Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

Труды

61-й Всероссийской научной конференции МФТИ

19–25 ноября 2018

Прикладная математика и информатика

Москва - Долгопрудный - Жуковский

МФТИ

2018

УДК 51+004
ББК 22.1+32.81
Т78

Труды 61-й Всероссийской научной конференции МФТИ. 19–25 ноября 2018 года. Прикладная математика и информатика. — М.: МФТИ, 2018. – 240 с.

Т78

ISBN 978-5-7417-0689-3

Включены результаты оригинальных исследований студентов, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников МФТИ и дружественных учебных и научных организаций. Статьи представляют интерес для специалистов, работающих в области прикладной математики и информатики.

УДК 51+004
ББК 22.1+32.81

ISBN 978-5-7417-0689-3

© Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)», 2018

Оглавление

Программный комитет конференции **9**

Организационный комитет конференции **10**

СЕКЦИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ **11**

Уточняющие схемы на диадической полупрямой 11

Гипотеза условий ритмичной работы сердечной камеры в рамках некоторых математических моделей 12

Поиск глобальных экстремумов нигде не дифференцируемых функций: актуальность, некоторые методы и примеры 12

Бесконечный спектр резонансных внешних частот у ОДУ 14

Нестандартная теория возмущений для уравнения Дуффинга и её приложения 16

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ УПРАВЛЕНИЯ **18**

О некоторых алгоритмах зеркального спуска для задач сильно выпуклой оптимизации с функциональными ограничениями 18

Адаптация алгоритма зеркального спуска для работы в случайной среде с частичной информацией 20

One method for convex optimization problems with non-smooth strongly convex constraint 22

Безградиентные методы для определения минимума энергии сложных молекул 23

Общая схема получения оценок скорости сходимости в случае сильно выпуклых функций 24

Сравнение вариаций метода линейного каплинга 25

Решение задачи Томсона различными модификациями градиентного спуска 27

Оптимизация радиационного облучения раковых опухолей с помощью методов линейного программирования 29

Штрафные, барьерные, квазибарьерные функции и функции, обратные к ним 31

Применение методов машинного обучения для анализа и модификации изображений человеческих лиц 33

Модификация алгоритма зеркального спуска для онлайн-поставновки задач выпуклой оптимизации с функциональными ограничениями 35

Задача о случайном покрытии 37

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ, ЭКОЛОГИИ И СОЦИОЛОГИИ **40**

Матричный подход к конфликтной игре со случайным количеством игроков 40

Математическая модель оценки баланса солидарно-распределительной пенсионной системы в долгосрочном горизонте планирования 42

Сравнительный анализ двух математических моделей экономической динамики 44

Отбор информативных признаков в задаче кредитного скоринга 45

Влияние государства на деятельность российских компаний 46

Оценка нелинейной взаимосвязи безработицы с выпуском с помощью нейронной сети 48

Анализ информационного канала денежно-кредитной политики 49

Финансовые рынки как рынки агентов, принимающих решения 50

Зависимость вмененной волатильности от цены опциона 51

Анализ нерациональности и рациональности агентов в экономической теории 53
Ценообразование опционов 54
Факторы динамики доходности активов на финансовых рынках 56
Минимизация массы цистерны для жидких и сыпучих тел 57
Применение методов регрессионного анализа в исследовании процессов подготовки школьников на примере дополнительного образования в области нейротехнологий 59
Идентификация модели банковской системы России с помощью метода решения обратных задач 60
СЕКЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ 62
Сравнение поведенческих концепций равновесия на примере игры «11-20» 62
Модель управления рисками в кредитной организации 64
Исследование игры «Рынок подержанных автомобилей» методами экспериментальной экономики 66
Вычисление равновесия дискретного отклика в игре «Информационный каскад» 67
Концепция равновесия на основе обучения с подкреплением в повторяющейся динамической игре с неполной информацией «Рынок лимонов» 69
Анализ информационных каскадов в лабораторных условиях 71
Влияние менталитета на принятие решений в экономических задачах 71
Различные подходы к решению проблемы безбилетника 73
Поведенческие равновесия в аукционе максимальной стоимости по второй цене 74
Теоретико-игровой анализ рынка с «бесплатной» и коммерческой альтернативами 77
Разработка программы, реализующей метод фурье-синтеза в задаче томографии 79
Границы обнаружения БПЛА системой датчиков электростатического поля 81
СЕКЦИЯ ИНФОРМАТИКИ 83
Моделирование сейсмического отклика от трещиноватых сред с помощью сеточно-характеристического метода: сравнение двух подходов 83
Атрибутная грамматика деревьев процессов и восстановление порождающих цепочек системных вызовов Linux 84
Об NP-полноте некоторых задач, связанных с восстановлением дерева процессов 85
Об оценивании и удалении нетипичных объектов в одной логической модели распознавания 86
Вершины, которые мы выбираем 87
Измерение времени выполнения системных вызовов для выработки метрик эффективности восстановления состояний исполнения в OS Linux 89
Алгоритм сегментации трехмерного FIB-SEM изображения пористой среды 90
Моделирование динамического деформирования тканевой мембраны 92
Численное решение уравнений Максвелла. FDTD- и PIC-методы **94**
Исследование сейсмических откликов от слоистого массива с ориентированными геологическими трещинами 95
Моделирование источника сейсмического события на шельфе 97
О задании сейсмического точечного источника при моделировании задач сейсморазведки сеточно-характеристическим методом 98
Разработка проверяющих программ для CTFd 99
Использование методов машинного обучения для описания нестационарных многофазных течений 100

Анализ траекторий отдельных жидких частиц в океанических течениях 102

СЕКЦИЯ ПРОБЛЕМ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ, РАСПОЗНАВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ 103

Алгоритм извлечения признаков из временных рядов акустико-эмиссионных сигналов для принятия решения о техническом состоянии и управлении рисками аварий на опасных производственных и технологических объектах 103

Интеллектуальный скальпель – набор утилит для классификации опухолевых тканей мозга посредством анализа масс-спектров 105

Обнаружение объектов дорожной обстановки на изображениях с помощью глубоких сверточных сетей 106

Анализ десинхроноза при трансмеридианном перелете 108

Программное обеспечение для обнаружения головы человека на изображении низкого качества 110

Эффективный поиск нечетких заимствований 112

Прореживание нейросетевых моделей методом Белсли 114

Алгоритмическая реализация методологии оценивания состава инвестиционных портфелей 115

СЕКЦИЯ СИСТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ 118

Автоматизация распределения объёма учебной нагрузки между преподавателями 118

Методы семантического аннотирования и категоризации статей математической энциклопедии 119

Извлечение структуры данных из научных документов в формате PDF 121

СЕКЦИЯ СИСТЕМНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ 124

О программной реализации алгоритма оценки обстановки, сложившейся в результате землетрясения 124

Информационная система моделирования последствий чрезвычайных ситуаций 125

Реализация механизма множественного управления для программного комплекса интерактивной работы с трехмерными объектами 127

Разработка комплексной модели и алгоритмов анализа данных вариабельности сердечного ритма участников проекта «Остров 10-21» 128

Информационные технологии мониторинга участников образовательного интенсива «Остров 10-21» 129

Влияние метеофакторов острова Русский (Владивосток) на образовательный процесс — персонализация образовательных траекторий 131

Влияние временного десинхроноза на образовательный процесс — аспекты управления 132

Исследование влияния геомагнитной активности и резонансов Шумана на состояние человека с помощью системы Cardiomood 134

СЕКЦИЯ ДИНАМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ 135

Высокие круговые орбиты вокруг Луны для размещения окололунной станции 135

Моделирование вращательного движения опытного образца малого космического аппарата АИСТ по данным тока зарядки панели солнечных батарей на программно-аппаратном стенде 136

Расположение двигателей коррекции с учетом ограничений на изменение импульса в плоскости локального горизонта 137

Проблемы наивного управления ориентацией спутника магнитной катушкой 137

Исследование возможности управления групповым полетом на низких околоземных орбитах с помощью магнитной системы ориентации 139

Управление относительным движением двух космических аппаратов с солнечными парусами с изменяемой отражательной способностью 140

Поддержание формаций спутников в окрестности коллинеарных точек либрации 141

Расчет траекторий перелёта за пределы Солнечной системы с использованием гравитационного манёвра у Юпитера 142

Определение углового движения по видеоизображению 143

Управление и прогнозирование движения космического аппарата с малой тягой при помощи искусственных нейронных сетей 144

Проектирование низкоэнергетических траекторий перелёта между системами Солнце–Земля и Солнце–Венера 144

Программный комплекс для моделирования движения макетов микроспутников на аэродинамическом столе 145

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА 146

Математическое моделирование влияния конструктивных факторов на характеристики процесса противогололёдной обработки покрытий 146

Математическое моделирование методов лечения в онкологии 148

Погрешность метода вычисления периода колебаний математического маятника. 150

Алгоритмы на графах в задаче выделения информативной части из общей сети белок-белковых и белок-метаболитных взаимодействий 152

Комплекс программ для решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка 153

Особенности численного моделирования сжигания кислых газов в реакционных печах Клауса 155

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ 157

О вероятностных распределениях на независимых множествах в графах 157

Эллиптические точки на графиках многочленов третьей степени 159

Анализ возмущений весов графов в задаче построения системы хабов 160

Подсчет решеточных путей с периодическими запретами 161

СЕКЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И МОДЕЛИРОВАНИЯ 162

Математическое моделирование коллоидного переноса примесей в подземных водах 162

Воспроизведение индексов погодно-климатической экстремальности моделью климата INMCM5 163

Моделирование F-слоя Земной ионосферы 164

Анализ устойчивости стационарных состояний моделей динамики вирусных инфекций на примере модели ВЛХМ 166

Как оптимизировать предобуславливатели в методе сопряжённых градиентов: стохастический подход 167

Задача вариационной ассимиляции данных об уровне на «жидкой» (открытой) границе в модели гидротермодинамики Балтийского моря 168

Анализ параметризаций подсеточной двумерной турбулентности в задаче моделирования неустойчивой баротропной струи 169

Воспроизведение циркуляции Северной Атлантики в различные фазы Атлантической мультидекадной осцилляции 171

Методы решения нелинейных уравнений динамики морского льда с использованием библиотеки Fenics 173

Сравнение методов усвоения данных на основе классического, ансамблевого и локального фильтра Калмана на примере уравнения адвекции и задачи Лоренца....175

Моделирование движения иммунных клеток: сравнение численных схем и приближение модели к данным на основе многокритериальной оптимизации 176

СЕКЦИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ ИНФОРМАТИКИ 178

Разработка метода генерации отладочных дампов гостевой ОС Windows под гипервизором QEMU/KVM....178

Распределенный реестр в составе гибридной системы обработки информации как альтернатива доверенной третьей стороне....179

Обеспечение контроля над исполнением образцов вредоносного программного обеспечения при динамическом анализе....181

Защита процессов системы при помощи расширения ядра macOS 182

Самозащита Linux приложений с помощью перехвата системных вызовов....182

Обеспечение надежности распределённых систем....184

Прогнозирование выхода из строя жестких дисков 186

Эффективное индексирование данных снапшотов....186

СЕКЦИЯ ФЛЮИДОДИНАМИКИ И СЕЙСМОАКУСТИКИ 188

Применение разрывного метода Галёркина для численного решения уравнений упругости в гетерогенной среде....188

Численные алгоритмы конструктивно-нелинейных колебаний упруго-опертого стержня при движущейся нагрузке, основанные на теории обобщенных функций....189

Построение термодинамически согласованной трёхфазной композиционной модели для смеси углеводородов, воды и углекислого газа 191

Численное моделирование распространения упругих волн, возникающих в блочно-трещиноватой среде в результате продолжительного вибросейсмического воздействия....192

Применение метода спектральных элементов для моделирования акустического поля в скважине, возбуждаемого фильтрацией флюида в пласте....193

Обобщение неравновесной модели Кондаурова двухфазного течения в трещиновато-пористых средах 195

СЕКЦИЯ ПРОБЛЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ, АНАЛИЗА ДАННЫХ И ОПТИМИЗАЦИИ....196

Имитационное моделирование процессов диспетчеризации телекоммуникационной сети в программной среде Riverbed....196

О линейной сложности ряда циклотомических последовательностей над конечным полем нечетной характеристики 198

Сравнение качества бинаризации двух критериев Оцу для сбалансированной и несбалансированной смеси из двух гауссовских распределений....199

Расширенный метод главных компонент для адаптивного снижения размерности при решении обратных задач 201

Комбинированный метод оптимизации, полученный слиянием метода Ньютона и градиентного спуска 203

СЕКЦИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ 205

О суммах произведений в $F_p \times F_p$ 205

Логика случайного графа первого порядка с k переменными 205

Суммы последовательных чисел Фибоначчи 206
О методе невязки в задаче оценивания экстремального индекса 207
Расчет поправки к форвардной ставке в модели Васичека для форвардных in-arrears контрактов на процентную ставку LIBOR 209
Модель с переключением режимов для оценки поведения курса рубля в зависимости от цены на нефть 210
Многомерные когерентные меры риска 211
Об улучшении нижней оценки в задаче о справедливой раскраске гиперграфов 212
Методы распределенного решения задач линейного программирования при помощи алгоритмов аукционного типа 213
Исследование мультиагентных алгоритмов решения задач динамического планирования 214
О вычислительной сложности задачи поиска неподвижной точки в теореме Какутани 215
СЕКЦИЯ КОГНИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ 218
Статистические свойства случайных последовательностей, генерируемых человеком 218
Адаптация алгоритма детекции линий дорожной разметки для поиска автодорог на космических снимках Земли 220
Методы калибровки и автокалибровки внешних параметров видеокамер для применения в беспилотных автомобилях 222
Оптимальное представление специализированных резюме видео 224
Аналитические модели пространственного цветовосприятия человека 226
Автоматическая локализация ROI на томографических проекциях 228
СЕКЦИЯ КОНЦЕПТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ 230
Теория контрактов и принцип информативности Бенгта Хольмстрёма 230
О проблемах алгоритмизации метода атрибутивного синтеза больших систем понятий 230
СЕКЦИЯ АЛГОРИТМОВ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРОГРАММИРОВАНИЯ 232
Увеличение пропускной способности гибридного алгоритма консенсуса 232
Автоматическая генерация аккомпанемента в реальном времени методами машинного обучения 234
Анализ проблемы межпроектного предсказания дефектов в модулях кода 235
Язык программирования Mash 237

Программный комитет конференции

Н.Н. Кудрявцев, ректор МФТИ – председатель

В.А. Баган, проректор по научной работе и программам развития – заместитель председателя

А.А. Воронов, проректор по учебной работе и довузовской подготовке

А.В. Дворкович, директор ФРКТ

В.В. Киселев, директор ФФПФ

С.С. Негодяев, директор ФАКТ

В.В. Иванов, директор ФЭФМ

А.М. Райгородский, директор ФПМИ

В.Б. Назаров, директор ФБМФ

П.К. Кашкаров, директор ИНБИКСТ

Организационный комитет конференции

М.В. Милов, руководитель направления «Образование» ЦУП – председатель

С.О. Русскин, представитель ФРКТ

Е.Ю. Чиркина, представитель ФФПФ

Ю.О. Алексеева, представитель ФАКТ

В.Б. Макарова, представитель ФАКТ

В.А. Яворский, представитель ФЭФМ

С.А. Зайцев, представитель ФЭФМ

Е.Г. Молчанов, представитель ФПМИ

В.Н. Логинов, представитель ФПМИ

К.А. Коньков, представитель ФПМИ

А.Ю. Беловолов, представитель ФБМФ

В.Г. Орлов, представитель ИНБИКСТ

М.В. Костелева, представитель УНЦ ГСН

А.С. Гупаисова, начальник пресс-службы

Е.Д. Жебрак, директор аналитического центра

СЕКЦИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Председатель: Е.С. Половинкин (д.ф.-м.н., профессор)

Зам. председателя: Г.Е. Иванов (д.ф.-м.н., профессор)

Секретарь: В.Ж. Сакбаев (д.ф.-м.н., профессор)

Дата: 24.11.2018

Время: 12:30

Место: Долгопрудный, Научный пер., д. 4, ауд. 424 Арктика, МФТИ

УДК 519.651

Уточняющие схемы на диадической полупрямой

М.А. Карапетянц

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматриваются так называемые уточняющие (подразделяющие) схемы (алгоритмы) на диадической полупрямой. Формулируются необходимые и достаточные условия сходимости уточняющих схем, условия существования непрерывного решения у масштабирующего уравнения, а также изучаются некоторые комбинаторные свойства уточняющих схем. Также в работе выдвинута гипотеза о сходимости уточняющих алгоритмов с неотрицательной маской.

Литература

1. *Protasov V.Yu., Farkov Yu.A.* Dyadic wavelets and refinable functions on a half-line // Sbornic: Mathematics. 2006. V. 197. N 10. P. 129–160.
2. *Golubov B.I., Efimov A.V., Skvortsov V.A.* Series and Walsh transform. Theory and applications — M.: Science, 1987. 344 p.
3. *Daubechies I.* Ten lectures on wavelets // SIAM. 1992.
4. *Golubov B.I.* Binary analysis elements — M.: LKI, 2007. 203 p.
5. *Novikov I.A., Protasov V.Yu., Skopina M.A.* The theory of wavelets — PhysMatLit. 2005. 610 p.
6. *Melkman A.A.* Subdivision schemes with non-negative masks converge always - unless they obviously cannot // Baltzer Journals. 1996.
7. *Protasov V.Yu.* Dyadic wavelets approximation // Mathematical notes. 2007. V. 198. N 11. P. 135–152.
8. *Protasov V.Yu.* Sinusoid and Fractal — Moscow State University, 2017.
9. *Cavaretta A.S., Dahmen W., Micchelli C.A.* Stationary subdivision — American Mathematical Society, 1991.
10. *Dyn N., Levin D., Gregory J.A.* A Butterfly Subdivision Scheme for Surface Interpolation with Tension Control // ACM Transactions on Graphics. 1990. V. 9. N 2. P. 160–169.
11. *Marinov M., Dyn N., Levin D.* Geometrically Controlled 4-Point Interpolatory Schemes — Springer-Verlag, 2004.
12. *Barabanov N.E.* On the Lyapunov indicator of discrete nestings.I // Avtomat. i Telemekh. 1988. N 2. P. 40–46.

УДК 517.9

Гипотеза условий ритмичной работы сердечной камеры в рамках некоторых математических моделей

А.П. Черняев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Для описания работы сердца и кровеносной системы существует множество моделей: модель четырехкамерного сердца Холодова–Симакова, модель Калябина, модель Лебеденко–Новоселовой–Ракитянской–Ефимцевой, модель Кошелева–Мухина–Соснина–Фаворского. Модели Холодова–Симакова, Калябина и Лебеденко–Новоселовой–Ракитянской–Ефимцевой объединяет то, что в них присутствуют одинаковые линейные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с правыми частями. Эти уравнения описывают кровоток в камерах сердца, независимой переменной этих уравнений является время. Коэффициенты каждого из этих уравнений зависят от инерционности и растяжимости стенки соответствующей камеры сердца, а также гидродинамического сопротивления этой камеры. Искомыми функциями этих уравнений являются объемы сердечных камер, а правые части суть задаваемые извне функции, определяющие внешнее давление, обусловленное сокращением мышц сердца, которые описывают систолу и диастолу, а также давления перед входами и за выходами из сердца.

Решения каждого из этих уравнений имеют как колебательный, так и не колебательный режимы. Наша гипотеза состоит в том, что в условиях ритмичной работы рассматриваемой математической модели сердца решения этих уравнений должны быть колеблющимися, причем период решений у всех камер должен быть одним и тем же.

Имеются также математические гемодинамические модели Волобуева, Дармаева–Цибикова–Хабитуева и Кудряшова–Синельщикова–Чернявского, основанные на уравнении Кортевега – де Фриза. Рассматривается применение рассматриваемой гипотезы и к этим моделям, основанное на результате работы [1].

В итоге заметим, что, несмотря на разнообразие математических моделей гемодинамической направленности, самая трудная часть — моделирование процессов кровотока — гидродинамическая. Присутствие вогнутых поверхностей на пути кровотока способствует образованию вихрей [2], которые в простых гемодинамических моделях не рассматриваются.

Литература

1. *Черняев А.П., Черняева С.А.* Вырождение кноидальных волн в неограниченные решения для уравнения Кортевега – де Фриза // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 6. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/jun18/5/text.pdf DOI 10.30898/1684-1719.2018.6.5
2. *Боголепов В.В., Липатов И.И.* Асимптотический анализ развития вихрей Гертлера в пограничном слое жидкости около вогнутой поверхности. Препринт ЦАГИ, № 8. 1990. 54 с.

УДК 517.518.244

Поиск глобальных экстремумов нигде не дифференцируемых функций: актуальность, некоторые методы и примеры

О.Е. Галкин[1]***, С.Ю. Галкина***[1]

[1]Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Доклад состоит из трех частей. В первой части приводится несколько примеров непрерывных нигде не дифференцируемых функций и описываются некоторые задачи, где нужно искать их глобальные экстремумы. Во второй части излагается два метода поиска глобальных экстремумов, применимых для некоторых классов не дифференцируемых функций. В третьей части изложенные методы применяются к функциям, описанным в первой части.

1. Несколько примеров непрерывных нигде не дифференцируемых функций

Функция Такаги. Т. Такаги определил свою функцию $T(x)$ в 1903 году в работе [1], где он также доказал, что $T(x)$ на $\mathbb{R}$ всюду непрерывна и нигде не дифференцируема. Эту функцию

можно задать с помощью ряда $T(x)=\sum_{n=0}^{\infty}T_0(2^n x)/2^n$, где $T_0(x)=|\{x+1/2\}-1/2|=\rho(x,\mathbb{Z})$ — расстояние между точкой x и ближайшей к ней целой точкой. В 2008 году Круппель в [2] вычислил на $(0;1]$ глобальный максимум и точки максимума функции $\log_2 x+T(x)/x$, с помощью чего получил точную оценку для двоичных цифровых сумм (известную, правда, и раньше — см. ссылки в [2]).

Функции из показательного класса Такаги. Хата и Ямагути [3] заменили в определении функции Такаги числа $\{1/2^n\}$ на произвольные константы $\{c_n\}$ и получили *класс Такаги*. Если $c_n=v^n$, где $v\in(-1;1)$, то получим функцию T_v из *показательного класса Такаги* (см. [4]): $T_v(x)=\sum_{n=0}^{\infty}v^n T_0(2^n x)$, $x\in\mathbb{R}$. $T_v(x)$ совпадает при $v=0$ с $T_0(x)$, а при $v=1/2$ — с функцией Такаги $T(x)$. Функция $T_v(x)$ на $\mathbb{R}$ всюду непрерывна и нигде не дифференцируема при $1/2\le|v|<1$ (это следует из теоремы Коно [5, Theorem 2]). В 2009 году Я. Табор и И. Табор поставили (и частично решили — см. [6]) задачу поиска глобальных экстремумов функций T_v, $0<v<1$, чтобы получить точную оценку для непрерывных полувыпуклых функций.

Функция Кобаяши–Грея–Такаги. Эта функция $K(x)$ была введена Кобаяши в 2002 году для вычисления двоичных цифровых сумм в кодировке Грея. Она тоже всюду непрерывна, но нигде не дифференцируема на $\mathbb{R}$ и задается функциональным рядом $K(x)=\sum_{n=0}^{\infty}K_0(2^n x)/2^n$, где $K_0(x)=2\rho(x/2+1/4,\mathbb{Z})-1/2$. В 2017 году в работе [7] для получения точной оценки цифровых сумм в кодировке Грея были найдены на $(0;1]$ точки экстремума функции $\log_2 x+K(x)/x$ и ее глобальные экстремумы (они равны 8/15 и –8/15).

2. Два метода поиска глобальных экстремумов недифференцируемых функций

Метод крайних подаргументов и надаргументов. Пусть X — линейное пространство (ЛП) и D — его подмножество. *Крайним подаргументом* функции $f:D\to\mathbb{R}$ назовем аргумент x (то есть первую компоненту) любой крайней точки (x,y) выпуклой оболочки подграфика $Conv(Sub(f))$ функции f. *Множество всех крайних подаргументов* функции f на множестве D будем обозначать через $ExtrSA(f,D)$. Аналогично определяется *множество крайних надаргументов* $ExtrEA(f,D)$. Основной результат содержится в следующей теореме:

Теорема А. *Пусть X — ЛП, $D\subset X$ и заданы функции $f:D\to\mathbb{R}$, $g:\mathrm{Conv}(D)\to\mathbb{R}$, $v:\mathrm{Conv}(D)\to\mathbb{R}$, причем v строго положительна на D. Пусть, кроме того, строго выпукла на $Conv(D)$ функция $(g-C)\cdot v$, где $C=sup_D(g+f/v)$. Тогда все точки глобального максимума на D функции $g+f/v$ являются крайними подаргументами функции f на D.*

Аналогичная **теорема Б** верна и для крайних надаргументов. На основе этих утверждений можно предложить следующий ***метод поиска глобальных экстремумов функций вида $f/v+g$***:

1) убеждаемся (например, с помощью теоремы А или теоремы Б), что точки глобального экстремума функции $f/v+g$ принадлежат множествам $ExtrSA(f,D)$ или $ExtrEA(f,D)$;

2) находим нужное множество $ExtrSA(f,D)$ или $ExtrEA(f,D)$;

3) при необходимости выбираем дифференцируемую на возможно большем множестве функцию $\psi:D\to\mathbb{R}$, интерполирующую $f/v+g$ в точках множества $ExtrSA(f,D)$ или $ExtrEA(f,D)$. В качестве такой функции может подойти выпуклая или вогнутая оболочка функции f (см. [8]);

4) вычисляем глобальный экстремум функции $f/v+g$ (или функции ψ, если она существует) на множестве $ExtrSA(f,D)$ или $ExtrEA(f,D)$.

Метод, использующий половинное деление и симметрии функций. С помощью этого метода удается получить алгоритм поиска, а в некоторых случаях и аналитическое выражение, для глобальных экстремумов *бинарных функций Вейерштрасса* и функций T_v из *показательного класса Такаги.*

3. Применение изложенных методов.

Методом крайних под- и надаргументов получены, в частности, следующие результаты:

T1) *Множество крайних подабсцисс функции Такаги* $T(x)$ *на отрезке* [0;1] имеет вид $ExtrSA(T,[0;1]) = \{0,\ldots,1/48,1/24,1/12,1/6,1/3,2/3,5/6,11/12,23/24,47/48,\ldots,1\}$.

T2) Кусочно-непрерывно дифференцируемую функцию ψ, интерполирующую $T(x)$ в точках множества $ExtrSA(T,[0;1])$, можно задать следующими равенствами: $\psi(0)=\psi(1)=0$, $\psi(x)=x(2-\log_2(3x))$ при $x\in(0;2/3]$ и $\psi(x)=(1-x)(2-\log_2(3-3x))$ при $x\in[2/3;1)$.

T3) *Глобальный максимум функции* $T(x)+e^x$ *на* [0;1] равен $1/3+e^{11/12}$ и достигается в точке 11/12.

T4) *Глобальный максимум функции* $T(x)/\sqrt[3]{x}$ *на* (0;1] равен $2/\sqrt[3]{9}$ и достигается в точке 1/3.

K1) *Множество крайних подабсцисс функции Кобаяши–Грея–Такаги* $K(x)$ *на отрезке* [0;1] имеет вид: $ExtrSA(K,[0;1]) = \{0,\ldots,1/120,1/60,1/30,1/15,2/15,4/15,8/15,17/30,1\}$.

K2) *Множество крайних надабсцисс функции Кобаяши–Грея–Такаги* $K(x)$ *на отрезке* [0;1] имеет вид: $ExtrEA(K,[0;1]) = \{0,13/15,14/15,29/30,59/60,119/120,...,1\}$.

K3) *Глобальный минимум функции* $K(x)/\cos x$ *на* [0;1] равен $-2/(15\cos(14/15))$ и достигается только в точке 14/15.

K4) *Глобальный максимум функции* $K(x)/\cos x$ *на* [0;1] равен $8/(15\cos(8/15))$ и достигается только в точке 8/15.

