11.1. Тележка

На тележку, движущуюся горизонтально, упал вертикально летящий груз и остался на ней. В результате скорость тележки уменьшилась в 2 раза. Найдите отношение массы груза к массе тележки. Сопротивление движению тележки не учитывать. Ответ округлить до целых.

Решение. У системы тележка-груз проекция импульса на горизонтальное направление сохраняется: $m_2 v = (m_1 + m_2)\frac{v}{2}$. Отсюда $\frac{m_1}{m_2} = 1$.

11.2. Газ

Сжимая и нагревая идеальный газ, его объём уменьшили на 20%, а давление увеличили на 50%. На сколько процентов увеличилась средняя квадратичная скорость молекул газа? Ответ округлить до целых.

Решение. У идеального газа с температурой T и молярной массой μ средняя квадратичная скорость $v = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$. С учётом уравнения состояния $PV = \frac{m}{\mu}RT$ получаем зависимость скорости от давления P, объёма V и массы m газа:

$$v = \sqrt{\frac{3PV}{m}}.$$

Нужно найти

$$x = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} - 1 = \sqrt{\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}} - 1.$$

По условию $V_2 = 0{,}8V_1$, $P_2 = 1{,}5P_1$. Тогда $x \approx 0{,}1$, т.е. средняя квадратичная скорость увеличилась на 10%.

11.3. Колебания

В колебательном контуре происходят колебания с частотой 200 Гц и амплитудой тока 3 мА. Найдите максимальное значение заряда на конденсаторе. Ответ выразить в микрокулонах (мкКл), округлив до десятых.

Решение. Амплитудные значения тока и заряда связаны соотношением $I_0 = \omega q_0 = 2\pi\nu q_0$. Отсюда $q_0 = \frac{I_0}{2\pi\nu} \approx 2{,}4$ мкКл.

11.4. Лампочка

К аккумулятору с ЭДС 3,6 В подключили лампочку. Оказалось, что напряжение на лампочке 2,5 В и она потребляет мощность 0,6 Вт. Найдите ток короткого замыкания аккумулятора. Ответ выразить в амперах (А), округлив до десятых.

Примечание. Ток короткого замыкания — ток при замыкании клемм аккумулятора проводом с пренебрежимо малым сопротивлением.

Решение. Ток $I = \frac{\mathscr{E} - U}{r} = \frac{P}{U}$. Здесь $\mathscr{E} = 3{,}6$ В, $U = 2{,}5$ В, $P = 0{,}6$ Вт, r — внутреннее сопротивление аккумулятора. Ток короткого замыкания $I_\text{к} = \frac{\mathscr{E}}{r}$.

Из записанных уравнений $I_\text{к} = \frac{\mathscr{E}P}{U(\mathscr{E} - U)}$. В итоге $I_\text{к} = 0{,}8$ А.

11.5. Вода и лёд

В калориметр (теплоизолированный сосуд) поместили 30 г льда при температуре -20 °C и 50 г воды при температуре 60 °C. Найдите установившуюся температуру. Удельные теплоёмкости льда и воды $C_\text{л} = 2{,}1\ \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$ и $C_\text{в} = 4{,}2\ \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\ \frac{\text{Дж}}{\text{г}}$. Ответ дать в градусах Цельсия, округлив до целых.

Решение. У нас $t_{-20} = -20$ °C, $t_0 = 0$ °C, $t_{60} = 60$ °C, $m_1 = 30$ г, $m_2 = 50$ г.

На нагревание льда от -20 °C до 0 °C понадобится количество теплоты

$$Q_1 = m_1 C_\text{л}(t_0 - t_{-20}) = 1260 \text{ Дж}.$$

Чтобы затем расплавить весь лёд требуется

$$Q_2 = \lambda m_1 = 9900 \text{ Дж}.$$

При охлаждении воды от 60 °С до 0 °С выделится

$$Q_3 = m_2 C_{\text{в}}(t_{60} - t_0) = 12600 \text{ Дж}.$$

Поскольку $Q_3 > Q_2 + Q_1$, то окончательная температура θ смеси будет выше 0 °С. Имеем

$$m_2 C_{\text{в}}(t_{60} - \theta) = Q_1 + Q_2 + m_1 C_{\text{в}}\theta.$$

Окончательно

$$\theta = \frac{Q_3 - (Q_1 + Q_2)}{(m_1 + m_2)C_{\text{в}}} \approx 4 \text{ °C}.$$

Примечание. В зависимости от соотношения между значениями Q_1, Q_2 и Q_3 температура θ смеси может быть выше 0 °С, равна 0 °С или ниже 0 °С.

