0 на конденсаторе заряд конденсатора CU_0 , ток равен нулю. ЗСЭ:

$$CU_0 \cdot \mathcal{E} = \frac{1}{2}CU_0^2.$$

Отсюда $U_0 = 2\mathcal{E}$. Окончательно $U_0 = 2I_0 \sqrt{\frac{L_1(L_1 + L_2)}{L_2 C}}$.

5. 1) $\Gamma_1 = 8$. $\Gamma_2 = 8/4 = 2$. 1) $d = 36$ см. 2) $F_2 = 96$ см.

Олимпиада «ФИЗТЕХ-2012» (физика)

Решения

Билет 7

1. См. билет 5. Из зависимости силы натяжения нити T от высоты h

$$T = mg \frac{l + 2h_0 - 3h}{l}$$

получаем, что $T = mg$ при $h = \frac{2}{3}h_0$.

2. 1) $P_1 = P_0 + \frac{1}{5}\rho gl$. 2) $P_2 = P_1 + \rho al = P_0 + \frac{12}{35}\rho gl$.

3. $0 = \nu C_V(-3\Delta T_1) + A_{12}$, $0 = \nu C_V\Delta T_1 + A_{34}$, $A_0 = A_{12} + A_{34}$. $A_0 = 3\nu R\Delta T_1$.

4. См. билет 5. 1) $\mathcal{E} = \frac{U_0}{2}$. 2) Максимальный ток в L_2 равен $I_{2m} = \frac{U_0}{2} \sqrt{\frac{CL_1}{L_2(L_1 + L_2)}}$.

5. 1) $\Gamma_1 = 1,5$. $\Gamma_2 = 1,5 \cdot 4 = 6$. 1) $d = 25$ см. 2) $F_2 = -50$ см.

Олимпиада «ФИЗТЕХ-2012» (физика)

Решения

Билет 8

1. См. билет 6. Из условия $T_{\min} = \frac{1}{3}mg$ получаем $h_0 = \frac{2}{3}l$.

$$T = mg \text{ при } h = \frac{4}{9}l.$$

2. 1) $P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho gl$. 2) $P_2 = P_1 - \rho al = P_0 + \frac{7}{18}\rho gl$.

3. $0 = \nu C_V(T_2 - T_1) + A_{12}$, $0 = \nu C_V(T_4 - T_3) + (-A)$,

$$\eta = \frac{A_{12} + (-A)}{Q_{41}}, \quad Q_{41} + (-Q) = A_{12} + (-A).$$

$$x = \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} = - \left(\frac{\eta}{1 - \eta} \frac{Q}{A} + 1 \right).$$

4. См. билет 6. 1) $\mathcal{E} = I_0 \sqrt{\frac{L_2(L_1 + L_2)}{L_1 C}}$. 2) $U_0 = 2\mathcal{E} = 2I_0 \sqrt{\frac{L_2(L_1 + L_2)}{L_1 C}}$.

5. 1) $\Gamma_1 = 6$. $\Gamma_2 = 6/3 = 2$. 1) $d = 28$ см. 2) $F_2 = 84$ см.