Литература

1. *Takagi T.* A simple example of a continuous function without derivative // Proc. Phys. Math. Soc. Japan. 1903. V. 1. P. 176–177 / The Collected Papers of Teiji Takagi, S. Kuroda, Ed., Iwanami. 1973. P. 5–6.
2. *Krüppel M.* Takagi's continuous nowhere differentiable function and binary digital sums // Rostock. Math. Kolloq. 2008. V. 63. P. 37–54.
3. *Hata M., Yamaguti M.* Takagi function and its generalization // Japan J. Appl. Math. 1984. V. 1. P. 183–199.
4. *Галкин О.Е., Галкина С.Ю.* О свойствах функций показательного класса Такаги // Уфимский математический журнал. 2015. Т. 7. № 3. С. 29–38.
5. *Kôno N.* On generalized Takagi functions // Acta Math. Hungar. 1987. V. 49. P. 315–324.
6. *Tabor J., Tabor J.* Takagi functions and approximate midconvexity // J. Math. Anal. Appl. 2009. V. 356. N 2. P. 729–737.
7. *Галкин О.Е., Галкина С.Ю.* Глобальные экстремумы функции Кобаяши–Грея–Такаги и двоичные цифровые суммы // Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2017. Т. 27. № 1. С. 17–25.
8. *Половинкин Е.С., Балашов М.В.* Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: Физматлит, 2004.

УДК 517.95

Бесконечный спектр резонансных внешних частот у ОДУ

В.В. Мартынов*, *В.В. Мартынов* (*мл.*), *А.Ю. Залесский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Ниже всё вещественно, функции скалярные, их производные – классические (2^x – сторонние и конечные). Исходным является следующий факт.

Определение 1. Линейное дифференциальное выражение второго порядка с постоянными коэффициентами (далее: ДВ)

$$a\tfrac{d^2}{dt^2}+b\tfrac{d}{dt}+c \qquad (\mathrm{t}>0; a\neq 0) \tag{1}$$

допускает гармонический резонанс (далее: ГР), если неоднородное уравнение

$$a\cdot u''(t)+b\cdot u'(t)+c\cdot u(t)=\sin(\Omega\cdot t) \quad (t>0; a\neq 0) \tag{2}$$

допускает неограниченное решение в классе C^2 $(t>0)$ вида

$$At\cdot\cos(\omega t) \quad (t>0) \tag{3}$$

при некоторых $\omega > 0$, $\Omega > 0$, $A \neq 0$ (зависящих от параметров a, b, c).

Утверждение 1. ДВ(1) допускает ГР тогда и только тогда, когда $b = 0$ и $ac > 0$. Причем тогда $\omega = \sqrt{c/a}$, $\Omega = \sqrt{c/a}$, $A = -1/(2\mathrm{a}\sqrt{c/a})$.

Замечание. Если число $\sqrt{c/a}$ назвать собственной частотой ДВ(1) (она существует тогда и только тогда, когда $ac > 0$) , а Ω – внешней частотой , то для реализации ГР необходимо, чтобы внешняя частота совпала с собственной частотой. Обычно говорят, что спектр резонансных внешних частот одноточечный: $\Omega \in \{\sqrt{c/a}\}$.

Однако из экспериментов известно, что даже при простейшей разрывной периодической правой части уравнения (2) вида $\mathrm{sign}(\sin(\Omega t))$ появляется бесконечный счетный спектр (т.е. множество) резонансных частот. Как математически смоделировать этот феномен? Технические трудности видны уже на примере уравнения

$$u''(t) = \mathrm{sign}\, t. \tag{4}$$

Его нельзя рассматривать на $(-a, a)$, т.к. по теореме Дарбу не существует $u''(0)$, u, следовательно, уравнение (4) не имеет решений в классе $C^2(-a, a)$ (и даже в классе $D^2(-a, a)$).

Но существуют функции из класса $C^1(-a, a)$, удовлетворяющие уравнению (4) на несвязном множестве $(-a, 0) \cup (0, a)$. Например, $\frac{1}{2} t \cdot |t|$. Общий вид таких “решений в классе $C^1(t > 0)$” уравнения (4) устанавливает

Утверждение 2.

$$\begin{cases} u(t) \in C^1(-a, a); \\ \begin{cases} u''(\mathrm{t}) = \mathrm{signt}, \mathrm{t} \in (-a, 0) \cup (0, a); \\ u(t) \in C^2(-a, 0) \cap C^2(0, a); \end{cases} \\ (\text{параметр } a \in (0, +\infty]); \end{cases} \tag{5}$$

$$\xleftrightarrow{u} \qquad u(t; a) \in \{\mathrm{c}_1 \cdot t + c_2 + \frac{1}{2} t \cdot |t|;\ c_i \in R;\ \mathrm{t} \in (-a; a)\}.$$

Рассмотрены три оператора дискретизации правой части уравнения (2): $sign(\sin(\Omega t)), \theta(\sin(\Omega \mathrm{t})), \mathrm{Entire}(\sin(\Omega \mathrm{t}))$.

Приведём результат для первого случая.

Определение 2. ДВ(1) допускает $sign$-гармонический резонанс (далее: SГР), если уравнение

$$a \cdot u''(t) + b \cdot u'(t) + c \cdot u(t) = sign(\sin(\Omega t)),\ t \in (0, +\infty) / \{\mathrm{n}\pi / \Omega;\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}\}, \tag{6}$$

допускает неограниченное “решение в классе $C^1(t > 0)$” вида

$$\begin{cases} \alpha \cdot k \cdot \cos \omega t + \gamma_1,\ t \in [2k\pi / \Omega, (2k\pi + \pi) / \Omega],\ k = 0, 1, 2, \ldots;\ \mathrm{t} > 0; \\ (\alpha \cdot k + \beta) \cos \omega t + \gamma_2,\ t \in [(2k\pi + \pi) / \Omega, (2\,k\pi + 2\pi) / \Omega],\ k = 0, 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{7}$$

при некоторых $\omega > 0, \Omega > 0, \alpha \neq 0, \beta \in R, \gamma_i \in R.$

Утверждение 3. ДВ(1) допускает SГР тогда и только тогда, когда $b = 0$ и $ac > 0.$ Причем тогда $\omega = \sqrt{c/a}, \Omega \in \{\sqrt{c/a} / (2p - 1);\ p \in N\}, \alpha = -4/c, \beta = -2/c, \gamma_1 = 1/c, \gamma_2 = -1/c.$

УДК 517.928.1

Нестандартная теория возмущений для уравнения Дуффинга и её приложения

***Е.С. Алексеева*[1,2], *А.Э. Рассадин*[2]**

[1]Независимый Московский университет
[2]Нижегородское математическое общество

Рассмотрим уравнение Дуффинга [1]:

$$\ddot{x} + \omega^2 \cdot x + x^3 = 0. \tag{1}$$

Здесь точка означает дифференцирование по времени, а $\omega > 0$ — параметр.

Хорошо известно, что это уравнение имеет первый интеграл (интеграл энергии) [1–3]:

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + U(x,\omega) = E, \tag{2}$$

исходя из которого уравнение (1) можно интерпретировать как закон одномерного движения материальной точки единичной массы в потенциальном поле [1–3]:

$$U(x,\omega) = \frac{\omega^2 \cdot x^2}{2} + \frac{x^4}{4}. \tag{3}$$

Если в начальный момент времени выбрать $\dot{x}(0) = 0$, то точное решение уравнения (1) записывается с помощью эллиптической функции Якоби [1]:

$$x(t) = A \cdot cn(\nu \cdot t, k), \tag{4}$$

причём его параметры выражаются через энергию (2) и параметр ω следующим образом [1]: $A(E,\omega) = \sqrt{\sqrt{4 \cdot E + \omega^4} - \omega^2}$, $\nu(E,\omega) = \sqrt[4]{4 \cdot E + \omega^4}$ и $k(E,\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\sqrt{4 \cdot E + \omega^4}}}$.

Функция (4) — периодическая с периодом [1]:

$$T(E,\omega) = \frac{4 \cdot \mathrm{K}(k(E,\omega))}{\sqrt[4]{4 \cdot E + \omega^4}}, \tag{5}$$

где $\mathrm{K}(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$.

Подставляя выражение (5) в формулу для определения потенциальной энергии (3) по периоду колебаний [2], получим тождество для полного эллиптического интеграла 1-го рода:

$$\sqrt{\sqrt{4 \cdot U + \omega^4} - \omega^2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \int\limits_0^U \mathrm{K}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\sqrt{4 \cdot E + \omega^4}}}\right] \cdot \frac{dE}{\sqrt[4]{4 \cdot E + \omega^4} \cdot \sqrt{U - E}}. \tag{6}$$

Трактовка уравнения Дуффинга как механической системы, данная выше, не является единственной: уравнение (1) можно ещё интерпретировать как уравнение движения для безразмерного заряда сегнетоэлектрического конденсатора в колебательном контуре без затухания или как уравнение движения для магнитного потока в колебательном контуре без затухания, содержащем катушку индуктивности с ферромагнитным сердечником (см. [4] и ссылки там). Электрические схемы этих систем приведены на рис. 1.

Для таких радиоэлектронных устройств параметр $\omega^2 \sim (T - T_c)/T_c$ [5], и при рабочей температуре T, приближающейся к их температуре Кюри T_c сверху, т.е. при $T \to T_c + 0$, этот параметр становится малым. Тогда для уравнения (1) может быть развита специфически нелинейная асимптотическая теория, в которой роль возмущения в потенциале (3) играет квадратичный член, а нулевым приближением для неё является точное решение вырожденного уравнения Дуффинга [6], получающееся из уравнения (1) при $\omega = 0$.

Такая постановка задачи для применения теории возмущений резко отличается от общепринятой, в которой роль возмущения играет как раз член четвёртой степени в (3), а в

качестве нулевого приближения берётся решение уравнения движения для гармонического осциллятора [2].

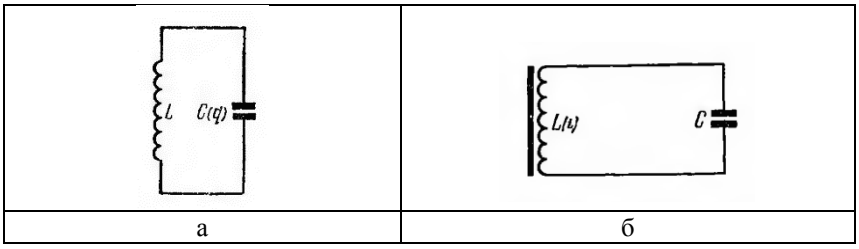


Рис. 1. Бездиссипативные колебательные контуры: (а) с сегнетоэлектрическим конденсатором; (б) с индуктивностью с ферромагнитным сердечником

Введём новую переменную h, связанную с амплитудой колебаний в (4) как $h = A^4/4$, тогда энергия (2) системы (1) равна $E = h + \omega^2 \cdot \sqrt{h}$ и при $\omega = 0$ совпадает с энергией вырожденной системы.

В переменной h период колебаний (5) есть

$$T_1(h,\omega) \equiv T(h + \omega^2 \cdot \sqrt{h}, \omega) = \frac{4}{\sqrt{\omega^2 + 2 \cdot \sqrt{h}}} \cdot \mathrm{K}\left(\frac{\sqrt[4]{h}}{\sqrt{\omega^2 + 2 \cdot \sqrt{h}}} \right). \tag{7}$$

С другой стороны, согласно процедуре, описанной в [3], для этой же величины получим следующее формальное выражение:

$$T_2(h,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} t_n \cdot \omega^{2n} \cdot h^{-\frac{2n+1}{4}}, \tag{8}$$

где $t_n = \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{1}{\pi^{3/2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \left(\sin\frac{\pi \cdot n}{2} + \cos\frac{\pi \cdot n}{2} \right) \cdot \Gamma^2\left(\frac{2 \cdot n + 1}{4} \right)$, а $\Gamma(\ldots)$ — гамма-функция Эйлера.

В докладе исследуется характер сходимости ряда (8), а также производится его сравнение с рядом Тейлора по ω для функции (7). Кроме того, выясняется, даёт ли восстановление потенциальной энергии системы (3) по периоду колебаний (8) разложение в ряд Тейлора по ω для функции $\sqrt{\sqrt{4 \cdot U + \omega^4} - \omega^2}$, обратной к функции (3).

Работа А.Э. Рассадина поддержана грантом РФФИ № 18-08-01356-а.

Литература

1. *Моисеев Н.Н.* Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1969. 380 с.
2. *Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.1. Механика. — М.: Наука, 1988. 216 с.
3. *Коткин Г.Л., Сербо В.Г.* Сборник задач по классической механике. — М.: Наука, 1977. 319 с.
4. *Рассадин А.Э. и др.* О некоторых следствиях изоморфизма математических моделей колебательных контуров с сегнетоэлектриками и ферромагнетиками // Актуальные проблемы физической и функциональной электроники: материалы 20-й Всероссийской молодежной научной школы-семинара (г. Ульяновск, 5–7 декабря 2017 года). Ульяновск: УлГТУ, 2017. С. 76–77.
5. *Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. 624 с.
6. *Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.* Применение равенства Парсеваля к периодическим решениям дифференциальных уравнений // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2018. Вып. 20. С. 57–66.

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ УПРАВЛЕНИЯ

Председатель: А.В. Гасников (д.ф.-м.н., доцент)

Зам. председателя: А.В. Чернов (к.ф.-м.н.)

Секретарь: М.Ю. Данилова (асс.)

Дата: 24.11.2018

Время: 14:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 903 КПМ, МФТИ

УДК 519.85

О некоторых алгоритмах зеркального спуска для задач сильно выпуклой оптимизации с функциональными ограничениями

***Ф.С. Стонякин*[1,2], *М.С. Алкуса*[1], *А.А. Титов*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

[2]Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского

Пусть $(E,\|.\|)$ – конечномерное нормированное векторное пространство и E^* – сопряженное пространство к E. Пусть $X \subset E$ – замкнутое выпуклое множество, f и $g_i : X \to \mathbb{R}$ для всякого $i = \overline{1,M}$ выпуклые субдифференцируемые функционалы. Предположим, что все функционалы g_i удовлетворяют условию Липшица с некоторой константой M_g. Будем рассматривать следующий тип задач выпуклой оптимизации

$$f(x) \to \min_{x \in X}, \text{ где } g_i(x) \le 0 \ \forall i = \overline{1,M}. \tag{1}$$

Важно, что целевой функционал f может иметь разный уровень гладкости. В частности, целевой функционал может не удовлетворять свойству Липшица, но иметь липшицев градиент. В работе для задачи (1) рассмотрены некоторые адаптивные и частично адаптивные алгоритмы зеркального спуска. Пусть $d : X \to \mathbb{R}$ есть прокс-функция, и существует такая константа $\Theta_0 > 0$, что $d(x_*) \le \Theta_0{}^2$, где x_* – точное решение (1). Рассматриваются следующие методы [1–2].

Алгоритм 1: Адаптивный метод	Алгоритм 2: частично адаптивный метод
Require: $\varepsilon > 0$; x^0; Θ_0; X; $d(.)$. 1: $I =: \phi$ 2: $N \leftarrow 0$ 3: **repeat** 4: **if** $g(x^N) \le \varepsilon$ then 5: $h_N \leftarrow \varepsilon / \left\|\nabla f(x^N)\right\|_*$ 6: $x^{N+1} \leftarrow Mirr_x\left(h_N \nabla f(x^N)\right)$ 7: $N \leftarrow I$ 8: **else** 9: $h_N \leftarrow \varepsilon / \left\|\nabla g(x^N)\right\|_*^2$ 10: $x^{N+1} \leftarrow Mirr_x\left(h_N \nabla g(x^N)\right)$ 11: **end if** 12: $N \leftarrow N+1$ 13: **until** $\Theta_0^2 \le \frac{\varepsilon^2}{2}\left(\left\|I\right\| + \sum_{k \notin I} \frac{1}{\left\|\nabla g(x^N)\right\|_*^2}\right)$ **Ensure** $\bar{x}^N := \arg\min_{x^k, k \in I} f(x^k)$	**Require:** $\varepsilon > 0$; x^0; Θ_0; X; $d(.)$. 1: $I =: \phi$ 2: $N \leftarrow 0$ 3: **repeat** 4: **if** $g(x^N) \le \varepsilon$ then 5: $h_N \leftarrow \varepsilon / M_g . \left\|\nabla f(x^N)\right\|_*$ 6: $x^{N+1} \leftarrow Mirr_x\left(h_N \nabla f(x^N)\right)$ 7: $N \leftarrow I$ 8: **else** 9: $h_N \leftarrow \varepsilon / M_g^2$ 10: $x^{N+1} \leftarrow Mirr_x\left(h_N \nabla g(x^N)\right)$ 11: **end if** 12: $N \leftarrow N+1$ 13: **until** $N \ge \left\lceil \frac{2M_g^2 \Theta_0^2}{\varepsilon^2} \right\rceil$ **Ensure** $\bar{x}^N := \arg\min_{x^k, k \in I} f(x^k)$

Для μ-сильно выпуклых f и g с использованием техники рестартов алгоритмов 1 и 2, нами предложены следующие методы.

Алгоритм 3: адаптивный метод	Алгоритм 4: частично адаптивный метод
Require: $\varepsilon > 0$; x_0; X; $d(.)$; μ; R_0 s.t. $\left\|x_0 - x_*\right\|^2 \le R_0^2$; Θ_0 s.t. $d(x) \le \Theta_0^2$ $\forall x \in X : \left\|x\right\| \le 1$. 1: Set $d_0(x) = d\left((x - x_0)/R_0\right)$ 2: Set $p = 1$ 3: **repeat** 4: Set $R_p^2 = R_0^2 . 2^{-p}$ 5: Set $\varepsilon_p = \mu R_p^2 / 2$ 6: Set x_p в качестве выхода алгоритма 1 с точностью ε_p, прокс-функция $d_{p-1}(.)$ и Θ_0^2. 7: $d_p(x) \leftarrow d\left((x - x_p)/R_p\right)$ 8: Set $p = p+1$ 9: **until** $p > \log_2 \frac{\mu R_0^2}{2\varepsilon}$ **Ensure:** x_p	**Require:** $\varepsilon > 0$; x_0; X; $d(.)$; μ; R_0 s.t. $\left\|x_0 - x_*\right\|^2 \le R_0^2$; Θ_0 s.t. $d(x) \le \Theta_0^2$ $\forall x \in X : \left\|x\right\| \le 1$. 1: Set $d_0(x) = d\left((x - x_0)/R_0\right)$ 2: Set $p = 1$ 3: **repeat** 4: Set $R_p^2 = R_0^2 . 2^{-p}$ 5: Set $\varepsilon_p = \mu R_p^2 / 2$ 6: Set x_p в качестве выхода алгоритма 2 с точностью ε_p, прокс-функция $d_{p-1}(.)$ и Θ_0^2 7: $d_p(x) \leftarrow d\left((x - x_p)/R_p\right)$ 8: Set $p = p+1$ 9: **until** $p > \log_2 \frac{\mu R_0^2}{2\varepsilon}$ **Ensure:** x_p

Для алгоритмов 3 и 4 получены оценки скорости сходимости (оценки количества итераций алгоритмов 1 и 2).

Численные эксперименты. Был проведен ряд числовых тестов. Для первого примера

$$f(x)=\frac{L-\mu}{4}\left\{\frac{1}{2}\left[x_1^{\,2}+\sum_{i=1}^{10}(x_i-x_{i+1})^2\right]-x_1\right\}+\frac{\mu}{2}\|x\|^2,\ \text{где}\ \mu=1,\ L=10000$$

для второго – $f(x)=\sum_{i=1}^{10} i x_i^{\,4}+(1/2)\|x\|^2$. Ограничение имеет вид $g(x)=(1/2)\|x\|^2+\max\limits_{1\le i\le 10} g_i(x)$ так что $g_1(x)=\sum_{i=1}^{10} x_i\,;\, g_i(x)=x_i+x_{i+1}, i=\overline{1,9}; g_{10}(x)=x_1+x_{10}$. Мы рассматриваем стандартную евклидову прокс-структуру, X – единичный шар с центром в 0, $x_0=(1,1,...,1)/\sqrt{10}, \Theta_0=3$, $R_0=2, \varepsilon=0.05$. Время работы каждого алгоритма указано в секундах. Из следующей таблицы видно, что за счёт применения техники рестартов алгоритм 3 работает быстрее алгоритма 1.

	Итер.	Время	Итер.	Время
	Алг. 1		Алг. 3	
пр. 1	11217	54	9500	48
пр. 2	768	42	6157	36

Литература

1. *Bayandina A., Dvurechensky P., Gasnikon A., Stonyakin F., Titov A.* Mirror Descent and Convex Optimization Problems With Non-Smooth Inequality Constraints // In LCCC Focus Period on Large-Scale and Distributed Optimization. 2017. https://arxiv.org/pdf/1710.06612.pdf
2. *Stonyakin F.S., Titov A.A.* One Mirror Descent Algorithm for Convex Constrained Optimization Problems with Non-Standard Growth Properties // CEUR Workshop Proceeding. 2098. P. 372–384. https://arxiv.org/pdf/1803.01329.pdf

УДК 519.865

Адаптация алгоритма зеркального спуска для работы в случайной среде с частичной информацией

***Д.Н. Шиян*[1], *А.В. Колногоров*[1]**

[1]Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

В работах [1] и [2] были рассмотрены различные модификации алгоритма зеркального спуска. В частности был рассмотрен базовый вариант алгоритма, его версия для групповой обработки данных и несколько вариантов оптимизаций для повышения эффективности алгоритма. Однако все эти алгоритмы создавались для случайной среды, о распределении вероятностей выигрыша в которой было ничего не известно. Предположим, что среда сообщает вероятность выигрыша при выборе одного из действий (напомним, что рассматривается двухальтернативная среда). При этом не известно худшее это или лучшее действие. В этой ситуации необходимо построить работу алгоритма таким образом, чтобы постараться использовать новую информацию и повысить эффективность алгоритма.

Итак, пусть есть некоторая случайная среда, в которой $X=\{1,2\}$ — это множество доступных действий. В каждый момент времени $t=1,2,\ldots,$ можно выбрать только одно из доступных действий $x_t\in X$ и получить либо 1, либо 0. Основная задача – максимизация дохода за фиксированный промежуток времени, при условии, что известна одна из вероятностей выигрыша. Распределение вероятностей при этом неизменно в процессе управления.

Вводится функция потерь $L_T=\max(\rho_1,\rho_2)\cdot T-\eta_T$, где η_T — общий полученный доход за время T, ρ_1,ρ_2 — вероятности выигрыша при выборе первого и второго действия соответственно, ρ_k – известная вероятность, $k=1,2$ — номер известной вероятности. Вероятности выигрыша при моделировании имеют следующее распределение: $\bar{\rho}=(\rho_1;\rho_2)=(\rho+d\sqrt{D/T};\rho-d\sqrt{D/T})$, где ρ — некоторая фиксированная вероятность, $D=0.25$ – максимальная возможная дисперсия, T — горизонт управления, d — параметр, характеризующий величину различия между

вероятностями.

При моделировании используются значения нормализованной функции потерь, которая определена как $L'_T(\beta_0,\rho,d)=(DT)^{-1/2}L_T(\beta_0,\rho,d)$, где $\beta_0>0$ настраиваемый параметр алгоритма.

Рассмотрим модификацию для среды с частичной информацией на примере базового варианта алгоритма (Алгоритм 1) из [1] и назовем его Алгоритм 1*.

Введем вектор вероятностей $\bar{p}_n=(p_1;p_2)$, $p_1,p_2>0$ и $p_1+p_2=1$, $\bar{p}_0=(0.5;0.5)$, двойственный вектор $\bar{\zeta}_n=(\zeta_1;\zeta_2)$, $\bar{\zeta}_0=(0;0)$ и вектор стохастического градиента $\bar{u}_n=(u_1;u_2)$. Теперь Алгоритм 1* можно записать в следующей форме:

Алгоритм 1*

Для всех *n* от 1 до *N* выполняем следующие действия:

1) выбираем действие y_n, по вектору $\bar{p}_{n-1}$: $P(y_n=l)=p_{n-1}^{(l)},\ l=1,2$;
2) рассчитываем доход $\xi_n:\left\{\begin{matrix}P(\xi_n=1\,|\,y_n=l)=\rho_l\\ P(\xi_n=0\,|\,y_n=l)=1-\rho_l\end{matrix}\right\},\ при\ y_n\neq k\Big\},\ \{\xi_n=\rho_k,\ при\ y_n=k\}$;
3) вычисляем стохастический градиент $\bar{u}_n(\bar{p}_{n-1})$:
$$\bar{u}_n(\bar{p}_{n-1})=\left\{\left(\frac{1-\xi_n}{p_{n-1}^{(1)}};0\right),\ при\ y_n=1,\right\},\left\{\left(0;\frac{1-\xi_n}{p_{n-1}^{(2)}}\right),\ при\ y_n=2\right\};$$
4) обновляем вектора $\bar{\zeta}_n$ и $\bar{p}_n$: $\bar{\zeta}_n=\bar{\zeta}_{n-1}+\bar{u}_n(\bar{p}_{n-1}),\ \bar{p}_n=\bar{G}_{\beta_n}(\bar{\zeta}_n),$ где $\beta_n=\beta_0\sqrt{D(n+1)}=\beta_0\cdot 0.5\sqrt{n+1}$, $\bar{G}_\beta$ – распределение Гиббса.

Основное отличие Алгоритма 1* от Алгоритма 1 заключается в подходе к рассчету дохода. В среде с частичной информацией не моделируется получение дохода для известного действия, в этом случае просто полагается $\xi_n=\rho_k$.

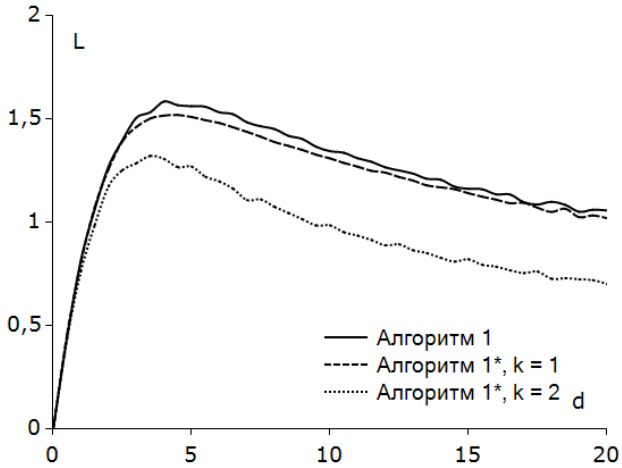


Рис. 1. Сравнение Алгоритма 1 и Алгоритма 1* при *N* = 64000

На рис. 1. приведен график L'_T при $N=64000,\ \rho=0.5$ и $\beta_0=2.25$. Алгоритм 1* демонстрирует снижение потерь как при *k* = 2 (случай известного худшего действия), так и при *k* = 1. Стоит отметить, что для алгоритма предпочтительнее знать худшее действие, в этом случае наблюдается наибольшее снижение потерь.

Аналогичной модификации были подвергнуты Алгоритм 2 (вариант для групповой обработки данных) и Алгоритм 3 (комбинированный вариант Алгоритма 1 и Алгоритма 2), представленные в [1].

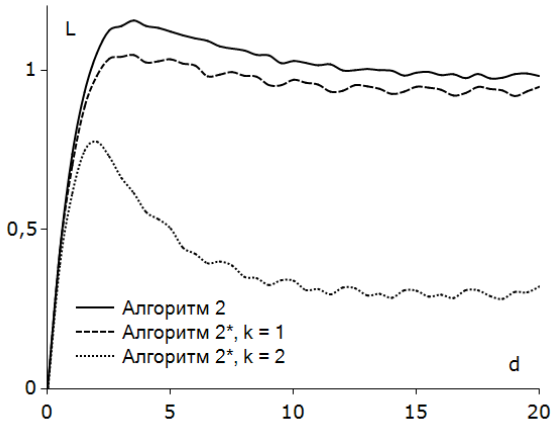


Рис. 2. Сравнение Алгоритма 2 и Алгоритма 2* при N = 100 000, группы по 500

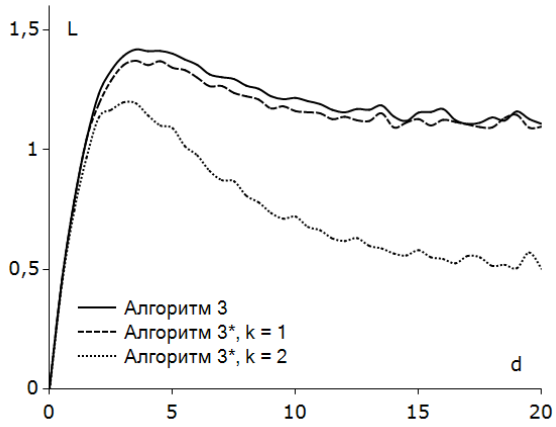


Рис. 3. Сравнение Алгоритма 3 и Алгоритма 3* при N = 100 000, группы по 2000

На рис.2. и рис.3. представлены результаты модификации для Алгоритма 2 ($N = 100\,000$, $M = 500$, $\rho = 0.5$ и $\beta_0 = 1.55$) и Алгоритма 3 ($N = 100\,000$, $M = 2000$, $\rho = 0.5$, $\beta_0 = 2.5$ и $\alpha = 0.05$) соответственно. На основании полученных результатов можно сделать вывод, что разработанная модификация позволяет использовать дополнительную информацию о среде и повысить эффективность работы алгоритма.