11.6. Пар

В цилиндре под поршнем находится водяной пар при температуре 100 °С и давлении 20 кПа. Каким станет давление пара в цилиндре, если объём цилиндра изотермически уменьшить в 6 раз? Нормальное атмосферное давление принять равным 100 кПа. Ответ выразить в килопаскалях (кПа), округлив до целых.

Решение. Если бы не было конденсации, то давление стало бы 6·20 кПа = 120 кПа, что больше давления насыщенных паров при 100 °С. Значит, произойдёт частичная конденсация и давление станет равным давлению насыщенных паров при 100 °С, т.е. 100 кПа.

11.7. Пушка

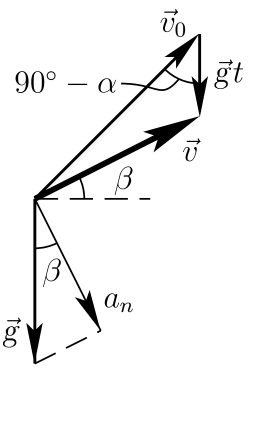
На проводящих рельсах, расположенных в одной горизонтальной плоскости, лежит проводящая перемычка, которая может скользить по рельсам, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам. Расстояние между рельсами 10 см. К рельсам через резистор подключён источник с ЭДС 3 В. Система находится в однородном магнитном поле с направленной вертикально индукцией 1 мТл. До какой максимальной скорости смогла бы разогнаться перемычка при отсутствии трения о рельсы и сопротивления воздуха? Ответ выразить в километрах в секунду (км/с), округлив до целых.

Решение. По мере разгона перемычки силой Ампера будет возрастать ЭДС индукции в перемычке, направленная против ЭДС $\mathscr{E}$ источника. Когда ЭДС индукции станет равной ЭДС источника, ток прекратится, прекратится и разгон, т.е. скорость перемычки v установится, достигнув своего максимума. Имеем $Bvl = \mathscr{E}$. Отсюда, с учётом числовых значений индукции B, длины перемычки l и ЭДС $\mathscr{E}$, находим $v = \frac{\mathscr{E}}{Bl} = 30$ км/с.

11.8. Полёт

Камень брошен со скоростью $v_0 = 17$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. С какой угловой скоростью поворачивается вектор скорости камня через $t = 1$ с после броска? Принять $g =$ $= 10$ м/с^2, сопротивление воздуха не учитывать. Результат выразите в радианах в секунду и округлите до десятых.

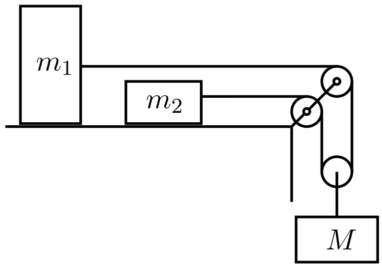
Решение. Изменение направления скорости приводит к появлению у ускорения нормальной (перпендикулярной к траектории) составляющей. Пусть R — радиус кривизны траектории, тогда нормальное ускорение равно $a_n = \frac{v^2}{R} = v \cdot \frac{v}{R} = v \cdot \omega$, где ω — искомая угловая скорость вращения вектора скорости. Отсюда



$$\omega = \frac{a_n}{v} = \frac{g\cos\beta}{v} = \frac{g(v\cos\beta)}{v^2} = \frac{g v_0 \cos\alpha}{v_0^2 + (gt)^2 - 2v_0 g t \sin\alpha} \approx 0{,}9 \text{ с}^{-1}.$$

здесь использованы постоянство горизонтальной составляющей скорости ($v_0 \cos\alpha = v\cos\beta$) и теорема косинусов для треугольника скоростей ($\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$).