Литература

1. *Шиян Д.Н., Колногоров А.В.* Применение алгоритма зеркального спуска для групповой обработки данных в случайной среде // Труды 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ «Прикладная математика и информатика». 2017. С. 20–22.
2. *Колногоров А.В., Шиян Д.Н.* Оптимизация алгоритма зеркального спуска для групповой обработки данных // Вестник НовГУ. 2017. № 6(104). С. 55–60.

УДК 519.8

One method for convex optimization problems with non-smooth strongly convex constraint

***A. Ivanova*[1], *A. Titov*[1], *A. Gasnikov*[1], *F. Stonyakin*[1,2], *M. Alkousa*[1]**

[1]Moscow Institute of Physics and Technology
[2]V.I. Vernadsky Crimean Federal University

Many inverse problems lead us to consider ill-posed problems with functional constraints. From the point of view of the numerical method, in general case, it is impossible to achieve the convergence in the argument for such class of problems.

According to the [1] (see task 5.6) we consider some special class of constraint optimization problems for which, under certain conditions, it is sufficient to regularize only the restriction. In the general case, the objective functional is not strongly convex and smooth.

Our report is devoted to a special approach for convex minimization problem with some non-smooth strongly convex inequality constraint, which turns into the equality at the exact solution point. Taking into account the strong convexity of the constraint, we show that the problem of the considered class can be solved in linear time with a given accuracy. In case of a large number of strongly convex non-smooth constraints, we can consider one max-type constraint, which will also be strongly convex. It allows us to use the proposed method for problems with many restrictions.

Литература

1. *Gasnikov A.* Universal gradient descent // arXiv preprint:1711.00394.
2. *Ivanova A., Gasnikov A., Nurminsky E., Vorontsova E.* Walrasian equilibrium and centralized distributed optimization on the example of resource allocation problem // arXiv preprint:1806.09071.

УДК 519.688

Безградиентные методы для определения минимума энергии сложных молекул

Д.В. Макаренко

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В целях проведения эффективной лекарственной терапии существует необходимость создания искусственных биологических молекул, соответствующих требуемым свойствам. Обеспечение возможности рационального дизайна таких молекул, а также предсказание их свойств без проведения реального биологического эксперимента, является одной из важнейших целей современной вычислительной биологии.

С целью нахождения взаимного положения всех атомов в молекуле, соответствующего состоянию биологического объекта в природе, рассматривают оптимизацию геометрии исследуемого объекта. Известно, что в природе структура белка не соответствует глобальному минимуму потенциальной энергии, что приводит к идее нахождения локально близкой геометрии, соответствующей меньшей энергии.

Типичная молекула белка состоит из нескольких десятков или сотен аминокислот, в свою очередь, каждая аминокислота состоит из двух десятков атомов. Рассмотрим число атомов в рассматриваемом белке n ($n \sim 10^3$). Каждый атом имеет три пространственные координаты $\{x_k, y_k, z_k\}$. Далее мы будем работать в этом координатном пространстве. Формальная постановка задачи поиска минимальной энергии:

$$E(x) \to \min_{x \in R^n}.$$

Оптимизируемый функционал энергии, в соответствии с моделью OPLS Force field, [1] может быть представлен в виде $E = E_{bonds} + E_{angles} + E_{dihedrals} + \underbrace{E_{elst} + E_{vdw}}_{E_{nonbonded}}$, где

$$E_{bonds} = \sum_{\substack{\text{между атомами } i \text{ и } j \\ \text{есть хим. связь}}} K_r^{ij} \cdot \left(r_{ij} - r_{ij}^0\right)^2,$$

r_{ij} – расстояние между i-м и j-м атомами, r_{ij}^0 – равновесное значение этого расстояния;

$$E_{angles} = \sum_{\substack{\text{между атомами } i \text{ и } j, \\ j \text{ и } k \text{ есть хим. связи}}} K_\theta^{ijk} \cdot \left(\theta_{ijk} - \theta_{ijk}^0\right)^2,$$

θ_{ijk} – угол, образованный векторами (i, j) и (j, k), т. е. между векторами, выходящими из j-го атома в i-й и k-й атомы, θ_{ijk}^0 – равновесное значение этого угла;

$$E_{dihedrals} = \sum_{\substack{\text{между атомами } i \text{ и } j, \\ j \text{ и } k,\ k \text{ и } l \text{ есть хим. связи}}} \frac{1}{2}(V_1(1+\cos(\varphi)) + V_2(1-\cos(2\varphi)) + V_3(1+\cos(3\varphi)) + V_4(1-\cos(4\varphi))),$$

ϕ – двугранный угол между плоскостями, образованными парами векторов $\{(i, j), (j, k)\}$ и $\{(j, k), (k, l)\}$, V_1, V_2, V_3, V_4 – табличные параметры модели OPLS;

$$E_{elst} = \sum_{i<j} \frac{C_{elst}^{ij} f^{ij}}{r_{ij}},$$

– потенциал кулоновского взаимодействия атомов друг с другом, $f^{ij} = 0$, если расстояние между атомами i и j — одна или две связи, $f^{ij} = 0.5$, если расстояние — три связи, $f^{ij} = 1$, если больше, чем три связи;

$$E_{vdw} = \sum_{i<j} \left(\frac{C_{vdw,1}^{ij}}{r_{ij}^{12}} - \frac{C_{vdw,2}^{ij}}{r_{ij}^{6}} \right) f_{ij},$$

– потенциал ван-дер-ваальсовского взаимодействия атомов друг с другом.

Заметим, что задача является существенно невыпуклой. Оптимизируемый функционал является гладким, однако константа Липшица может иметь значительную величину. Но в таком случае для минимизации функционала использование градиентных методов будет затруднительно. Таким образом, для решения данной задачи безусловной оптимизации стоит рассмотреть класс безградиентных методов. В данной работе был исследован метод покоординатного спуска с регулировкой длины шага [3, 5].

На каждой итерации атом движется по направлению координатного орта. Предполагается локальная гладкость, в рамках которой функция энергии экстраполируется параболой вдоль каждого орта. Из полученных точек минимума на каждой из осей происходит выбор той, что соответствует минимуму энергии.

Результатом работы является сравнительный анализ двух методов — адаптивного градиентного спуска и предложенного метода.

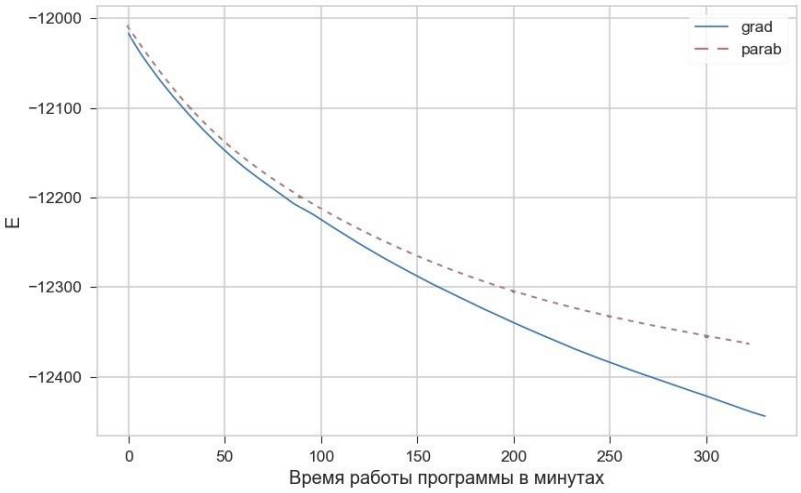


Рис. 4

На рис. 1 приведен типичный случай сравнения эффективности двух указанных методов. В результате анализа времени сходимости был сделан вывод об одинаковом порядке скорости сходимости.

Автор выражает благодарность за помощь и руководство Гасникову Александру Владимировичу.

Литература

1. https://en.wikipedia.org/wiki/OPLS
2. *Жмуров А.А., Барсегов В.А.* Моделирование биологических систем на GPU. М.: МФТИ, 2013.
3. *Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г.* Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991.
4. *Canutescu A.A., Dunbrack R.L.* Cyclic coordinate descent: A robotic algorithm for protein loop closure // Protein Sci. 2003. V. 12(5). P. 963–972.
5. *Nocedal J., Wright S.* Numerical optimization. Springer, 2006.

УДК 519.863

Общая схема получения оценок скорости сходимости в случае сильно выпуклых функций

А.Д. Агафонов[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассмотрена задача выпуклой оптимизации: $f(x) \to \min\limits_{x \in Q}$. (1)

Вводится понятие (δ, L, μ)-модели функции *f(x)*, которое можно рассматривать, как сужение

определения (δ, L)-модели из §3[1] на случай μ-сильно выпуклых функций. А именно: в работе говорится, что имеется (δ, L, μ)-модель сильно выпуклой (с константой μ) функции $\mu V(x,y) \le f(y) - (f_\delta(x) + \psi_\delta(y,x)) \le LV(x,y) + \delta$ в точке x (относительно используемого прокса), если для любого y верно

$$\mu V(x,y) \le f(y) - (f_\delta(x) + \psi_\delta(y,x)) \le LV(x,y) + \delta, \qquad (2)$$

где $V(x,y)$ — дивергенция Брэгмана, $\psi_\delta(x,y)$ — выпуклая по y функция, $\psi_\delta(x,x) = 0$, $\delta > 0$.

Рассматривается метод решения задачи (1) аналогичный §3 [1]:

$$x^{k+1} = arg_{\tilde{\delta}} \min_{x \in Q} \underbrace{\{\psi_\delta(x, x^k) + \frac{1}{h} V(x, x^k)\}}_{\Psi(x, x^k)}. \qquad (3)$$

У этого метода есть важное свойство: он никак не зависит от константы μ. Таким образом, метод (3) для (δ, L, μ)-модели выглядит точно так же, как и метод из §3[1] для (δ, L)-модели.

В данной работе считается, что задача (3) решается не точно, а только лишь в следующем смысле:

$$\langle \nabla_{x^{k+1}} \Psi(x^{k+1}, x^k), x^{k+1} - x^* \rangle \le \tilde{\delta}, \qquad (4)$$

где $\tilde{\delta} > 0$.

В работе была получена оценка скорости сходимости метода (3) для μ-сильно выпуклых функций в смысле (2) при выборе $h = \frac{1}{L}$:

$$f(y_{k+1}) - f(x^*) \le LR^2 \exp - (k+1)\frac{\mu}{L} + \delta + \tilde{\delta}, \qquad (5)$$

где $R^2 = V(x_0, x^*)$ и $y_k = argmin_{x_1, x_2, \ldots, x_{k+1}} f(x_i)$.

Отмечается, что метод (3) работает для сильно выпуклых функций быстрее, чем для несильно выпуклых. Скорость сходимости метода (3) на выпуклых функциях возьмем из §3 [1]:

$$f(y_{k+1}) - f(x^*) \le \frac{LR^2}{k+1} + 2\delta + \tilde{\delta}. \qquad (6)$$

Литература

1. *Гасников А.В.* Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: учебное пособие. Изд. 2-е, доп. М.: МФТИ, 2018. 181с. ISBN 978-5-7417-0667-1.
2. *Devolder O.* [*et al.*]. First-order methods with inexact oracle: the strongly convex case // CORE Discussion Papers. 2013. Т. 2013016.

УДК 519.853.62

Сравнение вариаций метода линейного каплинга

***Д.О. Селиханович*[1,2], *Д. М. Меркулов*[3,1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
[3]Сколковский институт науки и технологий

В настоящее время эффективные реализации численных методов оптимизации играют ключевую роль в развитии приложений для таких областей, как машинное обучение, искусственный интеллект, компьютерное зрение. В работе сравниваются методы линейного каплинга и APDLSGD в приложении к решению задачи квадратичного программирования, предложенные в работах [1] и [2] соответственно. Моделирование работы алгоритмов проводилось на примере задачи

квадратичного программирования: $\min_{x\in\mathbb{R}^n} f(x),\ f(x)=\frac{1}{2}\langle Ax,x,\rangle-\langle b,x\rangle$ с положительно определённой симметричной матрицей A, рассмотренной в п. 1) упражнения 1.3 пособия [3] и предложенной Ю. Е. Нестеровым [4].

Целью первой части работы было исследование зависимости времени работы алгоритма APDLSGD от точности решения ε вспомогательных задач одномерной минимизации, возникающих на каждой итерации алгоритма (рис.1, $\varepsilon=10^{-2},10^{-3},10^{-4}$). В обоих вспомогательных подзадачах одномерная минимизация по отрезку проводилась при помощи метода золотого сечения с параметром точности сходимости по аргументу ε. Вспомогательная одномерная минимизация на каждой итерации на полупрямой $h\geq 0$ выполнялась следующим образом: фиксировалась стартовая точка $start>0$, после чего полагалось $start\leftarrow 2\cdot start$ до тех пор, пока выполнено неравенство $f(start)\geq f(2\cdot start)$ и число указанных шагов не превышает фиксированной величины $steps$. Затем проводилась одномерная минимизация на отрезке $[0,2\cdot start]$. Параметры рассматриваемой задачи следующие: $size=1000$ – размер матрицы A; $L=10$ – константа в определении матрицы A и вектора b, следуя пособию [3]; $x^0=0$ – стартовая точка для алгоритма APDLSGD; $start=10^{-4}$; $steps=50$. Рисунок 1 показывает, что совсем необязательно очень точно решать вспомогательные задачи одномерной минимизации, как и обсуждается в статье [2]. Однако очень большие значения ε могут стать причиной расхождения метода в данной задаче в окрестности оптимума из-за того, что в окрестности оптимума величина градиентного шага становится соизмеримой с точностью решения задачи одномерной минимизации.

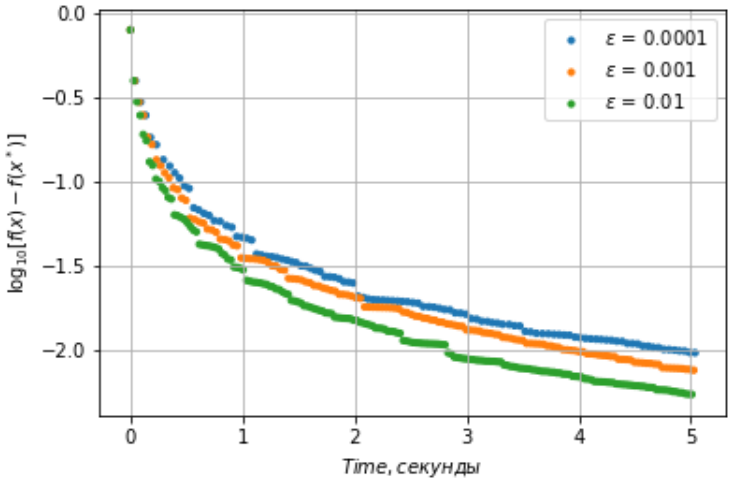


Рис. 1. Зависимость $\log_{10}[f(x)-f(x^*)]$ от времени для алгоритма APDLSGD

Вторая часть работы посвящена сравнению работы алгоритмов APDLSGD и линейного каплинга по времени и итерациям на задаче, описанной выше, с параметром $\varepsilon=10^{-2}$ для алгоритма APDLSGD. Указанное сравнение можно наблюдать на рис. 2 и рис. 3. Видно, что алгоритм линейного каплинга на данной задаче хуже работает по итерациям, но за счёт дорогой стоимости итерации метода APDLSGD работает лучше по времени. Как и на рис. 1, по оси y отложен логарифм величины $f(x)-f(x^*)$.

Авторы выражают благодарность Гасникову Александру Владимировичу за предоставленные идею и помощь в проведении исследований и оказанные обсуждения результатов.

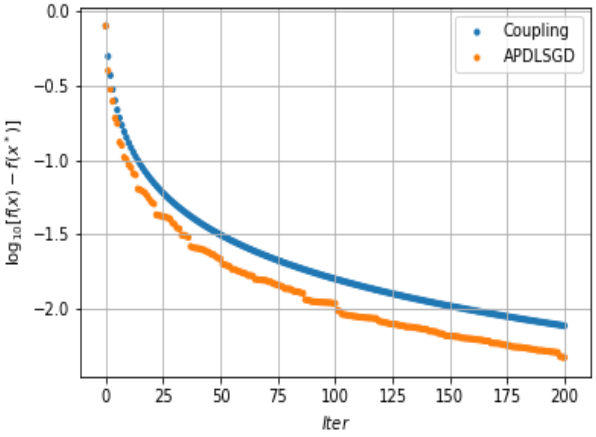


Рис. 2. Сравнение скорости сходимости по итерациям алгоритмов линейного каплинга и APDLSGD

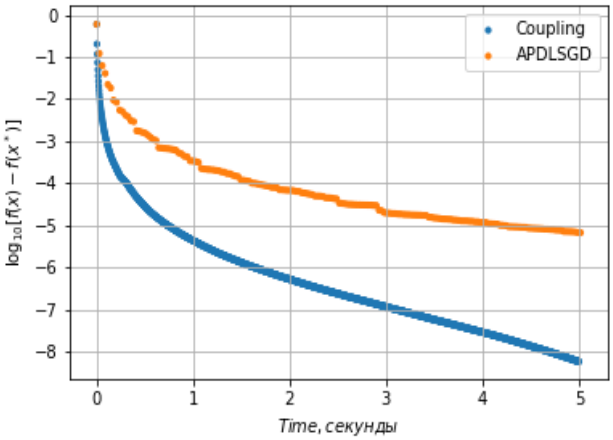


Рис. 3. Сравнение скорости сходимости по времени алгоритмов линейного каплинга и APDLSGD

Литература

1. *Allen-Zhu Z., Orecchia L.* Linear Coupling: An Ultimate Unification of Gradient and Mirror Descent // https://arxiv.org/pdf/1407.1537v4.pdf.
2. *Nesterov Y., Gasnikov A., Guminov S., Dvurechensky P.* Primal-dual accelerated gradient descent with line search for convex and nonconvex optimization problems // https://arxiv.org/pdf/1809.05895.pdf.
3. *Гасников А.В.* Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: учебное пособие. Изд. 2-е, доп. М.: МФТИ, 2018. 181 с.
4. *Нестеров Ю.Е.* Введение в выпуклую оптимизацию. М.: МЦНМО, 2010.

УДК 533.922

Решение задачи Томсона различными модификациями градиентного спуска

***Э.Т. Зайнулина*[1], *Д.М.Меркулов*[2,1]**

[1] Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2] Сколковский институт науки и технологий

Задача Томсона состоит в том, чтобы определить такое расположение электрических зарядов на единичной сфере, действующих друг на друга в соответствии с законом Кулона, которое доставляет минимум потенциальной энергии системы. Данная задача является одной из восемнадцати нерешенных проблем Смейла [1].

Тем не менее, задача Томсона имеет аналитическое решение в случае размерностей, равных 2, 3, 4, 5, 6, 12. В случае размерности 2 решением будет конфигурация электронов, образующая правильные многоугольники. В случае размерности 3 для 2 зарядов – диаметрально противоположные точки, 3 зарядов – равносторонний треугольник, 4 зарядов – правильный тетраэдр, 5 зарядов – треугольная бипирамида, 6 зарядов – правильный октаэдр, 12 зарядов – правильный икосаэдр [2, 3]. Для большего числа зарядов (до 972) существует только численное решение [4].

Аналогичная задача может быть поставлена в пространствах больших размерностей или пространствах с неевклидовой геометрией. В этом случае аналитическое решение существует для следующих пространств: размерности 8 с 240 зарядами (конструкция Коркина–Золотарева [5]), размерности 24 с 196 560 зарядами (решетка Лича [2]) и произвольной размерности D с числом зарядов, равным $D+1$ (симплекс) и $2D$ (вершины октаэдра) [2].

В данной работе будут рассмотрены способы численного решения задачи Томсона с помощью градиентного спуска.

Решением задачи Томсона будет являться конфигурация N электронов на сфере единичного радиуса, доставляющая глобальный минимум потенциальной энергии системы. Энергия электростатического взаимодействия, возникающая между каждой парой электронов равного заряда ($e_i = e_j = e$), задается законом Кулона:

$$U_{ij} = k_e \frac{e_i e_j}{r_{ij}}.$$

Следовательно, задача может быть сведена к следующей задаче оптимизации:

минимизировать $\sum_{i \neq j}^{N} \frac{1}{x_i - x_j}$ при ограничениях $x_i \in \mathbb{R}^D, x_i = 1, 1 \le i \le N$.

Полученная задача условной оптимизации не является выпуклой, так как несмотря на то, что целевая функция выпуклая, множество таковым не является. Это вызывает проблемы в поиске глобального минимума функции. С увеличением числа зарядов число метастабильных состояний, т. е. локальных минимумов, возрастает экспоненциально [6].

Для решения задачи Томсона были использованы метод проекции градиента (GD) и 2 его модификации. Первой модификацией (SGD) является то, что при спуске используется не все заряды, а какая-то случайно выбранная подвыборка, составляющая долю p от всей выборки. Шаг алгоритма в этом случае должен вычисляться значительно быстрее, если на вход подано большое число зарядов. Вторая модификация (OGD) работает с одним зарядом. На каждом шаге алгоритма находится заряд, на который действует наибольшая сила Кулона со стороны остальных зарядов, и под действием этой силы перемещается так, чтобы уменьшить потенциальную энергию взаимодействия. Если при этом потенциальная энергия не уменьшается, то тогда дополнительно случайным образом выбирается еще один заряд и смещается.

Все три алгоритма смогли найти правильные расположения зарядов и минимальные значения энергии, которые совпадают с уже найденными значениями [3]. В ходе экспериментов было проведено сравнение скорости сходимости работы алгоритмов GD и SGD на зарядах от 2 до 30 при значениях $p = 0.1, 0.5, 0.8$ (рис. 1, 2). GD и SGD с $p \le 0.5$ показали сравнительно хорошую скорость сходимости. Также были сравнены скорости сходимости работы уже упомянутых алгоритмов и OGD на зарядах от 2 до 20 (рис. 3, 4). При всех значения числа зарядов OGD по скорости сходимости и по времени работы показал себя хуже всех.

Так как результаты работы алгоритмов SGD с $p \le 0.5$ и GD совпадают с доказанными расположениями зарядов и для остальных случаев с численно полученными значениями потенциальной энергии, и они имеют сравнительно хорошую скорость сходимости и время работы, то, учитывая, что при написании этих алгоритмов не использовалось знание определенной размерности пространства и слабо учитывался вид метрики для определения расстояния, эти алгоритмы могут быть использованы для произвольной размерности пространства, а также при определенной модификации функции, вычисляющей градиент, распространены на случай расположения зарядов не на сфере, а на кубе или тороиде. Также возможно комбинирование с некоторыми методами глобальной оптимизации для учета локальных минимумов.

С кодом и результатами экспериментов можно ознакомиться на GitHub [7].

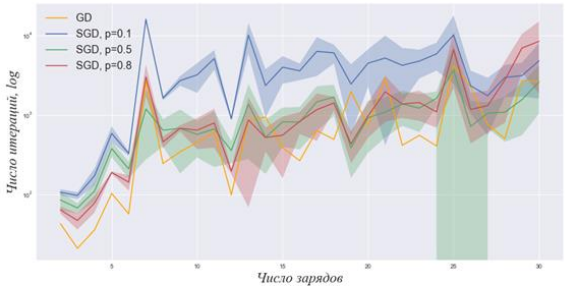


Рис. 1. Зависимость скорости сходимости алгоритмов SGD и GD от числа зарядов на сфере

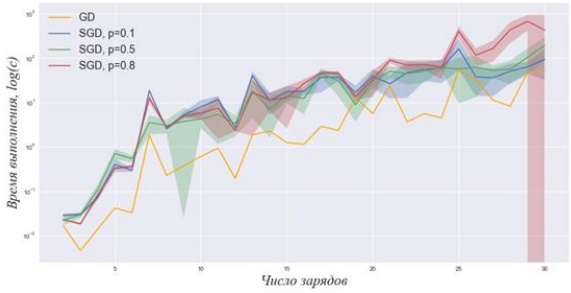


Рис. 2. Зависимость времени работы алгоритмов SGD и GD от числа зарядов на сфере

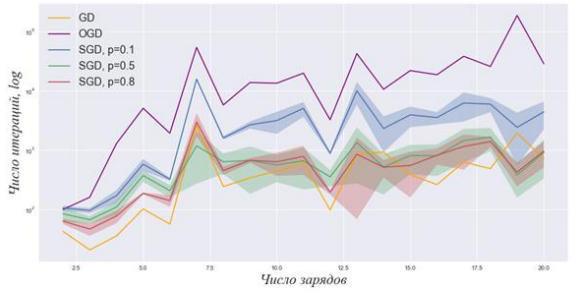


Рис. 3. Зависимость скорости сходимости алгоритмов SGD, GD и OGD от числа зарядов

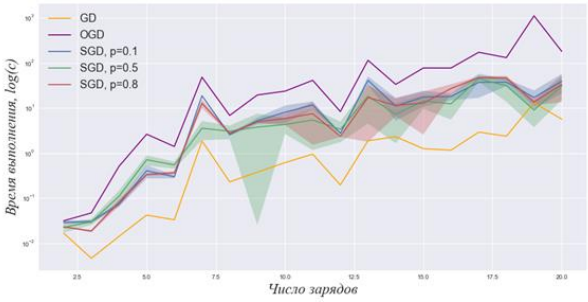


Рис. 4. Зависимость времени работы алгоритмов SGD, GD и OGD от числа зарядов

Литература

1. *https://ru.wikipedia.org/wiki/Проблемы_Смейла*
2. *Андреев Н.Н., Юдин В.А.* Экстремальные расположения точек на сфере // Матем. просв. сер. 3. М: МЦНМО. 1997 С. 115–125.
3. *Schwartz R.E.* The 5-electron case of Thomson's Problem // Experiment. Math. 2013. N 22 (2). P 157–186.
4. *http://www-wales.ch.cam.ac.uk/~wales/CCD/Thomson/table.html*
5. *Колушов А.В., Юдин В.А.* О конструкции Коркина-Золотарева // Дискрет. матем. 1994. № 6:1. С. 155-157.
6. *Erber T., Hockney G.* Equilibrium configurations of N equal charges on a sphere // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1991. N 24. L1369.
7. *https://github.com/Elvira-Zainulina/Thomsons_problem*

УДК 51-76

Оптимизация радиационного облучения раковых опухолей с помощью методов линейного программирования

***Е.А. Киселева*[1], *Д.М. Меркулов*[2,1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Сколковский институт науки и технологий

Более половины из этих больных будут лечиться с помощью радиации в какой-то момент течения их болезни. На основе статьи, используя подходы линейного программирования, мы постараемся оптимизировать облучение опухоли и уменьшить ее для здоровых тканей.

Мы представляем сечение тела как белый круг, опухоль как область красного цвета и чувствительную область, которая не может быть облучена, например спинной мозг, как область зеленого цвета (рис. 1).

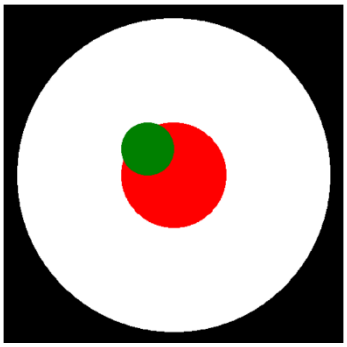


Рис. 1. Модель снимка МРТ

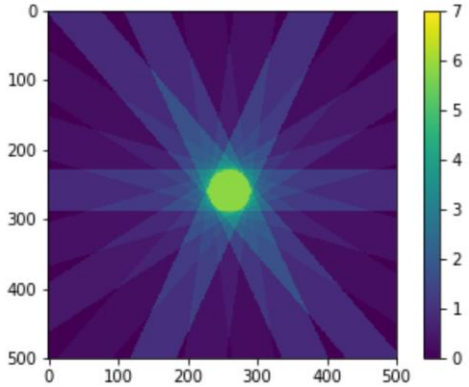


Рис. 2. Модель радиационного излучения

Излучение происходит с помощью N ламп заданной ширины (рис. 2). На каждом пикселе, интенсивность облучения суммируется по нескольким пучкам. Изменяя интенсивность каждого из них, можно получить различное облучение каждой области тела.

Задача линейного программирования, поставленная для этой проблемы:

$$min \sum_{(k,l)\in N} D_{kl} + \Theta \sum_{(k,l)\in R} D_{kl} \,,$$

$$D_{kl} = \sum_{p=1}^{n} w_p D_{i\ j}^{p} \quad \forall (i,j) \,,$$

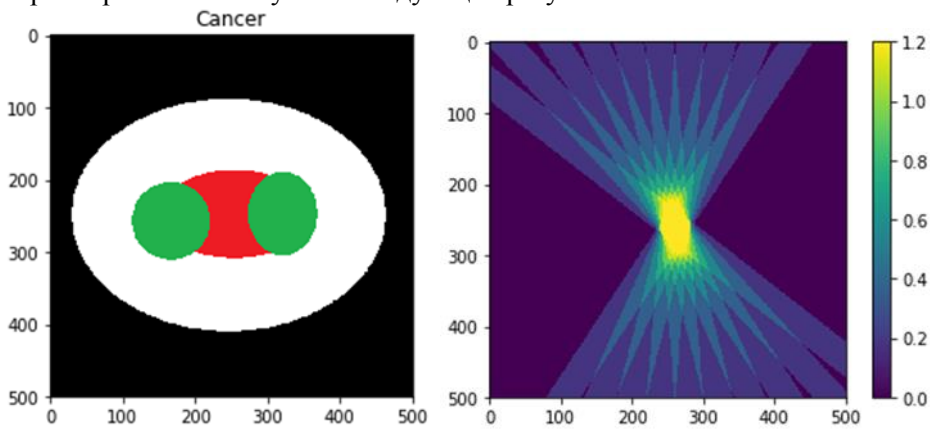
$$w_m \le \frac{\alpha}{n} \sum_{p=1}^{1} w_p, \;\; m = 1, 2, \ldots, n \,,$$

$$w_p > 0 \,,$$

$$\gamma_l \le D_k l \le \gamma_u \quad \forall (k,l) \in T \,,$$

здесь D^p_{ij} – доза, получаемая от луча p точкой (i, j); w_p– интенсивность луча; T - область локализации опухоли; n – количество лучей; γ_i и γ_j – нижняя и верхняя границы дозы излучения, получаемого опухолью; R – область риска распространения опухоли; N – область здоровой ткани и Θ – весовой коэффициент (отношение опасности заражения области риска и повреждения здоровой ткани). Параметры, выбранные для задачи: размер изображения 500×500 пикселей, m = 40 – ширина луча, n = 19 – количество лучей, Θ = 0.8 – выбранный экспертом параметр, α = 2.4.

Для решения задачи использовался метод линейного программирования – симплекс метод. Для данных параметров были получены следующие результаты.



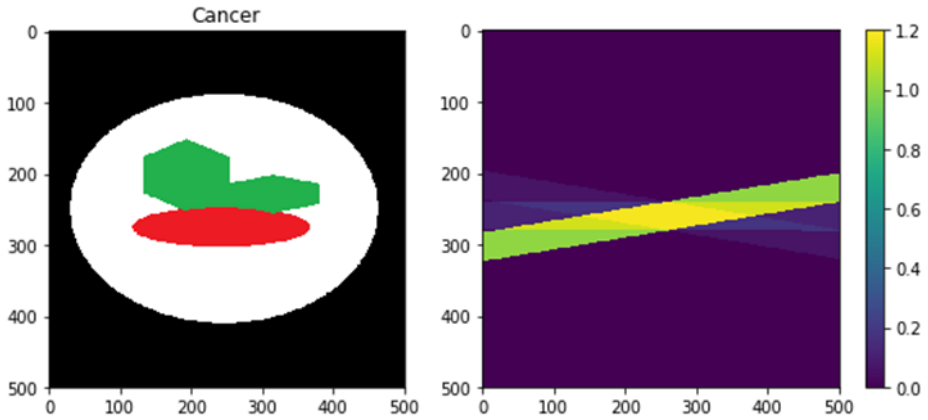


Рис. 3. Полученные результаты

Выводы: два основных преимущества использования подхода линейного программирования к оптимизации планирования лечения - это его скорость и легкость формулирования. Недостатком является отсутствие гибкости. Метод может оптимизировать только функции и ограничения, которые являются линейными. При ограничении в формулировке линейного программирования, врач не всегда сможет достичь приемлемого результата.

Литература

1. Реализация алгоритма: u.to/TqXEEw.
2. *Mackie T.R., Olivera G.H., Ferris M.C., Shepard D.M.* Optimizing the Delivery of Radiation Therapy to Cancer Patients // SIAM REVIEW. 1998. V. 41. N 4. P. 721–744.
3. *Romeijn H.E., Ahuja R.K., Dempsey J.F., Kumar A., Li J.G.* A novel linear programming approach to fluence map optimization for intensity modulated radiation therapy treatment planning // Physics in Medicine and Biology. 2003. V. 48(21). P. 3521–3542. doi:10.1088/0031-9155/48/21/005.
4. *Zhang Y., Merritt M.* Fluence Map Optimization in IMRT Cancer Treatment Planning and A Geometric Approach // Nonconvex Optimization and Its Applications. P. 205–227. doi:10.1007/0-387-29550-x_8.
5. *Ghandour S., Cosinschi A., Mazouni Z., Pachoud M., Matzinger O.* Optimization of stereotactic body radiotherapy treatment planning using a multicriteria optimization algorithm // Zeitschrift Für Medizinische Physik. 2016. V. 26(4). P. 362–370. doi:10.1016/j.zemedi.2016.04.001.

УДК 519.6

Штрафные, барьерные, квазибарьерные функции и функции, обратные к ним

***А.В. Чернов*[1,2], *А.Г. Бирюков*[1,2], *Ю.Г. Чернова*[3], *Ю.И. Шароватова*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации
[3]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Рассмотрены методы внешних штрафных функций (ШФ), внутренних ШФ и квазибарьерных функций (КБФ) для решения задач математического программирования (1):

$$f(x) \to \min_{x \in G}; \quad G = \{x \in R^n : \varphi(x) \le 0_m; h(x) = 0_l\}. \qquad (1)$$

Здесь $f : R^n \to R$ – целевая функция задачи, $\varphi : R^n \to R^m$ и $h : R^n \to R^l$ – вектор-функции, определяющие допустимое множество задачи. Функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ дифференцируемые, а функция $h(x)$ непрерывно дифференцируема на R^n.

Рассмотрим вспомогательную задачу с параметром $\tau > 0$:

$$F(\tau, x) \to \min_{x \in R^n}; \quad F(\tau, x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} P_i(\tau, \varphi_i(x)) + \sum_{j=1}^{l} P_{m+j}(\tau, h_j(x)). \qquad (2)$$

Методы штрафных функций и барьерных функций заключаются в решении задач (2) для последовательности значений параметра $\tau_k \to 0$. Причем, если x^* – решение задачи (1), а $x(\tau)$ – решение задачи (2), то $x^* = \lim\limits_{\tau\to 0} x(\tau)$. При этом функции $P_i(\tau, y)$, $i = \overline{1,m}$ могут быть внешними ШФ, внутренними ШФ или КБФ, а функции $P_{m+j}(\tau, y)$, $i = \overline{1,l}$ – внешние ШФ.

Отметим кратко основные свойства внешних и внутренних ШФ [1]:

- Для внешней ШФ $P(\tau, y)$:

$$P(\tau, y) = 0 \text{ или } \lim_{\tau\to 0+} P(\tau, y) = 0 \text{ при } y \le 0,$$
$$0 < P(\tau_1, y) < P(\tau_2, y) < +\infty \text{ при } y > 0 \text{ и } \tau_1 > \tau_2, \tag{3}$$
$$\lim_{\tau\to 0+} P(\tau, y) = +\infty \text{ при } y > 0.$$

- Для внутренней ШФ $P(\tau, y)$:

$$P(\tau_1, y) > P(\tau_2, y) > 0 \text{ при } y < 0 \text{ и } \tau_1 > \tau_2,$$
$$\lim_{\tau\to 0+} P(\tau, y) = 0 \text{ при } y < 0, \tag{4}$$
$$\lim_{\tau\to 0+} P(\tau, y) = +\infty \text{ при } y \ge 0.$$

Пусть J_{in} – некоторое множество индексов из $[1, m]$, $J_{ext} = [1, m] \setminus J_{in}$.

Введем множества:

- Множество $M_1 = \{x \in R^n : \varphi_i(x) \le 0, i \in J_{in}\}$. К ограничениям из этого множества применяются внутренние штрафные функции.
- Множество $M_2 = \{x \in R^n : \varphi_i(x) \le 0, i \in J_{ext}; h_j(x) = 0, j = \overline{1,l}\}$. К ограничениям во множестве M_2 применяются внешние штрафные функции.

Известна следующая теорема о сходимости метода ШФ:

Теорема 1 [1]. Пусть для задачи (1): функции $f(x)$, $\varphi(x)$ и $h(x)$ непрерывно дифференцируемы; существует x^* – решение задачи (1); для некоторого ε > 0 выполнено условие $\left|B_\varepsilon(x^*) \cap M_2 \cap \operatorname{int} M_1\right| > 0$; множество $G_1 = \{x \in G : f(x) \le f(x_0)\}$ – компакт при $x_0 \in G$; выполнены условия (3) и (4) для множеств M_1 и M_2. Тогда существует монотонно убывающая последовательность τ_k, $\lim\limits_{k\to\infty} \tau_k = 0$, и соответствующая ей последовательность $x(\tau_k)$ такая, что $x^* = \lim\limits_{k\to\infty} x(\tau_k)$

Рассмотрим теперь следующую задачу:

$$f(x) \to \min_{x\in G}; \quad G = \{x \in R^n : \varphi(x) \le 0_m\}. \tag{5}$$

Рассмотрим вспомогательную функцию для задачи (5) в виде

$$F(\tau, x) = f(x) - \tau \sum_{i=1}^{m} \left(-\varphi_i(x)\right)^\alpha, \ 0 < \alpha < 1, \ x \in G. \tag{6}$$

Теорема 2. Пусть для задачи (5): функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема; функция $\varphi(x)$ дифференцируема; множество G имеет непустую внутренность; существует x^* – решение задачи (5); при $x_0 \in G$ множество $G_1 = \{x \in G : F(\tau, x) \le F(\tau, x_0)\}$ – компакт. Тогда существует $x(\tau) = \arg\min\limits_{x\in G} F(\tau, x)$, причем $x^* = x(0)$ и $f(x^*) = F(0, x^*)$.

Следствие 1. Пусть задача (5) выпукла, существует её решение x^* и множество G_1 – компакт. Тогда справедливо утверждение теоремы 2.

Определение 1. Будем называть функцию $P(\tau, y)$, $y \in R^1$, *дифференциальным барьером* (ДБ) для задачи (1) с допустимым множеством G, если в точках $\bar{x}$ таких, что $\varphi_i(\bar{x}) = 0$, функция

$P(\tau, \varphi_i(x))$ недифференцируема по направлению $s \in T(\bar{x}, G)$.

Метод решения задачи (1), использующий функцию $F(\tau, x)$ с дифференциальным барьером $P(\tau, y)$ будем называть *методом дифференциальных барьеров* (МДБ).

Следствие 2. Теорема 2 и следствие 1 верны для энтропийного дифференциального барьера [2]:

$$P(\tau, y) = -\tau\ y \ln(-y). \qquad (7)$$

В работе [3] предложен метод гладких ШФ для решения гладкой задачи МП вида:

$$f(x) \to \min_{x \in G}; \quad G = \{x \in R^n : \varphi(x) \le 0_m; x \ge 0\}.$$

В этом методе, названном *методом обратных связей* (МОС), задача (7) сводится к решению системы нелинейных уравнений. При построении МОС исходная ШФ $P(\tau, y)$ функции $\varphi(x) \le 0$ последовательно подвергалась операциям дифференцирования $\partial P(\tau, y)/\partial y$; построения функции $R(\tau, y)$ обратной к $\partial P(\tau, y)/\partial y$ и интегрирования – $J(\tau, y) = \int R(\tau, y) dy$. При этом оказалось, что функции $\partial P(\tau, y)/\partial y$, $R(\tau, y)$ и $J(\tau, y)$ являлись, в свою очередь, ШФ, барьерными или квазибарьерными функциями.

Таким образом операции дифференцирования, интегрирования и определения обратных функций превращают штрафные, барьерные и квазибарьерные функции в одну из функций из указанных классов. Такое свойство позволяет находить новые ШФ и функции ДБ неизвестные ранее на практике, например, функцию (7). Кроме указанной последовательности преобразований функций из [3] можно строить и другие их последовательности, однако эта тема выходит за границы нашей работы.

Исследование, выполненное Черновым А.В., поддержано грантом РФФИ 18-31-00219.

Литература

1. *Полак Э.* Численные методы оптимизации. — М.: Мир, 1974.
2. *Попков Ю.С.* Теория макросистем: Равновесные модели. — М.: УРСС, 2013
3. *Умнов Е.А., Умнов А.Е.* Методы параметрической линеаризации, использующие штрафные функции со всюду обратимой производной для решения пар двойственных задач // Труды МФТИ. 2011. Т. 3. № 1.

УДК 533.922

Применение методов машинного обучения для анализа и модификации изображений человеческих лиц

***А.М. Меркулова*[1], *Д.М. Меркулов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Сколковский институт науки и технологий

В работе представлен метод крепления бороды к фотографии, основанный на определении ключевых точек лица. Метод включает в себя распознавание лица, определение «ключевых точек», математическую модель функции потерь, зависящую от положения изображения бороды на лице относительно «ключевых точек», процедуру оптимизации положения бороды.

Распознавание лица.

Используется метод под названием «Гистограмма ориентированных градиентов» (HOG). Чтобы найти лица в изображении, сначала изображение делается черно-белым. Затем рассматривается каждый пиксель в изображении по одному за раз. Необходимо нарисовать стрелку, показывающую, в каком направлении изображение становится темнее. Изображение раскладывается на небольшие квадраты по 16×16 пикселей. В каждом квадрате подсчитывается, сколько градиентов указывается в каждом главном направлении (сколько точек вверх, вверх, вправо, вправо и т. д.). Затем этот квадрат заменяется на изображении стрелками, которые были самыми сильными. Чтобы найти лица в этом изображении HOG, все что нужно сделать, — это найти часть изображения, которая выглядит наиболее похожей на известную модель HOG, которая была извлечена из множества других примеров.

Далее каждая картинка деформируется так, чтобы глаза и губы всегда находились в месте образца-модели на изображении. Для этого используется алгоритм, называемый оценкой ориентира лица. Основная идея заключается в том, что берется 68 конкретных точек (называемых *ориентирами*), которые существуют на каждом лице — на верхней части подбородка, внешнем крае каждого глаза, внутреннем крае каждой брови и т. д. Затем тренируется алгоритм машинного обучения, который сможет найти эти 68 конкретных точек на любом лице. Теперь, когда известно, где были глаза и рот, изображение просто вращается, масштабируется и сдвигается так, чтобы глаза и рот центрировались как можно лучше.

Нужен способ извлечь несколько основных измерений с каждого лица. Тогда можно было бы измерить неизвестное лицо таким же образом и найти известное лицо с самыми близкими измерениями. Например, можно измерить размер каждого уха, расстояние между глазами, длину носа и т. д. Решением является подготовка глубокой сверточной нейронной сети. Но вместо того, чтобы обучать сеть распознавать объекты изображений, она обучается генерации 128 измерений для каждого лица.

Остается найти человека в базе данных известных людей, которые имеют самые близкие измерения к нашему тестовому изображению. В работе используется простой линейный классификатор SVM. Нужно подготовить классификатор, который может принимать измерения из нового тестового изображения и сообщать, кто из известных людей является самым близким.

Рис. 1. Алгоритм крепления бороды. Ключевые точки

Алгоритм крепления бороды.

Ключевые точки заранее размечаются на бороде.

В рамках алгоритма крепления бороды её изображение подвергается аффинной трансформации с целью минимизировать расстояние между «ключевыми» точками бороды и лица. Описанное аффинное преобразование получается с помощью численной минимизации выпуклой функции потерь. Для обработанного изображения имеются точки и рамки, в которых необходимо поместить бороду. Оптимизирована следующая функция потерь:

$$\text{Loss} = \| B\,K\,A - F \|^2_F \to \min,$$

где $B = \begin{pmatrix} x_{b1} & y_{b1} \\ x_{b2} & y_{b2} \\ \dots & \end{pmatrix}$ – матрица с координатами ключевых точек бороды, $F = \begin{pmatrix} x_{f1} & y_{f1} \\ x_{f2} & y_{f2} \\ \dots & \end{pmatrix}$ – матрица с координатами ключевых точек лица, $A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$, α – угол поворота, $K = \begin{pmatrix} k_w & 0 \\ 0 & k_h \end{pmatrix}$, k_w, k_h – коэффициенты расширения по ширине и по высоте.

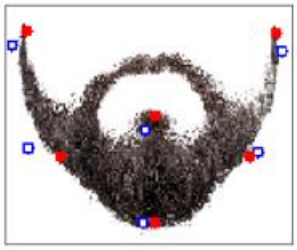


Рис. 2. Функция потерь — сумма квадратов расстояний между соответствующими точками лица и бороды.

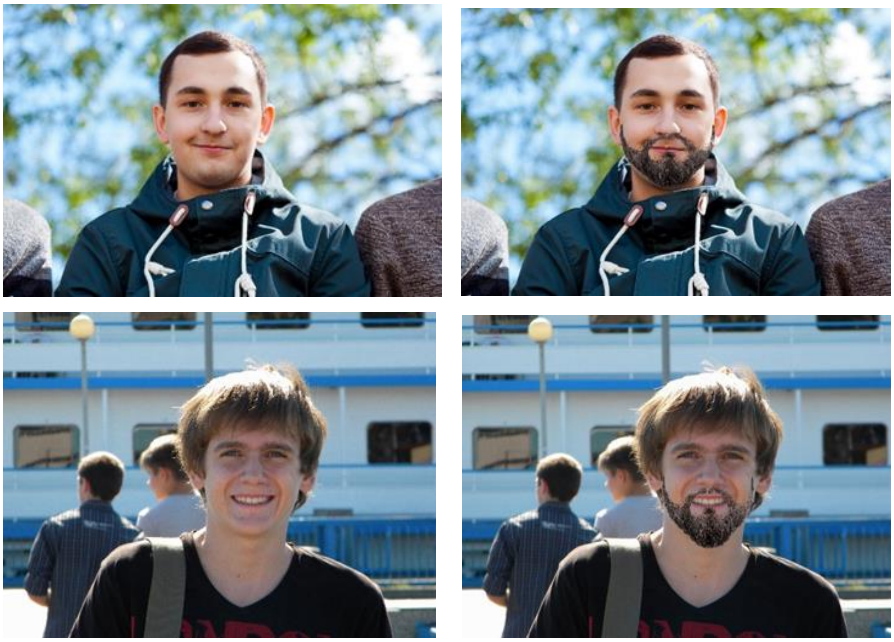


Рис.3. Полученные результаты

Литература

1. *Geitgey A.* Machine Learning is Fun! Part 4: Modern Face Recognition with Deep Learning. Medium.
2. *Schroff F., Kalenichenko D., Philbin J.* FaceNet: A Unified Embedding for Face Recognition and Clustering. Google Inc.
3. Код*:* https://colab.research.google.com/drive/1Zq8cmSkOpK11 \\ JhGitLesttTLDKheo1Aa

УДК 519.85

Модификация алгоритма зеркального спуска для онлайн-поставновки задач выпуклой оптимизации с функциональными ограничениями

***А.А. Титов*[1], *Ф.С. Стонякин*[1,2], *М.С. Алкуса*[1]**

[1] Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2] Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского

Предположим, что N выпуклых липшицевых негладких функционалов $f_i(x)$ заданы на замкнутом подмножестве n-мерного векторного пространства. Рассмотрим задачу минимизации среднего арифметического данных функционалов с одним выпуклым липшицевым ограничением:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i(x) \to \min_{x\in Q}, \qquad s.t. \quad g(x) \le 0, \tag{1}$$

при условии, что (суб)градиент $\nabla f_i(x)$ можно вычислять всего один раз.

Липшицевость функционалов означает выполнение следующих неравенств:

$$\left|g(x)-g(y)\right| \le M\left\|x-y\right\|,$$
$$\left|f_i(x)-f_i(y)\right| \le M\left\|x-y\right\| \quad \forall i=\overline{1,N}.$$

Такую формулировку можно интерпретировать следующим образом. Предположим, что мы задействованы в некотором виде деятельности на протяжении фиксированного количества дней. Каждый день может быть либо продуктивным, либо непродуктивным. Наша задача прожить ровно N продуктивных дней (необязательно подряд, дни могут чередоваться) так, чтобы суммарные энергетические затраты (которые характеризуются $f_i(x)$) были бы минимальны. Трата энергии происходит только в продуктивные дни, когда мы что-то делаем. В непродуктивные дни активности нет, единственная цель – вернуться в продуктивное состояние. Будем определять продуктивность k-го дня как $g(x^k) \le \varepsilon$. Индекс i будет отвечать именно за продуктивный, i-й по номеру день. В каждый такой день мы получаем информацию от окружающей среды в виде $\nabla f_i(x^k)$ и строим стратегию на следующий, $(k+1)$-й, день. В непродуктивные дни приходит лишь информация о том, как далеко мы вышли за рамки функционального ограничения и мы стремимся как можно скорее вернуться в состояние (продуктивное), чтобы удовлетворить ограничению. Другими словами, нет смысла устраивать лишние непродуктивные дни. Также необходимо минимизировать количество непродуктивных дней для заданного N.

Предложенные алгоритмы с заданной точностью обеспечивают малые количества энергетических затрат, гарантируя при этом, что количество непродуктивных шагов будет не более, чем $O(N)$. Отличительной особенностью статьи является возможность использования неевклидовой прокс-структуры, что является существенной составляющей решения некоторых задач онлайн-оптимизации (например, задача об экспертах [2]).

Будем обозначать количество непродуктивных дней как N_J. Предложенные алгоритмы гарантируют решение с заданной точностью. Другими словами, после остановки их работы выполнено неравенство

$$\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} f_i(x^k) - \min_{x\in Q}\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} f_i(x) \le \delta. \tag{2}$$

В случае, если левая часть неравенства (2) (так называемый регрет) неотрицательна, а точность δ удовлетворяет $\delta \le \varepsilon = \dfrac{C}{\sqrt{N}}$, то непродуктивных шагов будет не более, чем $O(N)$.

Алгоритм (1): Неадаптивный зеркальный спуск	Алгоритм (2): Адаптивный зеркальный спуск
Require: ε; N; x^0; Θ_0^2; Q; $d(.)$. 1: $i=1$ 2: **repeat** 3: **if** $g(x^k)\le\varepsilon$ **then** 4: $h\leftarrow\varepsilon/M^2$ 5: $x^{k+1}\leftarrow Mirr_{x^k}\left(h\nabla f_i(x^k)\right)$ 6: $i=i+1; k=k+1;$ 7: **else** 8: $h\leftarrow\varepsilon/M^2$ 9: $x^{k+1}\leftarrow Mirr_{x^k}\left(h\nabla g(x^k)\right)$ 10: $k=k+1;$ 11: **end if** 12: **until** $i=N+1$ $\delta:=\frac{\varepsilon}{2}+\frac{M^2\Theta_0^2}{\varepsilon N}-\frac{\varepsilon N_J}{2N}$	**Require:** ε; N; x^0; Θ_0^2; Q; $d(.)$. 1: $i=1; k=0;$ 2: **repeat** 3: **if** $g(x^k)\le\varepsilon$ **then** 4: $M_k\leftarrow\left\|\nabla f_i(x^k)\right\|_*;\ h_k\leftarrow\Theta_0\left(\sum_{t=0}^{k}M_t^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ 5: $x^{k+1}\leftarrow Mirr_{x^k}\left(h_k\nabla f_i(x^k)\right)$ 6: $i=i+1; k=k+1;$ 7: **else** 8: $M_k\leftarrow\left\|\nabla g_i(x^k)\right\|_*;\ h_k\leftarrow\Theta_0\left(\sum_{t=0}^{k}M_t^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ 9: $x^{k+1}\leftarrow Mirr_{x^k}\left(h_k\nabla g(x^k)\right)$ 10: $k=k+1;$ 11: **end if** 12: **until** $i=N+1$ $\delta:=\frac{2\Theta_0^2}{N}\left(\sum_{i=0}^{N+N_J-1}M_i^2\right)^{\frac{1}{2}}-\frac{\varepsilon N_J}{N}$

В случае, когда регрет является отрицательным, непродуктивных шагов будет не более, чем $O\left(N^2\right)$, однако может быть достигнута гораздо большая точность решения задачи. Отметим, что в работе имеет место модификация алгоритма 2 для случая большого числа ограничений. Также были проведены численные эксперименты, демонстрирующие преимущества алгоритма 2 над алгоритмом 1.

Литература

1. *Bayandina A., Dvurechensky P., Gasnikon A., Stonyakin F., Titov A.* Mirror Descent and Convex Optimization Problems With Non-Smooth Inequality Constraint // LCCC Focus Period on Large-Scale and Distributed Optimization. 2017.
2. *Gasnikov A.V., Lagunovskaya A.A., Morozova L.E.* On the relationship between simulation logit dynamics in the population game theory and a mirror descent method in the online optimization using the example of the shortest path problem // Proceedings of MIPT (in Russian). 2015. V. 7. N 4. P. 104–113.

УДК 519.21

Задача о случайном покрытии

***С.А. Молчанов*[1], *Е.О. Черноусова*[2]**

[1]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассматривается метрическое пространство $\mathcal{X}$ с метрикой d, мерой μ, заданной на

борелевской сигма-алгебре $\mathcal{B}(\mathcal{X})$, порожденной открытыми подмножествами пространства $\mathcal{X}$. $B_\varepsilon(x)=\{y\in\mathcal{X}:\ d(x,y)<\varepsilon\}$ – шар радиусом ε с центром в точке $x\in\mathcal{X}$. Пусть на пространство $\mathcal{X}$ бросается последовательность независимых случайных точек $X_1, X_2, \ldots$ согласно плотности вероятности p, $\int\limits_{\mathcal{X}} p(x)\mu(dx)=1$. Введем случайную величину $T_\varepsilon=\min\left\{n:\ \bigcup\limits_{i=1}^{n} B_\varepsilon(X_i)\supset\mathcal{X}\right\}$ – минимальное число случайных шаров радиусом ε, покрывающих все пространство $\mathcal{X}$. В частных случаях хорошо известны следующие асимптотические результаты.

Теорема 1 (Леви [1], [2])**.** Пусть $\mathcal{X}=[0,1)$, $\mu(dx)=dx,\ p(x)\equiv 1$. Тогда для любого $a>0$ справедливо

$$P\left\{\varepsilon T_\varepsilon-\ln(1/\varepsilon)-\ln\ln(1/\varepsilon)<a\right\}\underset{\varepsilon\to 0}{\to}\exp(-e^{-a}). \tag{1}$$

Теорема 2 [3]. Пусть $\mathcal{X}=[0,1)$, $\mu(dx)=dx,\ p(x)=h_1\mathrm{I}_{[0,l_1)}+h_2\mathrm{I}_{[l_1,l_1+l_2)}+\ldots+h_N\mathrm{I}_{[l_1+\ldots+l_{N-1},1)}$, $h_i, l_i>0, i=1,\ldots,N$, $\sum\limits_{i=1}^{N}h_i l_i=1$. Пусть $h^*=\min\limits_{i=1,\ldots,N}h_i$, $l^*=\sum\limits_{i:h_i=h^*}l_i$. Тогда для любого $a>0$ справедливо

$$P\left\{\varepsilon h^* T_\varepsilon-\ln(l^*/\varepsilon)-\ln\ln(l^*/\varepsilon)<a\right\}\underset{\varepsilon\to 0}{\to}\exp(-e^{-a}). \tag{2}$$

Результат теоремы [1], конечно, является частным случаем теоремы [2]. Поэтому, как следствие, в обоих случаях можно сказать, что при $\varepsilon\to 0$

$$\varepsilon h^* T_\varepsilon\overset{p}{\sim}\ln(l^*/\varepsilon)+\ln\ln(l^*/\varepsilon). \tag{3}$$

В случае, когда плотность является произвольной положительной непрерывной функцией на интервале $[0,1)$, невозможно получить результаты вида (1) и (2) без дополнительных ограничений на поведение плотности в окрестности минимума.

Теорема 3. Пусть $\mathcal{X}=[0,1)$, $\mu(dx)=dx$, $p(x)$ – произвольная положительная непрерывная плотность распределения вероятности, $p^*=\min\limits_{x\in[0,1)}p(x)>0$. Тогда при $\varepsilon\to 0$

$$\varepsilon p^* T_\varepsilon\overset{p}{\sim}\ln(1/\varepsilon). \tag{4}$$

Теорема 4. Пусть $\mathcal{X}$ – односвязное компактное риманово многообразие размерности m, $\mu(dx)=dx$, $p(x)$ – произвольная положительная непрерывная плотность распределения вероятности, $p^*=\min\limits_{x\in[0,1)}p(x)>0$. Тогда при $\varepsilon\to 0$

$$\ln T_\varepsilon\overset{p}{\sim}m\ln(1/\varepsilon)+\ln\ln(1/\varepsilon). \tag{5}$$

Результат, представленный в формуле (5), еще более слабый: дает асимптотическое поведение только логарифма T_ε.