11.9. Трение



В системе, показанной на рисунке, $m_1 = m$, $m_2 = 5m$, $M = 6m$. Найдите ускорение груза M, если между остальными грузами и столом имеется трение с коэффициентом $\mu = 0{,}5$. Принять $g = 10$ м/с^2, массой блоков и трением в их осях пренебречь. Ответ выразить в м/с^2.

Решение. В первую очередь нужно разобраться, будут ли двигаться грузы m_1 и m_2. Возможны четыре варианта:

1. оба груза неподвижны;
2. m_1 неподвижен, m_2 движется;
3. m_1 движется, m_2 неподвижен;
4. оба груза движутся.

Первый случай невозможен, т.к. в этом случае сила натяжения нити была бы равна $3mg$, а этого достаточно, чтобы сдвинуть каждый из грузов m_1 и m_2.

Второй случай невозможен, т.к. если сила натяжения нити способна сдвинуть m_2, то она тем более сдвинет m_1.

В четвёртом случае, решив систему

$$m_1 a_1 = T - \mu m_1 g, \qquad m_2 a_2 = T - \mu m_2 g, \qquad Ma = Mg - 2T, \qquad 2a = a_1 + a_2$$

получим $T < \mu m_2 g$ и $a_2 < 0$, т.е. этот случай также невозможен.

Остаётся случай 3: m_1 движется, m_2 неподвижен. Из системы

$$m_1 a_1 = T - \mu m_1 g, \qquad Ma = Mg - 2T, \qquad 2a = a_1$$

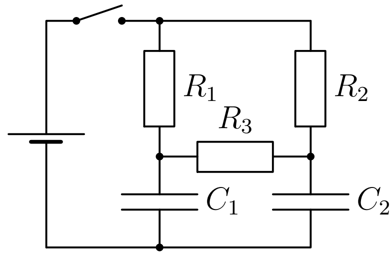
находим: $a = g/2 = 5$ м/с^2.

Замечание 1. Противоречие, возникающее при рассмотрении первого случая, означает, что грузы не могут быть неподвижны одновременно. Было бы логической ошибкой сделать отсюда вывод, что оба груза движутся.

Замечание 2. Анализ случаев можно заметно упростить, если заметить, что при закреплённом грузе m_2 ускорение M ни при каких значениях масс не может превысить g, значит ускорение m_1 не превышает $2g$, следовательно сила натяжения нити не превосходит $m_1 \cdot 2g + \mu m_1 g = 2{,}5 m_1 g$, а такая сила не способна сдвинуть груз m_2.

Замечание 3. Во всех предлагавшихся вариантах ответ был целым числом. Поэтому в задаче не указано, как его следует округлять (это была маленькая подсказка). Решения, приводящие к нецелым ответам являются заведомо неправильными и поэтому не засчитываются.

11.10. Схема



В схеме, изображённой на рисунке, $R_1 = R_2 = R_3$, $C_1 = C$, $C_2 = 2C$. Ключ замыкают. Найдите отношение тока через C_1 к току через R_2 в момент, когда ток через резистор R_3 максимален.

Решение. Максимальность тока I_3 означает, что за малое время Δt его величина практически не изменится (в максимуме ток уже не увеличивается, но ещё не уменьшается), поэтому не изменится напряжение на резисторе R_3, для чего напряжения на конденсаторах за время Δt должны вырасти на одинаковую величину, т.е. заряжающие конденсаторы токи относятся как их ёмкости. Таким образом получается, что в момент максимального тока через R_3 токи через конденсаторы отличаются в два раза.

Обозначим токи через R_1, R_2, R_3, C_1, C_2 как I_1, I_2, I_3, J, $2J$ соответственно. За положительное направление примем слева направо (см. схему) для I_3 и сверху вниз для остальных токов. Правила Кирхгофа дают:

$$I_1 = I_3 + J, \qquad I_2 + I_3 = 2J, \qquad I_1 R + I_3 R = I_2 R.$$

Если принять $I_3 = I$, то для остальных токов из этой системы получаем:

$$I_1 = 4I, \qquad I_2 = 5I, \qquad J = 3I, \qquad 2J = 6I.$$

Отношение тока через C_1 к току через R_2 получается равным $3/5 = 0{,}6$.