Дискретную постановку задачи о случайном покрытии в литературе принято называть «задачей о сборщике купонов» или «задачей о случайном размещении дробинок по ящикам». Пусть последовательность дробинок независимо бросается в N ящиков. Пусть p_k – вероятность попасть в k-й ящик, $k=1,\ldots,N$. Случайная величина T_N равна минимальному количеству дробинок для заполнения всех ящиков.

Теорема 5 [4]. Пусть $p_k=1/N$, $k=1,\ldots,N$. Тогда для любого $a>0$ справедливо

$$P\left\{\frac{T_N}{N}-\ln(N)<a\right\}\underset{N\to\infty}{\to}\exp(-e^{-a}). \tag{6}$$

Аналогично непрерывному случаю в общей ситуации произвольных значений p_k результат вида (6) невозможно получить. Тем не менее можно выписать производящую функцию, а значит, и моменты.

$$G(z) = E\left[z^{-T_N} \right] = 1 - (z-1)\int_0^\infty \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{N} (1 - e^{-p_j t}) \right\} e^{-(z-1)t} dt ,$$

$$E\left[T_N \right] = \int_0^\infty \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{N} (1 - e^{-p_j t}) \right\} dt .$$

Литература

1. *Levy P.P.* Sur le division d'un segment par des points choisis au hazard // C. R. Acad. Sci. Paris. 1939. V. 208. P. 147.
2. *Феллер В*. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1984. 752 с.
3. *Weiss L.* The limit distribution of the largest and the smallest sample spacing // Ann. Math. Statist. 1959. V. 30. N. 2. P. 590–592.
4. *Колчин В.Ф., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П.* Случайные размещения. М.: Наука, 1976. 224 с.
5. *Doumasi A.V., Papanicolaou V.G.* The Coupon Collector's Problem Revisited: Generalizing the Double Dixie Cup Problem of Newman and Shepp // ArXiv 1412.3626v5. 2015.

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ, ЭКОЛОГИИ И СОЦИОЛОГИИ

Председатель: И.Г. Поспелов (д.ф.-м.н., член-корр. РАН, профессор)

Зам. председателя: Н.Н. Оленёв (к.ф.-м.н., доцент)

Секретарь: А.А. Жукова (к.ф.-м.н.)

Дата: 24.11.2018

Время: 10:00

Место: Москва, ул. Вавилова, д. 40, ВЦ ФИЦ ИУ РАН, конференц-зал

УДК 519.876.2

Матричный подход к конфликтной игре со случайным количеством игроков

Д.В. Зайцев

12 ЦНИИ Минобороны России

В ряде практических приложений представляет интерес исход конфликтной игры между двумя множествами (командами) игроков $A=\{1,...,N_A\}$ и $B=\{1,...,N_B\}$, когда начальные составы команд являются случайными величинами с заранее известными распределениями. Суть игры заключается в том, что в начале игры все игроки команд взаимодействуют с модератором игры, в результате чего каждый игрок команд *A* и *B* с вероятностью p остается в игре либо с вероятностью $1-p$ покидает игру. Затем в конфликт вступают оставшиеся в игре игроки – какой-либо *i*-й игрок команды *A* с какими-либо *j*-м игроком из *B* (конфликт между игроками может закончиться либо победой игрока из команды *A* (выведением из игры игрока команды *B*) с некоторой вероятностью p_{ij}, либо победой игрока из команды *B* (выведением из игры игрока команды *A*) с вероятностью $1-p_{ij}$. Последовательность конфликтов с модератором игры либо с игроками команды противника может быть произвольной. Команда, потерявшая всех игроков, считается проигравшей.

Использование стандартных методов для анализа исходов такой игры – случайный выбор начальных составов команд и набор статистики всевозможных исходов игры представляется неоправданно сложным, так как требует значительных временных затрат для проведения большого количества типовых расчетов.

Поэтому в работе предложен матричный подход к рассматриваемой игре, заключающийся в следующем. Обозначим символом $|p_{Ak}\rangle=|0,0,0,...,1,0,0\rangle$ (единица находится на k позиции, $k=\overline{0,N_A}$) состояние команды *A*, имеющей k потерь игроков. В работе показано, что суперпозицию состояний

$$|X\rangle=\sum_{k=0}^{N_A}c_{Ak}|p_{Ak}\rangle, \qquad (1)$$

где c_{Ak} – вероятность обнаружить команду *A* в состоянии $|p_{Ak}\rangle$, можно рассматривать как состояние команды. Вектор $|X\rangle$ должен быть нормирован на единицу, тогда $\sum_{k=0}^{N_A}c_{Ak}=1$.

Изменение состояний команды в процессе игры можно записать как результат воздействия

на $\left|X\right\rangle$ некоторого оператора (матрицы)

$$\left|X^{'}\right\rangle = C\left|X\right\rangle. \qquad (2)$$

Матрица C (см. рис. 1), описывающая взаимодействие игроков команд с модератором игры, является нижней треугольной матрицей, первый столбец которой представляет собой вероятности биноминального распределения случайной величины, принимающей целочисленные значения $k = \overline{0, N_A}$, второй столбец – $k = \overline{0, N_A - 1}$ и т.д..

Для нахождения распределения потерь команды A после n подряд взаимодействий с модератором игры необходимо на начальное состояние команды A $\left|p_{A0}\right\rangle$ n раз подряд воздействовать матрицей C:

$$\left|X^{'}\right\rangle = CC...C\left|p_{A0}\right\rangle = C^{n}\left|p_{A0}\right\rangle.$$

Очевидно, что при имитационном моделировании рассматриваемой ситуации с ростом n задача нахождения распределения вероятностей состояний команды A катастрофически усложняется.

Игра команд с начальными распределениями вероятностями потерь сторон A – P_{i0} и стороны B – P_{0j} друг против друга была рассмотрена ранее [1] — формализовать её возможно с помощью «прямоугольного» графа с состояниями S_{ij}, i и j – соответственно потери команд A и B на рассматриваемый игровой момент (см. рис. 2). Переход из состояния S_{ij} в состояние S_{ij+1} характеризуется вероятностью p_{ij}, а в состояние S_{i+1j} вероятностью $1 - p_{ij}$. Для расчета вероятности P_{ij} состояния S_{ij} в работе [2] предложен метод «волны вероятности», суть которого состоит в суммировании вероятностей переходов p_{ij-1} и $(1 - p_{i-1j})$ из соседних состояний S_{ij-1} и S_{i-1j} с соответствующими весами P_{ij-1}, и P_{i-1j}, отвечающих вероятностям данных состояний:

$$P_{ij} = P_{i0}P_{0j} + P_{ij-1}p_{ij-1} + P_{i-1j}\left(1 - p_{i-1j}\right). \qquad (3)$$

При расчетах по формуле (3) необходимо учитывать следующее. При вступлении в игру команд, имеющих независимые начальные распределения вероятностей потерь, необходимо осуществить нормировку на единицу сумму либо начальных распределений потерь команд, либо конечных, получаемых по формуле (3).

Тогда матричный подход к моделированию конфликтной игры заключается в следующем. Для каждой команды прописывается последовательность матриц и графов и за один прогон осуществляется расчет распределения вероятностей состояний.

$$\boldsymbol{C} = \begin{Vmatrix} p^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5p^4(1-p) & p^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10p^3(1-p)^2 & 4p^3(1-p) & p^3 & 0 & 0 & 0 \\ 10p^2(1-p)^3 & 6p^2(1-p)^2 & 3p^2(1-p) & p^2 & 0 & 0 \\ 5p(1-p)^4 & 4p(1-p)^3 & p(1-p)^2 & 2p(1-p) & p & 0 \\ (1-p)^5 & (1-p)^4 & (1-p)^3 & (1-p)^2 & 1-p & 1 \end{Vmatrix}$$

Рис. 1. Пример матрицы C, описывающей взаимодействие пяти игроков с модератором игры

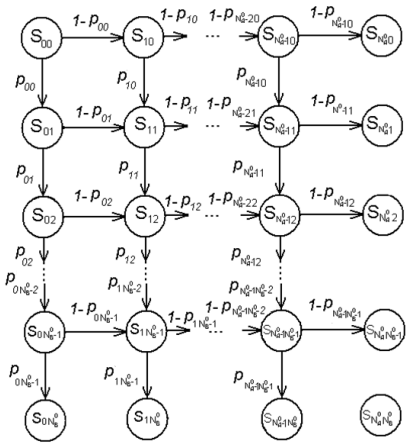


Рис. 2. Граф модели конфликтной игры

Литература

1. *Зайцев Д.В.* Расчет вероятностей предельных состояний сложных графов // Труды 55-й научной конференции МФТИ: «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Молекулярная и биологическая физика. М.: МФТИ, 2012. С. 50–52.
2. *Зайцев Д.В.* Моделирование боя на основе теории сетей массового обслуживания // Стратегическая стабильность. 2007. № 4 (41). С. 30–37.

УДК 519.7

Математическая модель оценки баланса солидарно-распределительной пенсионной системы в долгосрочном горизонте планирования

П.В. Калашников

Дальневосточный федеральный университет

В настоящее время пенсионная реформа является предметом широкого обсуждения на государственном экспертном и общественном уровне. Ее огромная социальная значимость очевидна и является фундаментом для эффективного поступательного развития общества и активного вовлечения граждан в экономическую жизнь страны на протяжении всего периода трудовой деятельности.

Объектом исследования является пенсионная система Российской Федерации, рассматриваемая в контексте моделирования баланса поступающих страховых взносов и выплат трудовой пенсии по старости на общих основаниях, являющейся самым массовым видом пенсионных пособий.

Предметом исследования является оценка основных показателей бюджета Пенсионного фонда РФ в части величины взносов и обязательств, используемых для выплаты страховой части трудовой пенсии по старости на общих основаниях.

Задачами исследования являются: построение модели формирования отчислений в Пенсионный фонд Российской Федерации (ПФР), оценка величины дефицита ПФР при существующей структуре населения и законодательной базе, а также анализ устойчивости модели при изменении значений основных параметров и наличии возможных погрешностей в исходных данных.

На состояние пенсионной системы в настоящее время оказывает значительное влияние неблагоприятная демографическая ситуация, которая выражается в увеличении числа людей старших возрастов и росту их относительной доли в общей численности населения. По данным статистического учета, в настоящее время трудовую пенсию по старости получают 35 555 тыс. человек, что составляет порядка 24% от общей численности населения.

Задача актуарного оценивания солидарно-распределительной пенсионной системы включает в себя анализ демографических, социально-экономических, а также институциональных параметров (пенсионного законодательства [1]. Каждая из указанных групп параметров в свою

очередь подразделяется на широкий спектр подзадач, рассмотрение которых в совокупности позволяет дать прогноз состояния пенсионной системы в целом, а также разработать механизмы для ее эффективного функционирования в краткосрочном и долгосрочном периоде. В современных условиях большинство стран мира, использующих солидарно-распределительные системы пенсионного страхования, столкнулись с проблемой обеспечения их сбалансированности в долгосрочной перспективе и сокращения возможного дефицита, обусловленного несоответствием между величиной обязательств и поступающими взносами. Одной из основных причин, обуславливающей данный факт, является демографический фактор [2].

Анализ мирового опыта реализации пенсионных схем, построенных по распределительному принципу, позволяет выделить наряду с фактором роста демографической нагрузки на трудоспособное население следующие причины, обуславливающие возникновение дефицита бюджета государственных пенсионных фондов, отход от принципов поддержания актуарного баланса по причине введения различных социальных льгот, ошибки прогнозирования уровня сбалансированности пенсионных схем, отсутствие адекватного учета в пенсионных схемах структуры занятости населения [3].

Модель Всемирного банка PROST (Pension Reform Option Simulation Toolkit) является одной из базовых актуарных моделей, применяемых для оценки качественных изменений государственной пенсионной системы, построенной по солидарно-распределительному принципу [3].

Основными недостатками данной модели являются: экзогенный характер всех основных параметров, входящих в блок исходных данных, отсутствие дифференциации ставки заработной платы по возрасту, а также универсальный характер описания пенсионной схемы, не позволяющий учитывать особенности российского законодательства в области обязательного пенсионного страхования. Наряду с этим рассматриваемая модель не позволяет учитывать погрешности, существующие в исходных данных, и возможные отклонения реальных значений параметров от прогнозных в долгосрочном периоде без проведения дополнительных расчетов.

Проведенное исследование ориентировано на разработку модели, учитывающей вышеприведенные недостатки базовых актуарных инструментов, применяемых международными организациями. Также разработанная модель позволяет проводить анализ параметров актуарного базиса с целью уменьшения возможного актуарного дефицита бюджета Пенсионного фонда РФ в части страховых выплат трудовой пенсии по старости на общих основаниях.

Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2.

Расположение графика в отрицательной области означает превышение уровня обязательств по выплате страховой части трудовой пенсии по старости над взносами, поступающими от населения, занятого в экономике, и свидетельствует о неэффективности функционирования пенсионной системы РФ.

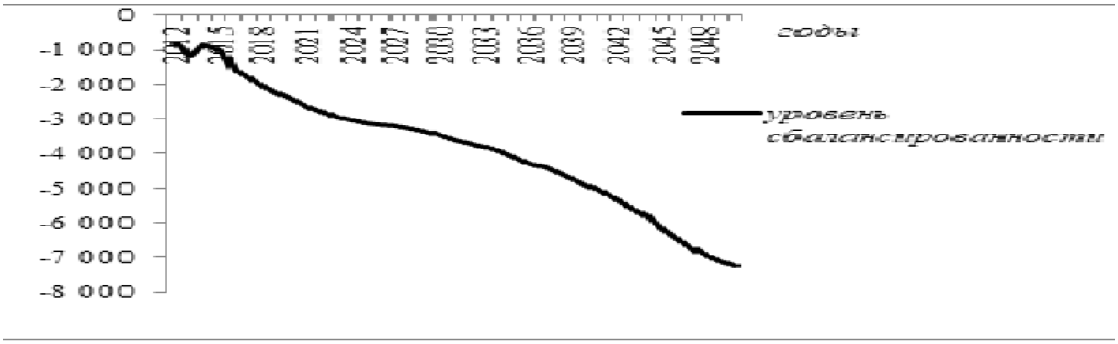


Рис. 1. Прогноз уровня сбалансированности страховых взносов и выплат ПФР трудовой пенсии по старости на общих основаниях в долгосрочном периоде в млрд рублей

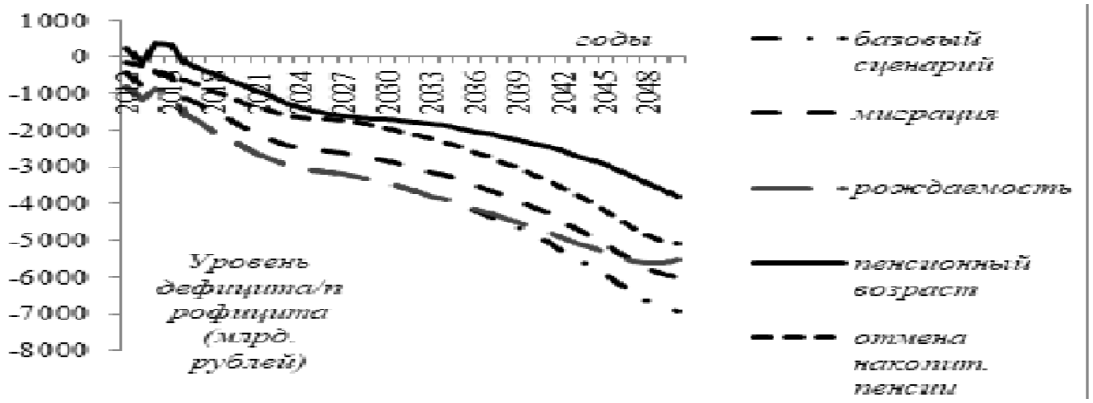


Рис. 2. Уровень сбалансированности страховых взносов и выплат ПФР трудовой пенсии по старости на общих основаниях для различных вариантов управляющих воздействий на параметры актуарного базиса

При анализе возможных управляющих воздействий, направленных на сокращение дефицита бюджета ПФР в долгосрочном периоде, рассматриваются следующие: увеличение рождаемости на 100 000 человек ежегодно, увеличение величины миграционного прироста до величины 500 тыс. человек в год и численности легально работающих на территории временных трудовых мигрантов до 2.5 млн человек ежегодно, повышение пенсионного возраста для мужского и женского населения до 65 и 60 лет соответсвенно, а также полную отмену накопительной части пенсии по старости для населения младше 1967 г. рождения и внесение взносов только по страховому компоненту рассматриваемого пенсионного пособия. Подобный характер изменения параметров актуарного базиса основан на анализе динамики рассматриваемых величин в период, предшествующий базовому году проведения расчетов, исследовании долгосрочных прогнозов социально-экономического развития РФ, подготовленных Федеральной службой государственной статистики, а также изучении мирового опыта проведения реформ пенсионной системы на уровне государства.

Проведенный анализ результатов расчетов позволяет сделать вывод о неэффективности действующей системы обязательного пенсионного страхования РФ, а также определить комплекс управляющих воздействий на параметры актуарного базиса, сокращающих дефицит средств ПФР, необходимых для исполнения обязательств по выплате страховой части трудовой пенсии по старости на общих основаниях в долгосрочном периоде.

Литература

1. *Симоненко В.Н.* Сценарий моделирования пенсионной системы в разрезе современного состояния экономики // Вестник ТОГУ. 2010. № 4(19). С. 145–152.
2. *Захаров И.Н.* Современная практика актуарного оценивания пенсионной системы Российской Федерации // Российское предпринимательство. 2011. № 3. С. 18–24.
3. *Дегтярь Л.С.* Мировой опыт пенсионных реформ и реформирование пенсионной системы в России // Аналитический вестник Совета Федерации ФС РФ. 2002. № 33(189). С. 40–71.

УДК 519.8

Сравнительный анализ двух математических моделей экономической динамики

А.П. Черняев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассмотрены две математические модели экономической динамики: модель Харрода–Домара и базовая модель Солоу.

Макроэкономическая модель Харрода–Домара с непрерывным временем t, описывающая динамику дохода $Y(t)$, который рассматривается как сумма потребления $C(t)$ и инвестиций $I(t)$. Экономика считается закрытой, поэтому чистый экспорт равен нулю, а государственные расходы в модели не выделяются. Основная предпосылка этой модели роста – скорость роста

дохода пропорциональна инвестициям: $I(t) = BY'(t)$, где B — коэффициент капиталоемкости прироста дохода, или приростной капиталоемкости. Отсюда обыкновенное дифференциальное уравнение для определения $Y(t)$ будет линейным уравнением первого порядка, для которого удалось найти точное решение [1] при условии переменного коэффициента приростной капиталоемкости $B = B(t)$.

Модель экономического роста Солоу стала очень популярной с самого момента своего возникновения. В ней производится единственный универсальный продукт. Потребление его в производственной сфере может рассматриваться как инвестирование. Состояние экономики в этой модели задается пятью переменными: $Y(t)$ – доходом, который рассматривается как сумма потребления $C(t)$ и инвестиций $I(t)$, $L(t)$ – наличными трудовыми ресурсами и фондами $K(t)$. Считается, что $Y = F(K, L)$ – производственная функция, и тогда для фондовооруженности $k(t) = K / L$ справедливо обыкновенное дифференциальное уравнение, в которое входит слагаемое $f(k(t)) = F(K / L, 1)$, делающее уравнение нелинейным [2]. При производственной функции произвольного характера это уравнение не интегрируется, однако оно интегрируется в случае производственной функции Кобба–Дугласа [2].

Именно в этом случае для решения уравнения модели Солоу можно проверить основную предпосылку модели Харрода–Домара $I(t) = BY'(t)$. Это возможно и даже весьма удобно благодаря тому, что в обеих моделях присутствуют как доход $Y(t)$, так и инвестиции $I(t)$. Результат этого сравнения можно интепретировать, как нахождение $B = B(t)$ – коэффициента капиталоемкости прироста дохода.

Литература

1. *Меерсон А.Ю., Черняев А.П.* Точное решение задачи Коши для для дифференциального уравнения модели Харрода-Домара с переменным коэффициентом приростной капиталоемкости // Известия МГТУ «МАМИ». Научный рецензируемый журнал. Серия 3. Естественные науки. 2013. № 2(16). Т. 3. С.111–113.
2. *Малыхин В.И.* Математика в экономике. М.: ИНФРА–М, 2001. 356 с.

УДК 519.2

Отбор информативных признаков в задаче кредитного скоринга

А.В. Щербинина

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В банковском бизнесе скоринговые системы давно зарекомендовали себя в решении задач оценки рисков кредитования, в первую очередь, для снижения уровня невозврата кредита. В поиске баланса между самыми выгодными для клиентов условиями и минимальными рисками скоринговые модели, дающие самые точные результаты, оказываются как никогда актуальными.

В работе рассматривается модель логистической регрессии [1], поскольку является самой распространенной статистической моделью для решения задач кредитного скоринга. Присутствие в данных неинформативных признаков приводит к снижению точности логистической регрессии. Для отбора признаков в данной работе рассматриваются метод главных компонент [2], кластеризация переменных [3] и алгоритм LARS [4]. Работа посвящена подбору параметров для каждого метода с целью уменьшения ошибки классификации и сравнению эффективности методов для задач оценки рисков кредитования, в первую очередь, для снижения уровня невозврата кредита.

Вычислительный эксперимент показал, что метод главных компонент превосходит другие предложенные методы отбора переменных.

Литература

1. *Andrew Ng.* CS229 Lecture notes. URL: http://cs229.stanford.edu/notes/cs229-notes1.pdf
2. *Мокеев В.В.* Метод главных компонент в задачах экономического анализа и прогнозирования. — Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009.
3. *Jain A.K., Murty M.N., Flynn P.J.* Data Clustering: A Review // ACM Computing Surveys. 1991. Vol. 31.
4. *Efron B., Hastie T., Johnstone J., Tibshirani R.* Least Angle Regression // The Annals of Statistics. 2004. V. 32. P. 407–499.

УДК 338.246.025.88

Влияние государства на деятельность российских компаний

А.Р. Шарафутдинов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

В России, как и во всем мире, возникает вопрос о повышении эффективности компаний. В обществе сложился стереотип о том, что государственные компании менее эффективны, чем частные. В связи с этим в качестве решения данного вопроса предлагается метод по повышению эффективности, заключающийся в приватизации государственных компаний. Однако следует помнить, что у решений о приватизации большое количество стейкхолдеров, в том числе и общество в целом. А также зачастую при обсуждении данного вопроса упускаются трансформационные издержки приватизации.

Исследование данной темы актуально, поскольку на настоящий момент нет однозначных подтверждений аргументов как сторонников приватизации, так и ее противников. Стоит отметить наличие малого числа эмпирических исследований, посвященных данному вопросу в России, что также определяет актуальность данной научной работы. Поэтому проведено тщательное, всестороннее, теоретическое и эмпирическое исследование влияния структуры собственности на неэффективность компаний.

Целью работы является анализ влияния прямой и косвенной государственной собственности на деятельность крупнейших российских компаний. А также проверка гипотезы отрицательного влияния государственной собственности на эффективность компаний в России в целом и сравнение влияний прямой и косвенной государственной собственности.

В исследовании были проведены критические обзоры литературы, посвященной влиянию государственной собственности на деятельность компаний, причинам и последствиям приватизации, а также эмпирических работ. В качестве показателя эффективности компаний была выбрана общая факторная производительность, рассчитанная с помощью метода стохастической границы производственных возможностей.

Наиболее простой способ понять, что такое общая факторная производительность, - обратиться к часто используемой формулировке производственной функции Кобба-Дугласа, где выпуск представляет собой произведение функции наблюдаемых ресурсов и нейтрального к факторам коэффициента:

$$Y_{i,t} = A \cdot K_{i,t}^{\alpha} \cdot L_{i,t}^{\beta} \cdot \exp(v_t) \cdot \xi_{i,t()},$$
$$i = 1,...,N; t = 1,...,T; 0 < \xi_{i,t} \le 1,$$

Где $Y_{i,t}$ – объем выпуска i-й фирмы в момент времени t, в работе для сопоставимости выпуска по отраслям и в силу недоступности альтернатив используется выручка; $K_{i,t}$ – капитал i-й фирмы в момент времени t, $L_{i,t}$ – труд i-й фирмы в момент времени t, оптимально использовать численность работников; $\xi_{i,t}$ – техническая неэффективность (общая факторная производительность) i-й фирмы в момент времени t является особенной для конкретного производителя, которая принимает значения в интервале от 0 не включая, что логично, и до 1 включая; $v_{i,t}$ – внешние шоки, A – общая неэффективность отрасли.

Тогда становится ясно, что

$$A \cdot K_{i,t}^{\alpha} \cdot L_{i,t}^{\beta} \cdot \exp(v_t)$$

и есть стохастическая граница производственных возможностей.

Был проведен анализ панельных данных крупнейших российских компаний. Рассматривались стандартные модели анализа панельных данных: случайные и фиксированные индивидуальные эффекты, выбор из которых производился с использованием критериев Хаусмана и Бройша–Пагана. Из проведенного эконометрического анализа собранных данных, а также обзора эмпирических работ можно сделать следующие выводы: значимые параметры подтверждают результаты рассмотренных эконометрических работ, а знаки всех коэффициентов соответствуют сформулированным гипотезам. Из проведенного обзора можно сделать следующие выводы.

Нулевые гипотезы не были отвергнуты для крупнейших российских компаний, и влияние государственной собственности оказалось отрицательным и на общую факторную производительность, и на рентабельность капитала, что говорит о сопоставимости результатов. Тем не менее нельзя однозначно утверждать, что прямая государственная собственность отрицательно влияет на эффективность компаний, поскольку обнаружены отрасли, для которых данная гипотеза не принимается. Влияние же косвенной государственной собственности на общую факторную производительность в каждой группе оказалось незначимым.

Недостатком всех изученных исследований является отсутствие учета выполнения социально значимых задач компаниями с государственным участием, в том числе обеспечение рабочих мест, что не всегда приводит к повышению эффективности. Недостатком же данной работы является короткий период наблюдений и несовершенство системы отчетности.

При принятии решения о приватизации нельзя однозначно трактовать полученные результаты, также нельзя не учитывать факт о том, что в развивающейся или в развитой стране проводится приватизация. Поскольку приватизация может привести к положительному результату лишь в стране с развитыми институтами власти и финансовыми рынками, поскольку в противном случае трансформационные издержки могут превысить выгоды от приватизации.

Литература

1. *Абрамов А. Е.* [*и др.*]. Государственная собственность и характеристики эффективности // Вопросы экономики. 2017. № 4. С. 5–37.
2. *Полтерович В. М.* Приватизация и рациональная структура собственности. Часть 1. Приватизация: проблема эффективности // Экономическая наука современной России. 2012. № 4.
3. *Adams S., Mengistu B.* Privatization, governance and economic development in developing countries // Journal of Developing Societies. 2008. V. 24. N 4. P. 415–438.
4. *Aigner D., Lovell C. A. K., Schmidt P.* Formulation and estimation of stochastic frontier production function models // Journal of econometrics. 1977. V. 6. N 1. P. 21–37.
5. *Bandiera O., Barankay I., Rasul I.* Social connections and incentives in the workplace: Evidence from personnel data // Econometrica. 2009. V. 77. N 4. P. 1047–1094.
6. *Brown J. D., Earle J. S., Telegdy A.* The productivity effects of privatization: Longitudinal estimates from Hungary, Romania, Russia, and Ukraine // Journal of political economy. 2006. V. 114. N 1. P. 61–99.
7. *Estrin S. et al.* The effects of privatization and ownership in transition economies // Journal of Economic Literature. 2009. V. 47. N 3. P. 699–728.
8. *Fox J. T., Smeets V.* Does input quality drive measured differences in firm productivity? // International Economic Review. 2011. V. 52. N 4. P. 961–989.
9. *Garicano L., Heaton P.* Information technology, organization, and productivity in the public sector: Evidence from police departments // Journal of Labor Economics. 2010. V. 28. N 1. P. 167–201.
10. *Hsieh C. T., Klenow P. J.* Misallocation and manufacturing TFP in China and India // The Quarterly journal of economics. 2009. V. 124. N 4. P. 1403–1448.
11. *Syverson C.* What determines productivity? // Journal of Economic literature. 2011. V. 49. N 2. P. 326–365.

УДК 338.2

Оценка нелинейной взаимосвязи безработицы с выпуском с помощью нейронной сети

В.С. Дохолян

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Циклическая безработица связана с колебаниями деловой активности. Эта зависимость довольно широко используется как в теории, так и на практике при выработке мер макроэкономической политики. Известный закон Оукена связывает линейно циклическую безработицу и потенциальный выпуск. Однако есть предпосылки считать, что данная зависимость носит нелинейный характер. Так, например, если ВВП превышает нормальный уровень, то фирмы часто стараются переводить работников на сверхурочную работу, а не искать новых. С другой стороны, издержки обучения новых работников могут быть весьма высоки, что удерживает фирмы от увольнения уже имеющихся работников при ВВП ниже нормального уровня.

Главная причина роста популярности искусственных нейронных сетей (ИНН) состоит в том, что они могут аппроксимировать практически любую нелинейную функцию с любой степенью точности. Одним из главных недостатков ИНН является их сложность и абсолютная неинтерпритируемость коэффициентов. По этой причине ИНН часто рассматривают как модель «Черного ящика».

В данной статье приводится обзор применения нейронных сетей для предсказания макроэкономических показателей, а также предложена модель нейронной сети для построения данной нелинейной зависимости. Эта модель состоит из двух полносвязных слоев, между которыми расположен «dropout». Последний предназначен для борьбы с переобучением. Данные представляют собой квартальные значения ВВП и безработицы с 1995 по 2017 гг. Здесь стоит отметить несовершенство данных, так как Росстат несколько раз менял методологию подсчета этих показателей. Например, в 2011 году в связи с внедрением международной методологии оценки жилищных услуг, производимых и потребляемых собственниками жилья. Для выделения циклической компоненты из рядов были удалены тренд и сезонность. Для этого использовался фильтр Ходрика–Прескотта и сезонная декомпозиция. После этого в качестве признаков использовались запаздывания циклической компоненты ВВП и безработицы.

В качестве альтернативы рассматривалась линейная модель с L1-регуляризацией. Данные были разделены на 3 части: обучение, валидацию и тест. По обучению настраивались веса модели, по валидации — гиперпараметры (сила регуляризации для регрессии и количество нейронов для нейронной сети), а конечное качество моделей проверялось по тестовой выборке.

Конечные результаты работы нейронной сети оказались несколько точнее работы lasso-регрессии. Средняя абсолютная ошибка на тестовой выборке уменьшилась с 0.0094 до 0.0088, т.е. на 6.4%. К сожалению, так как выборка мала, нельзя сказать о статистической разнице между результатами этих двух моделей. Стоит отметить, что тестовая выборка состоит из последних трех лет, периода структурных изменения и кризиса, вызванного внешними факторами. Поэтому можно сказать, что нейронная сеть смогла лучше подстроиться под эти изменения. Результаты показывают, что нелинейные приближения с помощью нейронной сети могут быть конкурентоспособными с линейными моделями.

Литература

1. *Philip H.F., Dick van Dijk.* Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance. — Cambridge university press, 2003.
2. *Мария К.В.* Закон Оукена: теоретические основы и оценки для России // Экономическое развитие России. 2017. № 11. С. 27–36.
3. *Paul M., Peter M.* Forecasting inflation with thick models and neural networks. — European Central Bank, 2004.

УДК 336.115

Анализ информационного канала денежно-кредитной политики

Б.У. Байбурин

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

В работе рассмотрен анализ информационного канала денежно кредитной политики — как новый и малоизученный канал воздействия на экономику. Особое внимание в исследовании отводится экономическим информационным шокам, методам их идентификации и методам подбора оптимального временного периода для детектирования изменений макроэкономических переменных. Главной задачей исследования было выявить влияние информационных шоков на экономические показатели и на то, как денежно-кредитная политика способна балансировать состояние экономики в шоковые периоды.

Отправной точкой для исследование стал вопрос о влиянии информационных шоков на краткосрочные и долгосрочные экономические показатели. Выяснилось, что влияние информационных шоков на экономику очень обширно, и одним из сложных аспектов работы является выбор ширины окна детектирования шоков. Более того, сложность заключается в том, что в реальности краткосрочный информационный шок способен влиять на экономику в долгосрочном периоде. Данное утверждение противоречит классической теории, согласно которой шоки краткосрочного периода не способны влиять на экономику в долгосрочном периоде. Стало известно, что предпосылки о стабильности уровня инфляции и процентных ставок в долгосрочном периоде не выполняются. Следовательно, в работе сделан вывод о том, что важно знать, какие ожидания имеют экономические агенты относительно будущего, особенно для формирования прогнозного значения макроэкономических переменных. Если экономические агенты часто основываются на прошлой информации, то такой прогноз может быть не верным, точнее, устаревшим в связи с влиянием новых внешних факторов, например, новых информационных шоков. Работа приводит пример того, что особенно для центральных банков выгодно выстраивать ожидания согласно вперёд смотрящей модели для формирования краткосрочной процентной ставки и, таким образом, влиять на макроэкономические переменные в долгосрочном периоде.

Моделирование процесса влияния информационного канала на экономику чаще всего рассматривается с точки зрения VAR- и HFI-моделей. Обе методики имеют свои положительные и отрицательные стороны. HFI-модели целесообразно использовать только для высокоразвитых экономик, так как, вероятно, только у них будет достаточное количество данных для работы модели. Такая методика решает проблему одновременности в данных и позволяет детектировать глубину шоков, но вызывает сложности в правильном детектировании оптимального информационного окна. Для работы с VAR-моделями стоит правильно выбирать переменные и особенно подумать о том, чтобы регрессоры были не коррелированы с ошибками. Такая модель работы с информационным сигналом работает на более долгосрочных периодах, но стоит заметить, что обе модели зависимы от правильной интерпретации результатов исследования.

В работе анализируется уравнение, показывающее зависимость уровня выпуска от шоков денежно-кредитной политики:

$$\Delta Y_t^h = \alpha + \beta_h \Delta MP_t + Factors + \varepsilon_{h,t}, \qquad (1)$$

где ΔY_t^h – ежедневное изменение номинального уровня выпуска, индекс h выражает maturity date (дата исполнения), ΔMP_t – ежедневные изменения в инструменте денежно – кредитной политики, $\varepsilon_{h,t}$ – внешние шоки, $Factors$ – дополнительные контрольные переменные.

Заметим, такая HFI-модель работает только в высокоразвитой экономике, так как для её построения требуется много данных и в ней достаточно легко получить значения шоков денежно-кредитной политики. Графики импульсных откликов, построенных для исследования информационного канала, подтверждают информацию того, что информационные шоки влияют на экономику не только в краткосрочном периоде.

Стоит отметить, что для российской действительности достаточно сложно находить высокоочищенные данные для проверки данных гипотез. В работе ввожу предположение, что стоит остановиться на определённых спецификациях шоков и правильном методе их детектирования.

Литература

1. *Getler M., Karadi P.* Monetary Policy Surprises, credit costs and economic activity // NBER Working Paper N. 20224, 2014.
2. *Gurkaynak S., Sack B., Swanson E.* The Sensitivity of Long-Term Interest Rates to Economic News: Evidence and Implications for Macroeconomic Models // The American Economic Review. 2005, V. 95. N 1. P. 425–436.
3. *Christina D. Romer, David H. Romer.* Federal Reserve Information and the Behavior of Interest Rates // The American Economic Review. 2000. V. 90. N 3. P. 429–457.
4. *D. Zhang.* Term Structure, Forecast Revision and the Information Channel of Monetary Policy // Job Market paper. 2017.

УДК 330.16

Финансовые рынки как рынки агентов, принимающих решения

Б.У. Байбурин

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

В работе рассмотрен новый взгляд на современную экономическую систему с точки зрения поведенческой экономики. Основной отправной точкой для исследования являлось наличие не рационального поведения экономических агентов. Целью работы ставилась задача продемонстрировать, что экономические агенты часто принимают не рациональные решения в жизни и на финансовых рынках. Зная подобную закономерность, ставилась задача изучить пути улучшения финансового благополучия граждан.

В ходе исследования выяснилось, что все факторы, влияющие на решения экономических агентов, можно разделить на факторы неверной оценки информации и эмоциональные (психологические) факторы. Для более детального понимания действий все эффекты, влияющие на экономических агентов, можно разделить на более широкие группы и выделить такие эффекты, как эффект оформления, эффект изоляции, эффект иллюзии контроля и эффект иллюзии значимости. Такая классификация позволяет не только лучше понять поведение человека, но и позволяет поставить один из важных вопросов работы – как правильно понимать рациональность?
Выясняется, что понятие рациональности применимо к каждому экономическому агенту по-своему, в зависимости от того, какие ограничения накладывает на него сложившаяся экономическая ситуация.

Выявление закономерностей поведения экономических агентов и детальная проработка понятия рациональности даёт понимание того, что поведением экономическим агентов можно управлять. Практическое применение предпосылок поведенческой экономики описано в работе Shlomo Benartzi для решения кризиса пенсионных накопления в США. Выяснилось, что от наличия грамотных сбережений граждан отделяют психологические проблемы: боязнь расстаться со своими сбережениями, непонимание информации по вложениям и высокий страх потерять сбережения от неудачных рисков. Автор предложил простейшее решение – предложить работникам на предприятии при оформлении договоров принцип «автоматизма» и предложил ввести более тесную работу руководства предприятия с работниками. Результат не заставил себя ждать – около 80% работников за время участия в программе увеличило свои пенсионные накопления. Таким образом, можно сделать вывод, что идеи поведенческой экономики возможно использовать в реальности для решения экономических проблем.

Работа также исследует наличие номинальных цен в экономике с точки зрения поведенческой экономики. Выясняется, что номинальный характер цен часто не позволяет экономическим агентам правильно принимать решения, особенно при сравнении номинальных и реальных цен.

Исследование показывает, что формула определения оптимальной цены часто не работает в связи с наличием нерационального поведения экономических агентов:

$$P_t^* = P_t + U_t . \qquad (1)$$

В формуле P_t^* – прогноз экономической цены, P_t – реальное значение экономической цены, U_t – ошибка прогнозирования. Рассматривая модели поведенческой экономики и теории игр в социальных экспериментах, можно понять, что ошибку прогнозирования цены можно уменьшить при правильном формировании экономических ожиданий, информационной открытости и умении правильно интерпретировать и управлять экономическим поведением граждан.

Литература

1. *Eldar Shafir, Peter Diamond, Amos Tversky* Monew Illusion // The Quarterly Journal of Economics. 1997. V. 112. N 2. P. 341–374.
2. *Colin Camerer, George Loewenstein* Neuroeconomics: How Neuroscience Can Inform Economics // Journal of economic literature. 2005. V. 43 P. 9–64.
3. *Robert J.Shiller.* From Efficient markets theory to behavioral finance // Journal of Economic Perspectives. 2003. V. 17. N 1. P. 83–104.
4. *Shlomo Bertazi, Richard H.Thaler.* Behavioral Economics and the Retirement Savings Crisis // Science. 2013. V. 339. P. 1152–1153.

УДК 336.763

Зависимость вмененной волатильности от цены опциона

Е.Е. Галаева

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Существует огромное множество работ, в том числе и российских, в которых оценивают улыбку волатильности. Результаты исследований показывают, что она действительно наблюдается. Наибольший интерес к изучению этого явления возникает при решении прикладных задач. Зачем это нужно? Это важно для принятия инвестиционных решений и для создания портфелей.

В работе рассмотрены факторы, определяющие форму кривой вменённой волатильности, и выявлены факты, доказывающие существование кривой вменённой волатильности. Представлена кривая IV(Implied volatility) и изучены работы экономистов, которые используют фактические данные и сравнивают теоретические результаты с рассчитанными.

В данном исследовании было выявлено, что вероятностное распределение цены базисного актива не логнормально, имеет место подразумеваемое распределение с тяжелым левым хвостом и легким правым. Модель ценообразования опционов – модель Блэка–Шоулза и было определено, что на практике она не работает, ее нужно использовать с поправками.

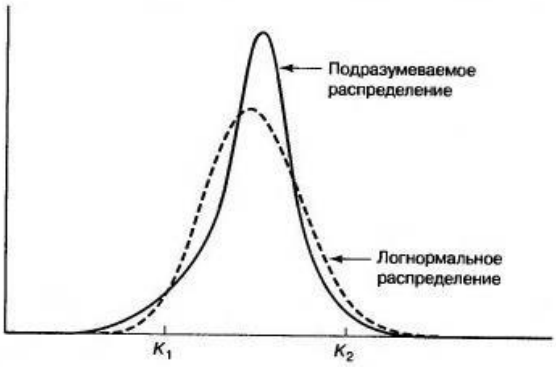


Рис. 1. Подразумеваемое и логнормальное распределение стоимости опциона на акции [3]

Научно-исследовательская работа Карстена и Рубинштейна [6] обнаружила, что кривая вменённой волатильности существует, но с постоянными нарушениями как в отдельных частях, так и во всей улыбке в течение очень коротких периодов времени.

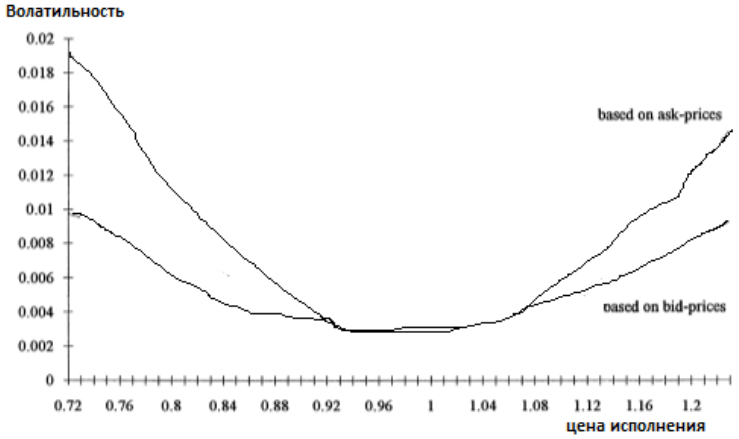


Рис. 2. Схематичное изображение улыбки волатильности, полученной Карстеном и Рубинштейном [6].

Результаты, полученные на основе анализа данной работы и ряда других научно-исследовательских работ, сидетельствуют, что улыбка волатильности действительно существует на базе данных опционов на американских биржах. Кроме того, замечено, что величина ее изгиба определяется сроком до истечения опциона и ценой акции.

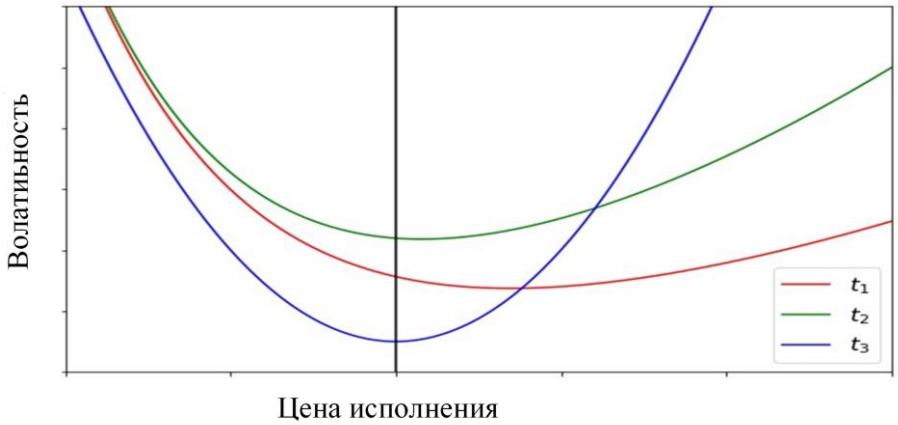


Рис. 3. Примеры графика улыбки волатильности в моменты времени t_1, t_2 и t_3, составлено автором

Литература

1. *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities // The Journal of Political Economy. 1973. V. 81. N 3 P. 637–654.
2. *Abraham S.* History of Financial Options // Investopedia. 2014. URL: https://www.investopedia.com/articles/optioninvestor/10/history-options-futures.asp
3. *Халл Дж.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. — М.: Вильямс – 2017.
4. *Britten-Jones M., Neuberger A.* Option Prices, Implied Price Processes and Stochastic Volatility // The Journal of Finance. 2000. V. 55. N 2. P. 839–866.
5. *Granger C.* Interactions between large macro models and time series analysis // International Journal of Finance and Economies. 2003.
6. *Carsten J.J., Rubinstein M.* Recovering Probability Distributions from Option Prices // The Journal of Finance. 1996. V. 51. N 5 P. 1611–1631.
7. *Dumas B., Fleming J., Whaley R.E.* Implied Volatility Functions: Empirical Tests // The Journal of Finance. 1998. V. 53. N 6. P. 2059–2106.
8. *Rubinstein A., Wolinsky A.* Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining // Econometrica. 1985. V. 53. N 5. P. 1133–1150.

УДК 330.16

Анализ нерациональности и рациональности агентов в экономической теории

М.С. Носова

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

Рациональность в экономическом поведении является очень важной составляющей. Почти каждая экономическая модель начинается с предпосылок о том, что все рассматриваемые агенты ведут себя рационально, то есть всегда стремятся максимизировать свою полезность (прибыль) и минимизировать издержки и затраты. На основе предположений рациональности строятся прогнозы о последствиях воздействий на агентов различных экономических политик (бюджетно-налоговой, денежно-кредитной и т.д.). Именно поэтому исследование рационального поведения является необходимой частью при изучении экономики.

В данной научно-исследовательской работе представлены результаты исследований и выводы о рациональности агентов. Приведены примеры того, что рациональность можно проследить не только в экономических статьях и учебниках, но и в различных повседневных ситуациях. Также показано, что зачастую кажущееся иррациональным поведение некоторых людей на самом деле таковым не является; почему же люди принимают те или иные решения и к чему это может приводить; какие решения можно назвать рациональными, а какие нет; и как все же надо мыслить, чтобы избежать нерациональности, и нужно ли ее избегать.

Рациональность человека опирается на предпосылку о том, что в свободном конкурентном обществе, в конце концов, выигрывает тот, кто ведет себя рационально, и проигрывает тот, кто не придерживается рационального поведения.

Существует множество методов и принципов, помогающих людям более быстро и просто принимать решения, нежели они бы руководствовались теорией вероятности и математическими моделями. Например, сведение проблемы к более простому виду или выбор на основе предыдущего жизненного опыта. Такая тактика приводит к иррациональности из-за того, что люди принимают решения и делают выводы, не обладая полной информацией и не принимая во внимание все моменты вопроса. Также существует ошибка репрезентативности: люди ошибочно полагают, что выборки, то есть часть объектов из какой-либо совокупности, будут подобны друг другу и самой совокупности в целом. Также есть предположение о том, что люди обычно считают выборки самокорректирующимися, то есть что ошибки могут компенсировать друг друга. Часто иррациональность может возникать из-за того, что существует тенденция к приписыванию причинно-следственных связей даже там, где отношение между событиями на самом деле является случайным.

В мире, полном неопределенности, люди часто ошибаются вследствие особенностей поведения и мышления людей при прогнозировании и оценке событий и разных величин. Даже знающие теорию вероятностей и статистику агенты иногда ошибаются.

Также причиной иррациональности мышления может служить поставленная обществом система убеждений и идеологий, через которую люди воспринимают жизнь.

Но существует и множество подтверждений и примеров того, что рациональное поведение наблюдается не только в различных экономических задачах, но и во многих других сферах жизнедеятельности человека. Даже там, где, казалось бы, ее совсем нет и быть не может. Рациональны подростки, совершающие преступления, курильщики, наркоманы, любители азартных игр и даже «ночные бабочки». Рациональна любовь, разделение труда в семье и то, что дома с детьми обычно сидят жены, в то время как их мужья зарабатывают деньги, даже если женщина могла бы работать в разы успешнее. Рационально и то, что бедные городские районы остаются бедными, а богатые продолжают расцветать. Существует даже эксперимент Раймонда Батталио и Джона Кагеля, в котором доказана рациональность крыс. Это подтверждает тот факт, что рациональные решения могут быть получены и без каких-либо сознательных вычислений. Также приведены примеры подсознательной рациональности человека.

Предположение о рациональности очень полезно. Оно дает объяснение многим событиям и теориям и тому, как устроен мир. Если мы знаем, что все вокруг стремятся вести себя наиболее рационально, мы сможем строить наиболее верные прогнозы на будущее в различных сферах и достигать точных результатов.

В данной научно-исследовательской работе также было проведено исследование поведения людей из разных отраслей в реальной ситуации, которая происходит в Москве на рынке недвижимости. Речь идет о реновации: снос старых домов в центральных частях города (в частности пятиэтажки) для освобождения места для новых современных проектов, и переселение всех жителей таких домов в новостройки.

Было выявлено, что в связи с этим рынок недвижимости (квартир) стал сильно меняться. Эти изменения повлияли на рыночные отношения и на реакцию разных типов владельцев.

В результате спрос на такие квартиры упал, а предложение увеличилось. Это выведет рынок квартир из его положения равновесия. Следовательно, цены на вторичном рынке квартир начнут резко падать. Рассматривая поведение различных типов владельцев квартир, можно заметить, что одни поддерживают идею переселения, другие – нет. Несмотря на то, что их мнения полностью противоположны, рациональны и те, и другие.

Когда на каком-нибудь рынке (в нашем случае рынок недвижимости) случаются какие-то резкие изменения, шоки, разные группы населения и различные агенты начинают на них рационально реагировать, стараясь выиграть для себя как можно больше с наименьшими потерями. Какими бы ни были реакции на стимулы разных типов людей, все они будут рациональными, так как каждый из них принимал решения, наилучшие, по их мнению, для них самих.

Изучение рациональности поведения людей является очень важной частью в экономике. В любых экономических моделях, чтобы сделать прогнозы или провести анализ какого-либо события, используются предпосылки о рациональности всех участвующих агентов. Бывает, что выбор людей не является рациональным. Чаще всего это связано с тем, что мы неправильно оцениваем те или иные события, даем им неправильную оценку вероятности, допускаем различные ошибки в рассуждениях или применяем неподходящие методы и модели. Но обычно мы все же рациональны. В статье были приведены примеры и подтверждения тому, что рациональное мышление является неотъемлемой частью в жизни человека, как в экономических сферах, так и в любых других. Теория рационального поведения очень важна в изучении не только экономики, но и всего мира в целом.

Литература

1. *Левин М.И., Шилова Н.В.* Иррациональность ксенофобии. — М.: ГУ ВШЭ, 2009.
2. *Канеман Д., Словик П., Тверски А*. Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. Кембридж: Издательство Кембриджского Университета, 1982.
3. *Тим Харфорд.* Логика жизни, или Экономика обо всем на свете. BestBusinessBooks, 2011.
4. http://www.kommersant.ru
5. http://www.rbc.ru/finances

УДК 336.763

Ценообразование опционов

Е.Е. Галаева

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Каждый инвестор стремится увеличить прибыль и перераспределить риски. Производные финансовые инструменты, или по-другому деривативы, существуют для того, чтобы хеджировать эти риски. Стоимость деривативов, в том числе и опционов, зависит от волатильности цен на базовый актив. Соответственно, перед инвесторами стоит важная задача – рассчитать верную стоимость опциона, что позволяет правильно распределять свои средства. Основными целями данной работы являются изучение и систематизация теоретических и эмпирических моделей для оценки опционов.

В рамках данной работы были рассмотрены такие модели оценки «правильной» стоимости опциона, как биномиальная модель и модель Блэка–Шоулза–Мёртона.

В общем виде цена опциона пут и колл соответственно:

$$P = e^{-rT} \sum \frac{N!}{N!(N-i)!} c^i (1-c)^{N-i} \max(0, X - S_0 u^i d^{N-i}) \,. \quad (1)$$

$$C = e^{-rT} \sum \frac{N!}{N!(N-i)!} p^i (1-p)^{N-i} \max(0, S_0 u^i d^{N-i} - X). \quad (2)$$

S_0 − текущая цена базисного актива (спот), X − цена исполнения опциона (страйк), r − безрисковая процентная ставка, T − время до экспирации опциона, u – коэффициент повышения стоимости, d – коэффициент понижения стоимости.

Также для первой модели были рассчитаны цены опциона колл для двухпериодного случая, и выявлен важный фактор — волатильность базового актива, или стандартное отклонение, влияющий на результат.

Применение биномиальных деревьев вводит предположение о дискретности процесса изменения цен на акции, что, разумеется, слабо соответствует действительности. Однако, можно описать близкую к непрерывной модель, если увеличивать количество ступеней и уменьшать шаг или, иными словами, если в биномиальной модели сокращать период, устремляя его к нулю, то в пределе получится модель Блэка–Шоулза–Мёртона.

Блэк и Шоулз в [2] предполагают, что формулы оценки опционов колл и пут подразумевают, что оцененная дисперсия доходности базового актива постоянна. Однако, результаты противоречат этому предположению, она зависит от цены акции и срока погашения опциона.

В общем виде цена опциона пут и колл соответственно:

$$P = Xe - rTN(-d2) - SN(-d1) \,, \quad (3)$$

$$C = SN(d1) - Xe - rTN(d2) \,, \quad (4)$$

$$d1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) - (r_f + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} \,, \quad (5)$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T} \,. \quad (6)$$

S − текущая цена базисного актива (спот), $N(d_i)$ − функция стандартного нормального распределения, X − цена исполнения опциона (страйк), r_f − безрисковая процентная ставка, T − время до экспирации опциона, σ − волатильность доходности базисного актива, Xe^{-rT} − дисконтированная стоимость цены исполнения.

Данная научно-исследовательская работа демонстрирует, что в биномиальной модели чем больше волатильность, тем выше будет стоить опцион. Следует отметить необходимость оплаты большой премии, чтобы контракт состоялся, и, соответственно, наоборот. Относительно модели Блэка–Шоулза, эмпирические исследования доказывают, что присутствует отклонение фактических цен, по которым покупаются и продаются опционы, от значений, которые были вычислены по формуле.

Литература

1. *Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M.* Option pricing: A simplified approach // Journal of Financial Economics. 1979. V. 7 N. 3.
2. *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities // The Journal of Political Economy. 1973. V. 81. N 3 P. 637–654.
3. *Merton R.C.* Theory of Rational Option Pricing // The Bell Journal of Economics and Management Science. 1973. V. 4. N 1. P. 141–183.
4. *Rubinstein M.* Implied Binomial Trees // The Journal of Finance. 1994. T. 49. N 3 P. 771–818.
5. *Халл Дж.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты — М.: Вильямс. 2017.

УДК 336.763

Факторы динамики доходности активов на финансовых рынках

М.С. Носова

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

С появлением фондовых рынков начал свое развитие механизм движения и перераспределения капитала от тех, кто обладает излишними средствами? к тем, кому они необходимы, с помощью операций с ценными бумагами. Благодаря фондовым рынкам, стало возможным участие в инвестициях частных лиц. Наличие достаточного числа частных инвесторов позволяет экономике привлекать большое количество денежных средств для решения всевозможных задач, чтобы развиваться и эффективно функционировать.

Для инвесторов одной из основных проблем, возникающих при решении их задач, является проблема оптимального распределения доступных им средств. Главная цель любого инвестора заключается в максимальном извлечении прибыли из своих вложений при минимизации рисков, возникающих при их реализации. Но чем больший доход мы хотим получить, тем к большему риску мы должны быть готовы. Поэтому для любого инвестора очень важно грамотно составить свой инвестиционный портфель. Для этого экономистами была разработана портфельная теория и различные модели, объясняющие взаимосвязь доходностей и рисков.

Целью данной работы является обобщение и систематизация существующих теоретических моделей и эмпирических работ, связанных с портфельной теорией и доходностями финансовых активов, а также определение различных факторов, влияющих на динамику доходностей активов на фондовом рынке при тестировании одной из основных теоретических моделей CAPM на реальных данных (с использованием данных по доходностям акций компании Facebook).

В данной работе рассмотрены несколько основных теоретических моделей, используемых финансистами в своих работах и инвесторами при планировании инвестиций: теория Марковица, CAPM, APT, гипотеза эффективности финансовых рынков.

Марковиц предположил, что существует некоторый портфель, называемый эффективным, при составлении которого доходность от вложения в акции, входящие в такой портфель, будет максимальной, а риск – минимальным. Эта теория подтверждена математической моделью, описывающей формирование такого портфеля путем диверсификации – вложения имеющегося начального капитала в различные активы, торгуемые на финансовом рынке.

Модель CAPM является одной из основных моделей, применяемых для описания ценообразования долгосрочных активов на финансовом рынке. Она объясняет взаимосвязь между доходностью какого-либо выбранного нами актива и поведением рынка в целом с учетом рисков. Бета-коэффициент β является мерой рыночного риска акции. Он показывает, насколько волатилен *i*-й актив по отношению к рыночному портфелю, то есть насколько актив более или менее рисковый по отношению к ценовым изменениям на рынке. Основная формула CAPM имеет вид:

$$[E(R_i) - R_f] = \beta_i \times [E(R_m) - R_f], \qquad (1)$$

где $E(R_i)$ – это ожидаемая доходность i-го актива; R_f – безрисковая ставка доходности; $E(R_m)$ – ожидаемая доходность рыночного портфеля; $[E(R_i) - R_f]$ – премия за риск вложения в актив; $[E(R_m) - R_f]$– это премия за риск вложения в рыночный портфель.

На практике за безрисковую ставку чаще всего принимаются ставки по государственным ценным бумагам (20-летние казначейские облигации США: C08220Y Index). А за рыночную доходность берут доходности различных рыночных индексов, таких как S&P500 (США).

В данной работе было проверено, насколько эта модель хорошо объясняет поведение доходностей активов на недельных данных по доходностям акций американской компании Facebook (R_i). Так, если были взяты уже существующие данные по доходностям, то вместо ожидаемых величин использовались фактические (данные для исследования были взяты из терминала Bloomberg).

При оценке коэффициентов регрессии $[R_i - R_f]$ на $[R_m - R_f]$ были получены следующие заключения. Во-первых, модель без константы лучше подходит для описания данных, чем модель с

константой. Во-вторых, CAPM качественнее описывает реальные данные при применении ее на коротких промежутках времени, чем на более длинных. И, в-третьих, данная модель показала нам, что доходность акций компании Facebook хорошо коррелированы с доходностью рыночного портфеля с зависимостью практически 1:1, что подтверждается тем фактом, что акции компании входят в индекс S&P500.

CAPM может неточно описывать реальные данные, так как в мире не всегда выполняются все необходимые предпосылки модели. Но, несмотря на недостатки, она является хорошим инструментом при прогнозировании в мире финансов и оценке ценных бумаг и имеет практическое применение.

Модель CAPM является однофакторной моделью, но зависимость между доходностью и риском в реальности может зависеть более, чем от одного фактора, например, от изменений налоговой политики в стране, темпов инфляции, ВВП, цен на нефть и др., а также от цен на акции других фирм. Поэтому в качестве альтернативы для модели CAPM существует многофакторная модель ценообразования активов APT. Здесь β-коэффициенты означают чувствительность доходности актива к изменениям конкретного фактора:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{1i} \times F_1 + \beta_{2i} \times F_2 + ... + \beta_{ki} \times F_k + \varepsilon_i \qquad (2)$$

где α_i – это константа для i -го актива; F_k – величина конкретного фактора системы; β_{ki} – чувствительность i-го актива к фактору k; ε_i – случайная величина с нулевым средним, определяющая идиосинкратический риск.

Эта модель лучше объясняет реальный мир, чем модель CAPM, так как она обладает меньшим количеством необходимых предпосылок и является более общей моделью.

В данной работе также приведены некоторые выводы из эмпирических работ, объясняющих влияние различных факторов на цены активов, а также описана идея об эффективности рынков.

Литература

1. . *Markowitz H.* Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Vol. VII. N 1.
2. *Шарп У. Гордон Дж. Александер, Джеффри Бейли.* Инвестиции. М.: Инфра-М, 1997.
3. *Сверчков Р.А., Сонин К.И.* Эффективность финансовых рынков (Нобелевская премия по экономике 2013 года) // Вопросы экономики. 2014. №. 1. С. 4–21.

УДК 624-2/-9

Минимизация массы цистерны для жидких и сыпучих тел

А.В. Сафронов

Научно-исследовательский Московский государственный строительный университет,
Мытищинский филиал

Цель работы заключается в разработке проекта перспективной лёгкой цистерны для хранения жидкостей и сыпучих материалов.

Работа началась с выяснения оптимальных или рациональных форм открытых бассейнов, но очень скоро исследование стало междисциплинарным [1–6]. В настоящее время традиционной цистерной является цилиндрическая конструкция, потому что она наиболее технологична. Является ли такая конструкция оптимальной или рациональной по массе, особенно важной для транспортных средств? Для иллюстрации был исследован пример оптимальной по массе цилиндрической ёмкости. Пусть, например, требуется создать закрытую цилиндрическую ёмкость для перевозки жидкости или сыпучего материала объёмом 1000 м^3. Объём цилиндра равен $V=\pi r^2 h$. Высота цилиндра равна $h = \frac{V_ц}{\pi r^2}$. Подставляем выражение для высоты в формулу для площади полной поверхности цилиндра, включающей боковую поверхность и два круглых основания, получаем целевую функцию для поиска её минимального значения $S_ц(r) = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{2V_ц}{r} + 2\pi r^2$. Определяем

производную полученной целевой функции $\frac{dS_ц(r)}{dr} = \frac{-2V_ц + 4\pi r^3}{r^2}$. Применяем необходимое условие экстремума $\frac{dS_ц(r)}{dr} = 0$. Получаем уравнение $-2V_ц + 4\pi r^3 = 0$. Из этого уравнения определяем радиус цистерны $r = \sqrt[3]{\frac{V_ц}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1000}{2\pi}} \approx 5,419\,м$. Найденное значение радиуса является точкой минимума, потому что при переходе через неё производная функция $\frac{dS_ц(r)}{dr}$ изменяет знак с минуса на плюс. При таком радиусе площадь полной поверхности конструкции будет равна $S_ц = \frac{2V_ц}{r} + 2\pi r^2 \approx 553,581\,м^2$. Высота цилиндра будет равна $h = \frac{V_ц}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi \cdot 5,419^2} \approx 10,840\,м$. Длина самой лёгкой цилиндрической цистерны получилась равной диаметру конструкции $D = 2r = 2\sqrt[3]{\frac{V_ц}{2\pi}} \approx 10,838\,м$. На практике применение такой конструкции ограничено. Если для морского транспорта такое соотношение размеров допустимо, то для автомобильного не может быть применено, потому что проезжая часть окажется перекрытой. Противоречие между минимальной массой и нерациональными габаритными размерами цистерны можно устранить переходом к другим формам конструкций.

Сначала рассмотрим пример открытой ёмкости в виде сферического сегмента радиуса r высотой h. Объём сферического сегмента равен $V_{сс} = \frac{3\pi r h^2 - \pi h^3}{3}$, а площадь поверхности $S_{сс} = 2\pi r h.$ Рассмотрим отношение объёма открытой ёмкости в виде сферического сегмента к площади её поверхности как функцию от высоты сферического сегмента $f(h) = \frac{V_{сс}}{S_{сс}} = \frac{3rh - h^2}{6r}$. Определяем производную $\frac{df(h)}{dh} = \frac{3r - 2h}{6r}$. Применяем необходимое условие экстремума $\frac{df(h)}{dh} = 0$. Получаем уравнение $3r - 2h = 0$. Из этого уравнения находим критическую точку $h = \frac{3r}{2}$. Это точка локального максимума, так как при переходе через неё функция $\mathrm{f}(\mathrm{h})$ изменяет свой знак с плюса на минус. При этом объём сферического сегмента равен $V_{сс} = \frac{\pi h^2(3r - h)}{3} = \frac{9\pi r^3}{8} \approx 3,534r^3$, а площадь его поверхности равна $S_{сс} = 2\pi r h = 3\pi r^2 \approx 9,425r^2$. Полученных предварительных данных достаточно, чтобы исследовать новую конструкцию цистерны. Цистерна должна быть закрытой, поэтому достаточно соединить два сферических сегмента друг с другом по окружностям открытых частей. Получится закрытая ёмкость с удвоенным объёмом и с удвоенной площадью поверхности по сравнению с единичным сферическим сегментом, то есть с объёмом $V = \frac{2\pi h^2(3r - h)}{3} \approx 7,068r^3$ и площадью поверхности $S = 2 \cdot 2\pi r h \approx 18,850r^2$.

Для сравнительного анализа новой цистерны с традиционной возвращаемся к конкретному примеру с объёмом ёмкости $V = 1000\,м^3$. Тогда радиусы двух состыкованных сферических сегментов должны быть одинаковыми и равными $r \approx \sqrt[3]{\frac{V}{7,068}} \approx \sqrt[3]{\frac{1000}{7,068}} \approx 5,211\,м$. При этом площадь поверхности цистерны, то есть масса конструкции, будет минимальной и равной $S \approx 511,863\,м^2$. Для иллюстрации соотношение габаритных размеров традиционной и новой конструкций представлено на рис. 1.

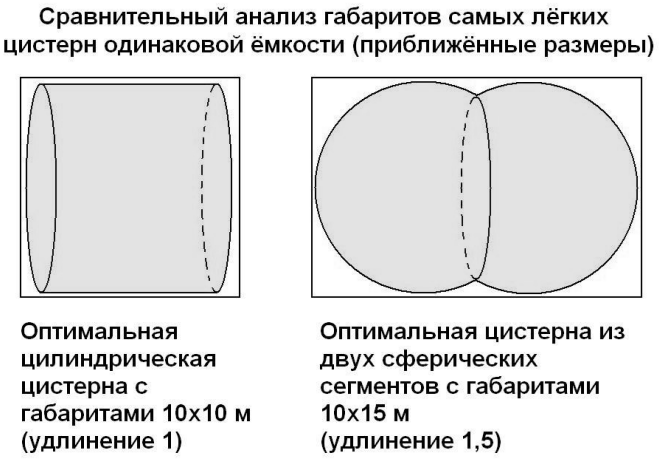


Рис. 1. Соотношение габаритных размеров традиционной и новой цистерн

Вывод. Для рассмотренного объёма 1000 м^3 экономия листового материала составит $41,7$ м^2. При толщине стального листа 2 мм экономия объёма равна $0,083$ м^3, то есть $647,4$ кг. Цистерна становится легче более чем на 600 кг и более чем на 7,5%.

Литература

1. *Сафронов А.В.* Экономическая роль технического задания в строительстве // Сборник трудов конференции "Строительство - формирование среды жизнедеятельности". XX Международная межвузовская научно-практическая конференция студентов, магистров, аспирантов и молодых учёных. Москва. 2017. С. 753–755. http://mgsu.ru/resources/izdatelskaya-deyatelnost/izdaniya/izdaniya-otkr-dostupa/2017/StFJD2017.pdf
2. *Сафронов А.В.* Экономическое обоснование технического задания в строительстве // XI Всероссийский форум студентов, аспирантов и молодых учёных «Наука и инновации в технических университетах». Санкт-Петербург. 2017. Секция «Экономика и управление». Диплом «За лучший секционный доклад». http://ysc.spbstu.ru/forum2017/
3. *Сафронов А.В.* Экономическое обоснование технического задания в строительстве // Машиноведение и инновации. 29-я конференция молодых учёных и студентов. Труды конференции. Москва. 2017. ISBN 978-5-44-65-1752-7. С. 242–244. http://mikmus.ru/opendocs/MIKMUS-2017/Pr_17_v_002.pdf
4. *Сафронов А.В.* Сочетание дополнительного образования школьников с учебным планом и научной работой студентов // Материалы 28-й Международной конференции "Современные технологии в образовании". Троицк-Москва. 2017. ISBN 978-5-9907219-4-4. С. 399–401.
5. *Сафронов А.В.* Математика технического задания для новых строительных объектов // XXI Международная научная конференция "Строительство - формирование среды жизнедеятельности 2018". НИУ МГСУ. 2018.
6. *Сафронов А.В.* Междисциплинарные связи при обучении информатике в строительстве // Материалы 29-й Международной конференции "Современные технологии в образовании" -Троицк-Москва. 2017. С. 137–139. http://ito2018.bytic.ru/materials

УДК 330.45

Применение методов регрессионного анализа в исследовании процессов подготовки школьников на примере дополнительного образования в области нейротехнологий

***Т.К. Бергалиев*[1,2], *М.А. Киселева*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова

На сегодняшний день одной из самых быстрорастущих отраслей цифрового мира в Российской Федерации и в мире является область нейротехнологий, включающая в себя создание человеко-машинных интерфейсов, современные средства реабилитации, новые подходы к конструированию робототехнической и медицинской техники, современные средства расширения возможностей человека и протезирования, носимую электронику, средства дистанционного

мониторинга состояния человека, нейроразвлечения и киберспорт, анализ данных на базе нейросетевых технологий и многое др.

В целях знакомства и обучения (подготовки школьников) по указанным областям знаний должны быть выработаны оптимальные образовательные инструменты и подходы, которые органично встроены в существующую структуру образования (интегрируемые в основную и дополнительную образовательные программы, апробированные в различных школах).

В работе проведено исследование процессов подготовки школьников на примере дополнительного образования в области нейротехнологий с применением методов регрессионного анализа, выявлены основные факторы, влияющие на качественные и количественные показатели подготовки на основе экспериментальных данных.

Литература

1. *Rawlings J., Pantula S., Dickey D.* Applied Regression Analysis: A Research Tool, Second Edition.
2. *Abebe A., Daniels J., McKean W., Kapenga J.* Statistics and Data Analysis.

УДК 519.865.3

Идентификация модели банковской системы России с помощью метода решения обратных задач

А.Р. Сагирова, И.Г. Поспелов, А.А. Жукова

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

В работе рассматривается задача идентификации параметров модели банковского сектора России с использованием имеющихся статистических данных с помощью решения обратной задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Прямой задачей является задача Коши для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}X(t) = P(t, X(t), \Theta),\ t \in (0,T),\ T > 0, \\ X(0) = X^0, \end{cases}$$

где $X(t) = (X_1(t), \ldots, X_N(t))^T$ — вектор фазовых переменных модели размерности $N \in N$, $\Theta = (\Theta_1, \ldots, \Theta_M(t))^T \in \mathcal{P}$ — вектор параметров модели размерности $M \in N$,

$\mathcal{P} \subseteq R^N -$ пространство рассматриваемых параметров,

$P(t, X(t), \Theta) = (P_1(t, X(t), \Theta), \ldots, P_N(t, X(t), \Theta))^T -$ вектор-функция,

где $P_n(t, X(t), \Theta) : C(0,T) \to C(0,T),\ n = 1, \ldots, N,$

$X^0 = (X_1^0, \ldots, X_N^0)^T -$ вектор начальных данных.

Обратная задача заключается в определении вектора параметров Θ по заданной функции P и статистических данных вектора $X(t, \Theta)$:

$$X_n(t_k, \Theta) = \Phi_n(t_k),\ t_k \in (0,T),\ k = 1, \ldots, K_n,\ n = 1, \ldots, N.$$

В работе рассматривается период январь 2011 года – сентябрь 2017 года, причем расчеты производятся отдельно на периоде до ноября 2014 года и после, так как в это время в России произошел валютный кризис, за счет которого масштаб используемых в работе статистических данных изменился. Результаты расчетов на докризисном периоде: $\Theta^T = (0.0431,\ 0.0353,\ 0.0405,\ -0.1436,\ 1.0242,\ 0.9772,\ 0.9135,\ 0.9991).$

На рис. 1 представлены расчетные кривые для идентифицированной модели.

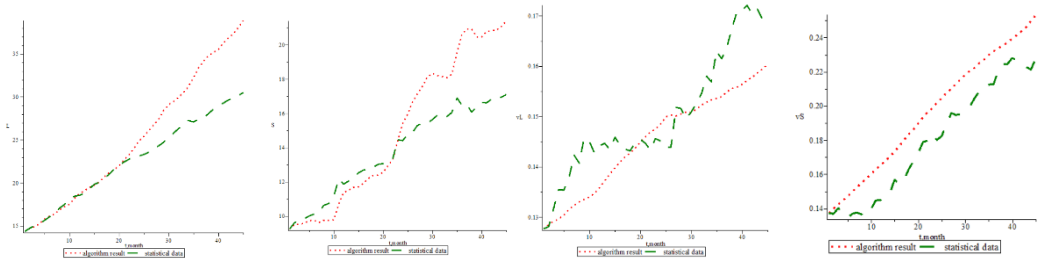


Рис. 1. Графики сравнения расчетных кривых и статистических данных для переменных L, S, vL, vS соответственно (слева направо)

На втором участке данных оптимальное значение параметров $\Theta^T = (0.0408, 0.0329, 0.0399, -0.1462, 1.0235, 0.9761, 0.9126, 0.9984)$. Расчетные кривые представлены на рис. 2.

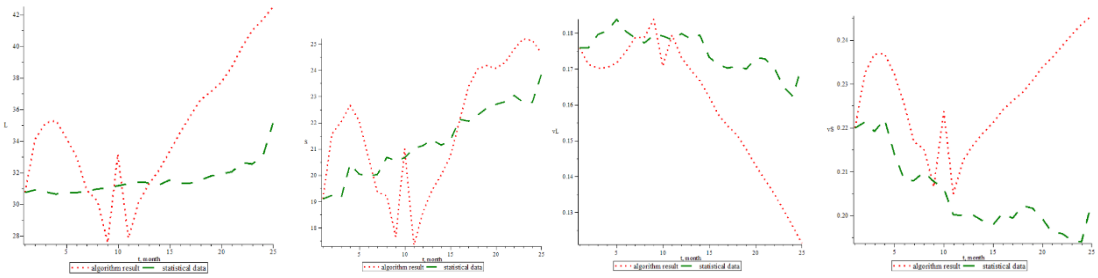


Рис. 2. Результат работы алгоритма на кризисном участке времени для переменных L, S, vL, vS соответственно (слева направо)

Работа выполнена при финансовой поддержке научно-исследовательской работы «Моделирование социальных, экономических и экологических процессов», 0063-2016-0005 в ФИЦ ИУ РАН.

Литература

1. *Ильин А.И., Кабанихин С.И., Криворотько О.И.* Об определении параметров моделей, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений // Сибирские электронные математические известия. 2014. Т. 11. С. 62–76.
2. *Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г.* Моделирование деятельности современной российской банковской системы // Экономический журнал ВШЭ. 2009. Т. 13. № 2. С. 143–171.
3. *Малахов Д.И., Пильник Н.П., Радионов С.А.* Стабильность распределения банков как аргумент в пользу концепции агрегированного агента // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2015. Т. 19. № 4. С. 395–422.
4. *Кабанихин С.И., Криворотько О.И., Ермоленко Д.В., Воронов Д.А.* Сравнение градиентного и симплекс методов численного решения обратной задачи для простейшей модели инфекционного заболевания // Математические заметки СВФУ апрель-июнь. 2015. Т. 22. № 2. С. 72–82.
5. *Пильник Н.П., Радионов С.А.* О новых подходах к идентификации блоков моделей общего равновесия // ТРУДЫ МФТИ. 2017. Т. 9. № 3. С. 151–160.
6. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. — Сибирское научное издательство, 2009.
7. *Арнольд В.И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000.
8. *Хайрер С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1999.
9. *Андреев М.Ю., Вржещ В.П., Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А., Жукова А.А., Радионов С.А.* Модель межвременного равновесия экономики России, основанная на дезагрегировании макроэкономического баланса // Труды семинаров им. И.Г. Петровского. 2013. Выпуск 29. С. 43–145.

СЕКЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Председатель: И.С. Меньшиков (к.ф.-м.н., доцент)

Зам. председателя: А.Н. Чабан (зав. лабораторией)

Секретарь: А.О. Седуш

Дата: 24.11.2018

Время: 11:00

Место: Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, стр. 2, ауд. 202 ЛК, МФТИ

УДК 519.86

Сравнение поведенческих концепций равновесия на примере игры «11-20»

***В.А. Селютин*[1], *И.С. Меньшиков*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

Рассмотрена игра двух игроков под названием «11–20», разработанная Арадом и Рубинштейном [1] для экспериментального исследования k-уровневого мышления (k-level reasoning, k-LR) – типа поведенческого равновесия, введенного Сталем и Вилсоном [2, 3] и Нэйджелом [4]. Стандартная k-уровневая модель подразумевает, что игроки делятся на типы, которые отличаются по глубине стратегического мышления. Игрок уровня 0 не имеет продуманной стратегии и действует наугад. В то же время игрок уровня k ($k \geq 1$) выбирает свою стратегию, исходя из предположения, что его соперник принадлежит к уровню k-1. Таким образом, k-LR модели характеризуются поведением игрока уровня 0, являющимся стартовой точкой для итеративного мышления, и распределением типов игроков.

По правилам игры «11–20» оба игрока запрашивают целое количество очков между 11 и 20, которое они получат наверняка. Один из игроков получит также дополнительные 20 очков в том случае, если он запросит ровно на одно очко меньше, чем его соперник.

Выбор стратегии 20 игроком уровня 0 интуитивно понятен: если игрок не хочет рисковать или использовать стратегическое мышление, он может просто запросить максимальное гарантированное количество очков. Из этого немедленно следует выбор игроков остальных уровней k (табл. 1). Например, 19 является единственным лучшим ответом на стратегию 20 и любую смешанную стратегию, в которой 20 выбирается с наибольшей вероятностью.

В игре отсутствует равновесие Нэша в чистых стратегиях, но можно найти равновесие в смешанных стратегиях (табл. 1), где только стратегии 15–20 выбираются с положительными вероятностями. При помощи критерия хи-квадрат было показано, что распределение, полученное в эксперименте Арада и Рубинштейна, отличается от найденного равновесия ($p < 0.0001$). Следовательно, поведение участников не может быть объяснено равновесием Нэша.

Следуя примеру других работ по k-LR, нами были оценены несколько моделей. Первая состояла из 6 типов игроков: L0 (выбирает 20), L1, L2, L3, L4 и L-random (выбирает числа от 11 до 20 равновероятно). Вторая модель не включала тип L4. Используя тест отношения правдоподобия, мы не смогли отвергнуть гипотезу о том, что класс L4 не является значимым. Таким образом, вторая модель (L0-L3 и L-random) лучше всего объясняет результаты статьи. Путем минимизации невязки для нее были найдены ожидаемые частоты для каждого из уровней (табл. 1).

Таблица 1

Действие	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Уровень k	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Равновесие (%)	0	0	0	0	25	25	20	15	10	5
Результаты (%)	4	0	3	6	1	6	32	30	12	6
k-LR (%)	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	3.3	32.0	30.0	12.0	6.0
CH(τ) (%)	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	10.1	35.7	27.0	22.0	0.9
QRE(λ) (%)	0.2	0.4	0.6	1.2	4.8	15.5	23.9	23.8	18.7	11.0

.

Стоит рассмотреть другую схожую вариацию k-LR модели – когнитивную иерархию (cognitive hierarchy, CH) [5], в которой игрок уровня k при выборе стратегии учитывает не только игроков уровня k-1, но и игроков всех меньших уровней. Стратегии по уровням ищутся рекуррентно: игрок уровня 0 равновероятно выбирает каждое действие, игрок уровня 1 оптимально отвечает на стратегию игрока уровня 0, игрок уровня 2 выбирает оптимальный ответ исходя из мысли, что ему встретятся игроки уровней 0 и 1 в соответствии с нормированным распределением Пуассона, и т.д. Если же для какого-то уровня существует несколько оптимальных чистых стратегий, то все они берутся с одинаковой вероятностью.

Методом максимального правдоподобия мы подобрали параметр τ = 2.47, определяющий распределение уровней, при котором CH как можно лучше описывает результаты Арада и Рубинштейна (табл. 1).

$$\begin{cases} q_i = \dfrac{\exp[\lambda \cdot V_i]}{\sum\limits_{k=11}^{20} \exp[\lambda \cdot V_k]}, i = \overline{11,20}, \\ V_k = \begin{cases} k + 20q_{k+1}, k = \overline{11,19}. \\ 20, k = 20 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрен еще один тип поведенческого равновесия для игры «11–20» – равновесие дискретного отклика (quantal response equilibrium, QRE) [6]. В его основе лежит идея о том, что игроки могут совершать ошибки при выборе чистой стратегии. Вероятность любой стратегии быть выбранной коррелирует с выигрышем от этой стратегии, то есть дорогостоящие ошибки маловероятны. Особый интерес представляет неотрицательный параметр λ, входящий в концепцию QRE. Обычно λ интерпретируют как параметр ошибки. Он принимает значения от 0, когда выбор стратегии абсолютно случайный, до +∞, когда ошибки не совершаются и распределение вероятностей стремится к смешанному равновесию Нэша.

Путем решения системы уравнений (1) было найдено QRE в зависимости от параметра λ. Аналогично CH, методом максимального правдоподобия подобрано значение λ = 0.44 (табл. 1).

Сравнив значения коэффициентов корреляции между экспериментальными данными и результатами каждой из рассмотренных поведенческих концепций равновесия (QRE(λ): 86%, k-LR: 99%, CH(τ): 94%), мы пришли к выводу, что концепция k-уровневого мышления лучше прочих подходит для описания результатов игры «11–20». Возможно, это объясняется тем, что данная модель имеет несколько настраиваемых параметров, в то время как QRE и CH – только один. Также стоит отметить, что из двух концепций одного параметра когнитивная иерархия оказалась более применимой, хотя предположения о k-уровнях и пуассоновском распределении на первый взгляд кажутся весьма искусственными. Примечательно, что при этом значение параметра τ получилось больше 2, ведь, как правило [5], оно лежит в диапазоне от 1 до 2.

Планируется провести лабораторный эксперимент и проанализировать его результаты.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Arad A., Rubinstein A.* The 11-20 Money Request Game: A Level-k Reasoning Study // American Economic Review. 2012. V. 102(7). P. 3561–3573.
2. *Stahl D., Wilson P.* Experimental evidence on players' models of other players // Journal of Economic Behavior and Organization. 1994. V. 25(3). P. 309–327.
3. *Stahl D., Wilson P.* On players' models of other players: Theory and experimental evidence // Games and Economic Behavior. 1995. V. 10(1). P. 218–254.
4. *Nagel R.* Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study // American Economic Review. 1995. V. 85(5). P. 1313–1326.
5. *Camerer C. F., Teck-Hua H., Juin-Kuan Ch.* A Cognitive Hierarchy Model of Games // Quarterly Journal of Economics. 2004. V. 119(3) P. 861–898.
6. *McKelvey R., Palfrey T.* Quantal response equilibria for normal form games // Games and Economic Behavior. 1995. V. 10(1). P. 6–38.

УДК 519.865.5, 338.2

Модель управления рисками в кредитной организации

В.В. Апраксин

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Финансовый университет при Правительстве РФ

В работе рассмотрены основные принципы построения модели управления рисками в кредитном учреждении на основе практик управления рисками в нескольких российских кредитных организациях и нормативных документов Банка России на основе внедрения рекомендаций Базельского Комитета по банковскому надзору. На основе проведенной существенной экспериментальной работы по методу «исторического эксперимента», который опирается на анализ данных имевших место финансовых кризисов и отзывов лицензий у банков, описаны недостатки и «узкие места» данной модели применительно к российской практике кредитования предприятий и организаций корпоративного финансового и нефинансового сектора, а также даны рекомендации по ее совершенствованию.

Описаны основные принципы системы управления рисками:

- выделение ключевых рисков в деятельности конкретного кредитного учреждения с учетом особенностей его бизнес-модели и портфелей активов и пассивов под его управлением;
- разработка специфических коэффициентов и моделей оценки каждого риска и применение статистики для оценки пороговых уровней каждого коэффициента;
- управление риском путем включения стоимости риска в цены продуктов кредитной организации;
- установление требований к капиталу кредитного учреждения и создание резервов под каждый вид риска.

Особенностями российских условий банковской деятельности, приводящими в последние годы к недостаткам и «узким местам» официальной модели управления рисками, являются:

- непрозрачность приоритетов и практики принятия решений в российской экономике, ставящие под угрозу адекватную оценку рисков и уводящие сомнительные сделки в тень [7];
- необоснованное усиление роли госпредприятий во многих секторах экономики, приводящее к сужению возможностей коммерческих организаций и к появлению новых непрогнозируемых факторов риска [4];
- высокий уровень опасений (в том числе вследствие усиления западных санкций против России), сужающий возможности нормального развития бизнеса и внедрения новых продуктов многими предприятиями и банками [8].

К несовершенствам официальной системы управления рисками следует отнести:

- оторванность контролирующего органа (Банка России) от реалий деятельности

коммерческих банков, тормозящая развитие банковской системы [5];

- неприменимость в отдельных случаях статистических методов (в том числе использованных в инструкциях Банка России) для прогнозирования конкретных потерь от каждого вида риска [6];
- отсутствие продуманной стратегии развития банковской системы с учетом российских реалий [3];
- существенная ограниченность применяемых банковских продуктов и возможностей привлечения и создания капитала [2];
- плохое понимание банками особенностей бизнеса своих заемщиков / эмитентов ценных бумаг и вкладчиков. Особенно это относится к финансовым организациям (банкам, страховым и инвестиционным компаниям). Это создает дополнительные непрогнозируемые риски [1].

На основе результатов работы, практического анализа имевших место кризисов ликвидности, скачков валютного курса и кризисов на рынке ценных бумаг можно сделать следующие выводы:

1) каждому банку следует строить модель управления активами с учетом глубокого понимания всех видов риска данного актива (бизнеса заемщика, и др.);
2) управление пассивами следует строить на основе привлечения пассивов под каждую сделку с учетом понимания рисков досрочного взыскания задолженности;
3) укрупнение бизнеса необходимо проводить на основе глубокого понимания всех его составляющих (то есть каждой сделки), отойти от «приблизительного» управления портфелем активов на основе сомнительной псевдонаучной статистики;
4) уделять больше внимания развитию сопутствующих продуктов для снижения стоимости заемных средств для данного клиента;
5) искать свои ниши и категории клиентов, создавая под них соответствующие продукты с конкретными удобствами и конкурентными преимуществами, проводя опросы и выявляя потребности целевой категории клиентов.

Литература

1. *Волков А.А.* Управление рисками в коммерческом банке: Практическое руководство. М.: Омега-Л, 2013. 156 с.
2. *Корнейчук В.* Управление финансовыми рисками банка: монография. М.: LAP Lambert Academic Publishing, 2017. 164 с.
3. *Новиков А.И.* Теория принятия решений и управление рисками в финансовой и налоговой сферах: Учебное пособие для бакалавров. М.: Дашков и К, 2015. 288 с.
4. *Рудько-Селиванов В.В.* Управление банковскими рисками в условиях глобализации мировой экономики: Научно-практическое пособие для специалистов. М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2013. 318 с.
5. *Тепман Л.Н.* Управление рисками в условиях финансового кризиса. М.: Юнити-Дана, 2017. 296 с.
6. *Тепман Л.Н.* Управление банковскими рисками: Учебное пособие. М.: ЮНИТИ, 2015. 311 с.
7. *Фридмен Джеффри* Рукотворный финансовый кризис. Системные риски и провал регулирования. М.: ИРИСЭН, Мысль, 2015. 320 с.
8. *Хенни ван Грюнинг* Анализ банковских рисков. Система оценки корпоративного управления и управления финансовым риском: монография. М.: Весь Мир, 2017. 304 с.

УДК 519.865, 330.16

Исследование игры «Рынок подержанных автомобилей» методами экспериментальной экономики

***И.С. Меньшиков*[1,2], *О.Р. Меньшикова*[2,3], *А.О. Седуш*[2]**

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
[2] Московский физико-технический институт (государственный университет)
[3]Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ начались эксперименты по изучению игры «Рынок подержанных автомобилей» [1]. Игра состоит в следующем. Играют двое: продавец (S) и покупатель (B). Общая информация состоит в том, что автомобиль может быть либо хорошим – П (Персик), либо плохим – Л (Лимон). Известна вероятность Л, равная $0 < a < 1$. Известны ценности автомобиля для покупателя: $V_П = 12, V_Л = 2$ и ценности автомобиля для продавца: $C_П = 10, C_Л = 1$.

Сценарий игры. Природа выбирает качество автомобиля: Л с вероятностью a или П с вероятностью $1-a$. Продавец узнает выбор природы, т.е. он знает тип автомобиля: Л или П. Продавец назначает цену p за автомобиль. Покупатель видит цену продавца, но не знает тип авто (П или Л). Покупатель может согласиться на сделку ($Y = 1$) или отказаться от нее ($Y = 0$).

Выигрыши участников. Для продавца: $U_S = (p - C_t) \cdot Y$, для покупателя $U_B = (V_t - p) \cdot Y$. Здесь t – это тип авто: Л или П. Таким образом, если нет согласия, то выигрыш обоих равен 0.

Лабораторная игра состояла из 6 серий по 20 независимых попыток в соответствии со следующими вариантами выбора ролей и партнеров.

Вариант 1. Роли фиксированы, партнеры постоянны.

Вариант 2. Роли фиксированные, партнеры случайные.

Вариант 3. Роли и партнеры меняются случайным образом.

Каждый вариант проигрывался 2 раза: 20 попыток при $a = 10\%$, затем 20 попыток при $a = 25\%$. Выигрыши суммировались по попыткам и по всем шести сериям.

Рассмотренная игра является динамической игрой с неполной информацией. В таких играх исследуется совершенное байесовское равновесие (СБР), которое бывает двух сортов: скрывающее и выявляющее. Для данной игры справедливы следующие утверждения:

1. При любой вероятности Лимонов $0 < a < 1$ в данной игре нет «хорошего» выявляющего равновесия, в котором продаются Персики.
2. При $a = 10\%$ существует скрывающее СБР, когда Лимоны и Персики продаются по одной и той же цене.
3. При $a = 25\%$ не существует скрывающего СБР, когда Лимоны и Персики продаются по одной и той же цене.
4. При любом $0 < a < 1$ существует выявляющее СБР, когда продаются только Лимоны.

В Лаборатории экспериментальной экономики было проведено 7 экспериментов по данной игре. В каждой игре участвовало 12 добровольцев из числа студентов МФТИ. Каждый раз мы наблюдали, как атмосфера доверия, существовавшая в первой сессии, разрушалась к концу игры. Уровень доверия, который измерялся процентом проданных автомобилей по высокой цене, падал в среднем с 75% до 25%. Лишь 10% участников были честны до конца и не поддались искушению продавать Лимоны по цене Персика. Эти люди не только сами никогда не обманывали, но и считали, что другие не будут этого делать. Они демонстрировали высокий уровень доверия — 75% (соглашались на предложения покупки по высокой цене в роли Покупателя). В психологии существует понятие проекции, когда человек приписывает окружающим собственные мысли и чувства и считает, что все вокруг устроены так же, как и он. В соответствии с ней честные люди должны считать, что их окружают такие же, следовательно, им можно доверять, а нечестные считают, что кругом обманщики, поэтому имеют низкую доверчивость. У честных игроков проекция сработала. Абсолютно нечестное поведение продемонстрировали 28% участников. Каждый Лимон, попавший в их руки, они рассматривали, как способ обогатиться, и всегда продавали его по высокой цене. Нельзя сказать, что эти участники думали, что остальные поведут себя так же. Уровень доверия в этой группе был довольно высокий — 47%. В этом случае проекция

не сработала, участники понимали, что остальные играют более мягко, и им можно доверять. Были, правда, люди, которые за 62 раза участия в роли Покупателя ни разу не согласились на сделку, чем сильно порушили представления других о возможности кооперации в игре и повлияли на их отказ от честного поведения.

Естественно, что каждый раз при переходе вероятности плохих автомобилей от 10% к 25% наблюдалось больше обманов, а следовательно, больше обид и желания отыграться, которое почти всегда приводило к переходу от честной стратегии продажи Лимонов к жульничеству. В шестой сессии продавались практически одни Лимоны, и Покупатели отказывались покупать автомобили по высоким ценам. Такое поведение близко к выявляющему СБР, когда продаются только Лимоны.

Наблюдалось удивительное разнообразие в поведении людей. Для всех игроков по результатам игр были посчитаны честность в роли продавца (процент Лимонов, проданных по завышенной цене) и доверчивость в роли покупателя (процент согласия на высокую цену). Как принято в нашей Лаборатории, участники эксперимента предварительно прошли 4 психологических теста: MBTI, Эннеаграмма, тесты Сандры Бем и Big Five. Не вдаваясь в подробности, отметим только, что, как и в предыдущих работах [2–6], мы обнаружили отличия в поведении представителей четырех групп: маскулинные мужчины (мМ), феминные мужчины (фМ), маскулинные женщины (мЖ) и феминные женщины (фЖ). Повышенной честностью выделились мЖ, доверчивость более свойственна женщинам, причем в наибольшей степени фЖ, наибольший результат в игре получили мМ, которые обладали минимальным доверием и низкой честностью.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Akerlof G.* The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism. Quarterly Journal of Economics. The MIT Press. 1970. 84 (3). P. 488–500.
2. *Меньшиков И.С, Меньшикова О. Р., Старков Д.М., Седуш А. О.* Лабораторный анализ социальных и психофизиологических аспектов формирования информационных каскадов // XIX Апрельская международная конференция по проблемам развития экономики и общества, Москва, ВШЭ, 2018. https://events-files-bpm.hse.ru/files/_reports/476AA6AC-A91D-41A6-A024-3D563154A358/Menshikov-IC.pdf
3. *Седуш А.О., Меньшикова О.Р., Бабкина Т.С., Гришкова Е.А.* Влияние социализации на изменение социальной ответственности участников эксперимента с учетом гендерных и психологических характеристик // Сборник научных трудов МФТИ «Моделирование процессов обработки информации» М.: МФТИ, 2016. С. 86–89.
4. *Menshikov I.S., Menshikova O.R., Sedush A.O., Babkina T.S., Lukinova E.M.* Gender influences on the participants behavior in the economic experiments // VIII Moscow International Conference on Operation Research (ORM2016), Moscow. 2016. V. 1. P. 104–106.
5. *Меньшикова О.Р., Меньшиков И. С.* Гендерные и психологические различия как источник гетерогенности поведения // Труды 59-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2016.
6. *Бабкина Т.С., Гришкова Е.А., Захаренков А.А., Меньшикова О.Р., Меньшиков И С., Седуш А.О.* Исследование лабораторной игры Collective Action: психофизиологические и гендерные аспекты // Труды 59-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2016.

УДК 519.83

Вычисление равновесия дискретного отклика в игре «Информационный каскад»

***Д.М. Старков*[1], *И.С. Меньшиков*[1,2]**
[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

В целях исследования процесса формирования общественного мнения по какому-либо событию в Лаборатории экспериментальной экономики (ЛЭЭ) среди студентов МФТИ была проведена серия экспериментов, воспроизводящих модель информационных каскадов в контролируемых условиях: на основании приватных сигналов и решений других игроков участники

поочередно должны принять решение о правильной альтернативе (см. [1]). Для исследования поведения участников важно вычислять различные равновесия в проведенных экспериментах.

Равновесия. Обозначим p_t мнение игрока t о правильном состоянии на основании истории выборов других игроков, q – вероятность получения правильного сигнала (в нашем случае 0,6). Для рационального игрока t ожидаемый выигрыш от выбора состояния A при получении сигналов $s_t = a, b$ есть

$$\pi_t^a(p_t) = \frac{qp_t}{qp_t + (1-q)(1-\mathrm{p}_t)}, \quad \pi_t^b(p_t) = \frac{(1-q)p_t}{(1-q)p_t + q(1-\mathrm{p}_t)}.$$

Именно на поведении рациональных игроков основано равновесие Нэша (РН), которое, как нетрудно убедиться (см. [2]), диктует выбор, согласованный с мнением большинства ранее высказанных мнений и своего сигнала.

В QRE [3] участники действуют не вполне рационально: к их ожидаемым выигрышам от выбора состояния A или B добавляются ошибки ε_t^A и ε_t^B. С учетом логистического распределения ошибок вероятность выбора участником состояния A при приватном сигнале s_t и истории H_t запишется как

$$P(c_t = A \mid H_t, s_t) = \frac{1}{1 + \exp(\lambda(1 - 2\pi_t^{s_t}(p_t)))}.$$

Также существуют расширения дискретного равновесия. Так, в равновесии BRF [1] формула Байеса (1) модифицируется добавлением параметра α: $\dfrac{q^\alpha p_t}{q^\alpha p_t + (1-q)^\alpha (1-\mathrm{p}_t)}$, что позволяет учесть ошибку базового процента. А в равновесии HQRE [1] каждому участнику или группе участников i ставится в соответствие индивидуальный параметр λ_i, что позволяет учитывать неоднородность по рациональности.

Вычисление равновесий дискретного отклика. Равновесие дискретного отклика представляет собой набор вероятностей для каждого игрока выбора им того или иного состояния. Для вычисления равновесия дискретного отклика необходимо посчитать параметр λ QRE-модели. Для этого, используя (2), можно посчитать вероятность реализации полученной в эксперименте последовательности сигналов $H_t = \{c_1, ..., c_{t-1}\}$ $l(c \mid \lambda) = \prod_{t=1}^{T} P(c_t \mid \lambda, s_t, H_t)$. При этом, предполагая независимость между последовательностями, получим вероятность наблюдения набора из M последовательностей $\{c^1, ..., c^M\}$: $L(c^1, ..., c^M \mid \lambda) = \prod_{m=1}^{M} l(c^m \mid \lambda)$, логарифм которой максимизируем по λ: $L(c^1, ..., c^M \mid \lambda) \to \max_\lambda$.

На языке MATLAB была написана процедура, возвращающая на основании экспериментальных данных $\log L$, получая на входе параметр λ. Для работы процедуры необходимы данные о сигналах и выборах — матрица $NT \times 2$, где T – количество игроков, N – число испытаний, состоящая из 0 и 1 обозначающих урны (1 – A, 0 – B). Вычисление производится по следующей схеме:

1. Рассчитываем общее мнение, складывающееся у игрока еще до получения сигнала, на основании только истории:

   $p_t \equiv P(\omega = A \mid H_t),\ p_1 = \dfrac{1}{2},\ \ \omega -$ правильное состояние.

2. Вычисляем рациональное мнение, складывающееся после получения сигнала:

   $$\pi_t^a(p_t) = \frac{qp_t}{qp_t + (1-q)(1-\mathrm{p}_t)}, \quad \pi_t^b(p_t) = \frac{(1-q)p_t}{(1-q)p_t + q(1-\mathrm{p}_t)}.$$

3. Вычисляем мнение, полученное с учетом ошибки:

   $$P(c_t = A \mid H_t, s_t) = \frac{1}{1 + \exp(\lambda(1 - 2\pi_t^{s_t}(p_t)))}, \quad P(c_t = B \mid H_t, s_t) = 1 - P(c_t = A \mid H_t, s_t).$$

4. Далее смотрим на текущую строку матрицы входных параметров, возможны 4 пары сигнал-

выбор $[S_t, C_t]$ ([1,1]; [1,0]; [0,1]; [0,0]). В зависимости от реализовавшейся пары записываем в накопительную сумму $\log(P(c_t = C_t \mid H_t, s_t = S_t))$ и переходим на следующий шаг, принимая $p_t = P(\omega = A \mid H_{t-1}, c_{t-1} = C_t)$.

Находя максимум вышеописанной функции, мы определяем оптимальный параметр λ, при котором реализовавшаяся в эксперименте последовательность сигналов и выборов наиболее вероятна, другими словами, находим равновесие дискретного отклика. Найти точку оптимума данной функции можно при помощи, например, симплексного поиска. Аналогично считаются параметры QRE-BRF и HQRE, но максимизация проводится уже по нескольким параметрам.

QRE-боты. Равновесие дискретного отклика задается как набор вероятностей того или иного выбора для каждого игрока в его ситуации. Поэтому данная концепция позволяет создать искусственных игроков, делающих выбор в соответствии с вероятностью, продиктованной равновесием с рассчитанным параметром λ. QRE-боты работают по следующей схеме, принимая на вход последовательность сигналов:

1. Вычисление общего мнения, складывающегося на основании истории выборов еще до получения приватного сигнала: $p_t \equiv P(\omega = A \mid H_t),\ p_1 = \frac{1}{2}$.
2. Вычисление рационального мнения, складывающего после получения сигнала:
$$\pi_t^a(p_t) = \frac{qp_t}{qp_t + (1-q)(1-\mathrm{p}_t)}, \quad \pi_t^b(p_t) = \frac{(1-q)p_t}{(1-q)p_t + q(1-\mathrm{p}_t)}.$$
3. Вычисление мнения, полученного с учетом ошибок:
$$P(c_t = A \mid H_t, s_t) = \frac{1}{1+\exp(\lambda(1-2\pi_t^{s_t}(p_t)))}, \quad P(c_t = B \mid H_t, s_t) = 1 - P(c_t = A \mid H_t, s_t).$$
4. На основании мнения, вычисленного на шаге 3, бот делает выбор в пользу A или B с заданной вероятностью, после чего происходит переход на шаг 1 с
$$p_t = \begin{cases} p_{t-1}^+ \equiv P(\omega = A \mid H_{t-1}, c_{t-1} = A), \\ p_{t-1}^- \equiv P(\omega = A \mid H_{t-1}, c_{t-1} = B). \end{cases}$$

Алгоритм, моделирующий поведение участников, очень похож на тот, что использовался для вычисления равновесия, с той лишь разницей, что вместо вычисления функции правдоподобия на четвертом шаге происходит выбор с заданной вероятностью.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Goeree J.K., Palfrey T. R., Rogers B.W., McKelvey R.D.* Self-Correcting information cascades // California Institute of Technology, Division of the humanities and social sciences. 2004. Social working paper 1197.
2. *Bikhchandani, S., Hirshleifer, D., and Welch, I.* A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Information Cascades // Journal of Political Economy. October 1992. P. 100.
3. *McKelvey R.D., Palfrey T.R.* Quantal Response Equilibria for Extensive Form Games // Experimental Economics. 1998. N 1. P. 9–41.

УДК 519.86

Концепция равновесия на основе обучения с подкреплением в повторяющейся динамической игре с неполной информацией «Рынок лимонов»

***Н.И. Назаров*[1], *И.С. Меньшиков*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Теория игр применяется для изучения поведения человека в различных ситуациях. С её помощью можно моделировать исход игры и предсказывать поведение игроков. Для этого вводятся

различные концепции равновесия, они позволяют находить равновесные стратегии игроков, от которых им не выгодно отклоняться, если остальные игроки действуют согласно своим равновесным стратегиям.

Однако стратегии, полученные согласно существующим концепциям равновесия, для некоторых игр сильно отличаются от стратегий игроков в лабораторных экспериментах и реальной жизни. Эти различия могут быть связаны с нерациональностью игроков или наличием скрытых мотивов, когда игроку важна не только личная выгода. Кроме того в играх со сложной структурой, большим количеством игроков, стратегий поведения и информационных состояний нахождение равновесных стратегий является непростой вычислительной задачей.

В работе предлагается изменить подход к решению теоретико-игровых задач, когда сначала определяется концепция равновесия и затем ищутся соответствующие стратегии поведения. С помощью численного моделирования розыгрышей игры будут определены стратегии игроков, максимизирующие их функции полезности. Назовём полученный набор стратегий равновесными стратегиями. Равновесные стратегии определяют равновесие в данной игре согласно выбранному численному методу их вычисления.

Для определения поведения игроков будут использоваться алгоритмы машинного обучения с подкреплением [1] (RLE — reinforcement learning equilibrium). Суть этого метода состоит в моделировании игровой среды и действий игроков. Сначала игроки выбирают случайные стратегии и запоминают получаемые выигрыши, которые определяются заранее некоторой функцией. По мере накопления данных о прошедших играх игроки начинают чаще выбирать стратегии, которые максимизируют их функцию выигрыша. Моделирование игры и оптимизация стратегий поведения продолжается до тех пор, пока стратегии игроков не перестанут изменяться.

Подобные подходы для нахождения равновесий использовались и ранее. В качестве примера приведём алгоритм Брауна–Робинсон для вычисления равновесия Нэша в матричных играх с нулевой суммой [2,3]. RLE можно считать обобщением алгоритма Брауна–Робинсон на игры произвольного вида.

Предложенный способ нахождения равновесия применён к игре «Рынок лимонов». Название игры получено из работы Джорджа Акерлофа [4], в которой анализируются рыночные последствия ситуаций, когда продавец знает о качестве товара больше, чем покупатель. Примером такой ситуации служит рынок подержанных автомобилей: «лимонами» на американском сленге называют автомобили с дефектами, обнаруженными только после покупки.

В игре «Рынок лимонов» есть Природа и два игрока: Продавец и Покупатель. Сначала Природа определяет тип автомобиля: «лимон» – плохой автомобиль, «персик» – хороший. Ценность «лимона» составляет 1 и 2 для Продавца и Покупателя соответственно, ценность «персика» – 10 и 12. Затем Продавец, зная тип автомобиля, указывает цену, за которую он его продаёт. Покупатель не знает тип автомобиля. Он может согласиться на предложение Продавца или отказаться от него.

Найдены и описаны равновесные стратегии RLE. Определён ряд метрик, характеризующих точность описания экспериментальных данных равновесными стратегиями. Произведено сравнение точности описания экспериментальных данных с помощью RLE и СБР (совершенное байесовское равновесие [5]).

Для более точного описания экспериментальных данных в модель RLE добавлено два параметра. Первый параметр задаёт степень нерациональности поведения игроков, с его помощью можно изменять вероятность выбора неоптимальной стратегии. Второй параметр определяет степень кооперативности игрока, он регулирует приоритеты между личной выгодой и благополучием обоих игроков. Выполнено исследование зависимости точности описания поведения игроков с помощью RLE при различных значениях рациональности и кооперативности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Sutton R.S., Barto A.G.* Reinforcement Learning: An introduction. The MIT Press, 2017.
2. *Brown G.B.* Iterative solution of games by fictitious play, in: Activity analysis of production and allocation / ed. by T.C. Koopman. Wiley: New York, 1951. P. 374-376.
3. *Robinson J.* An iterative method of solving a game // Ann. Math. 1951. N 54. P. 296–301.
4. *Akerlof G.* The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism // Quarterly Journal of Economics. 1970. N 84(3). P. 488–500.
5. *Меньшиков И.С.* Теория игр и экономическое моделирование. М.: ООО «Контакт Плюс», 2010.

УДК 519.83

Анализ информационных каскадов в лабораторных условиях

***Н.В. Изутин*[1], *И.С. Меньшиков*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Информационным каскадом называется последовательность одинаковых решений индивидов (выбор предшествующих участников — открытая информация) вопреки или согласно своим конфиденциальным данным [1]. В Лаборатории экспериментальной экономики была проведена серия экспериментов со студентами МФТИ для построения информационных каскадов с последующим изучением и построением модели, описывающей данное явление. На основе полученных результатов изучалась возможность классификации людей по поведению.

Суть эксперимента: есть две урны $\{A, B\}$, в каждой по пять шаров (конфиденциальных сигналов), три соответствующие названию урны, два – нет (так, в урне A лежат три шара a и два шара b). В начале игры равновероятно выбирается одна из урн, и случайно выстраивается последовательность участников. Участники последовательно получают приватный сигнал (случайный шарик из урны) и должны дать прогноз (угадать урну). При этом участник видит все решения участников, отвечавших перед ним. В конце игры участнику сообщается, верным ли был его ответ и денежное вознаграждение за данный период: 50 очков, если прогноз оказался верным, и 0, если нет. Игра разыгрывается несколько раз.

Целью работы является классификация участников по типу поведения. Данные, собранные в ходе экспериментов, представляют собой ход каждого участника, что позволяет, обогатив их производными параметрами для использования информации о предшествовавших участнику решениях (например, очередность в каскаде), выделять паттерны поведения участников в различных ситуациях. После чего для каждого участника исследуется принадлежность к выделенным паттернам. Предполагается, что участник, совершивший преимущественно ходы одного типа, с большой долей вероятности принадлежит этому типу.

Для визуализации и дальнейшего исследования метода k-средних [2] использовался метод t-SNE [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Bikhchandani, S., Hirshleifer, D., and Welch, I.* A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Information Cascades // Journal of Political Economy. October 1992. P. 100.
2. *MacKay D.* Chapter 20. An Example Inference Task: Clustering, Information Theory, Inference and Learning Algorithms. Cambridge University Press, 2003. P. 284-292.
3. *Wattenberg M., Viégas F., Johnson I.* How to Use t-SNE Effectively. Distill: 2016.

УДК 519.865, 330.16

Влияние менталитета на принятие решений в экономических задачах

***Т.С. Бабкина*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Национальный исследовательский Томский государственный университет

Известно, что поведение в экономических задачах зависит от культуры, гендера, психологических характеристик [1–3]. Однако неизвестно, существует ли разница в принятии решений между людьми из разных регионов в таком многонациональном государстве, как Россия. Для ответа на этот вопрос была проведена серия экспериментов в Москве и Якутске.

Считается, что социальное поведение отличается между странами, культурами, особенно в случаях разницы в традициях и привычках жителей. Например, испанцы — коллективистский

народ, в отличие от англичан, поэтому им присущ более высокий уровень кооперации в Дилемме Заключенного, чем англичанам [4]. В связи с этим возникает вопрос: будет ли отличаться социальное поведение в многонациональном государстве, несмотря на то что народы издревле вместе проживают на территории этого государства? С одной стороны, общественный уклад, уровень образования, политика и экономика страны распространяются на все территории и должны сглаживать национальные эффекты. С другой стороны, менталитет и традиции еще имеют место в современном обществе, и их нельзя сбрасывать со счета.

Итак, в рассмотрение берутся два фактора: регион и пол. В качестве исследуемых регионов были задействованы Москва и Якутск. Якутск – это удаленный и обособленный город, представленный в основном коренным кочевым населением восточного типа – якутами. Якуты в республике Саха (Якутия) составляют 49,9% на 2010 год. Московская область и Москва на 87,42% и 91,6% состоят из русских соответственно [5].

Были сформулированы следующие исследовательские вопросы, которые проверялись экспериментально*:*

1. Будет ли различаться социально-экономическое поведение участников между рассматриваемыми регионами?
2. Как будет коррелировать между собой поведение в рассматриваемых играх?
3. Можно ли определить общие паттерны поведения в зависимости от гендера для регионов?

В экспериментах были исследованы три игры: Дилемма Заключенного, Ультимативный Дележ и Игра на Доверие.

Дилемма Заключенного:

У каждого из двух участников есть две стратегии: кооперация или предательство. Игрокам предлагается одинаковый выигрыш 5 при взаимной кооперации, меньший выигрыш 1 при взаимном предательстве. Если один игрок кооперирует, а другой предает, кооператор получает меньший выигрыш 0, а предавший игрок – больший выигрыш 10.

Ультимативный дележ:

В игре задействованы два игрока. Одному из игроков дается сумма в 10 баллов, любую часть из которой (от 0 до 10) игрок предлагает второму игроку. Второй игрок может принять или отвергнуть предложенную сумму. Если сделка совершается, то оба игрока получают суммы очков, полученные в результате сделки. Если второй игрок не принимает предложение первого игрока, то они оба получают по 0 очков.

Игра на доверие:

В игре задействованы два игрока. Одному из игроков дается сумма в 10 баллов, любую часть из которой (от 0 до 10) игрок предлагает второму игроку. Полученные вторым игроком баллы утраиваются, и любой частью этой увеличенной суммы второй игрок может поделиться с первым.

Каждый эксперимент состоял из трех частей. В первой части двенадцати незнакомым участникам предлагалось сыграть в игру Дилемма Заключенного, затем в Ультимативный Дележ или Игру на Доверие. Во второй части участники социализировались и образовывали две социализированные группы. В третьей части участники внутри социализированных групп играли в игры из первой части. Игра проходила анонимно: участники не знали, с кем именно играют в данный период, но им было известно, что напарники случайным образом меняются каждый период.

В исследовании приняли участие 348 участников (183 муж.), в том числе 216 участников из Москвы (132 муж.) и 132 участника из Якутска (51 муж.). Участники набирались из числа студентов с помощью объявлений в социальной сети «ВКонтакте». В Москве участие принимали студенты из Московского физико-технического института (государственного университета), в Якутске — из Северо-Восточного Федерального Университета им. Амосова.

Оказалось, что уровни кооперации, эгалитаризма и доверия изначально выше в группах с незнакомыми участниками в Якутске, чем в Москве. Но после социализации в Москве игровые показатели значительно вырастают, тогда как в Якутске значимо увеличивается только кооперация. В переговорных играх показатели в Якутске остаются примерно на таком же уровне, что и до социализации. Причем до социализации женщины в Якутске имеют более высокий уровень кооперации и благодарности, чем мужчины. После социализации разница между мужчинами и женщинами исчезает в Москве и Якутске.

Исходя из результатов, можно сказать, что некооперативная игра Дилемма Заключенного в данном случае воспринимается одинаково в Москве и Якутске. Тогда как в переговорных играх (Ультимативном Дележе и Игре на Доверие) участники из Якутска демонстрируют более стабильный характер: поведение в группе незнакомцев такое же, как и в социализированной группе.

Возможно, в данном случае даже незнакомая группа воспринимается как «своя», так как в ней находятся соотечественники. Все это говорит о том, что еще существуют культурные различия внутри одной страны, несмотря на одинаковые экономические, политические и общественные условия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Balliet D., Van Lange P.* Trust, conflict, and cooperation: A meta-analysis // Psychological Bulletin. 2013. V. 139, N 5. P. 1090–1112.
2. *Croson R., Buchan N.* Gender and culture: International experimental evidence from trust games // The American Economic Review. 1999. V. 89, N 2. P. 386–391.
3. *Oosterbeek H., Sloof R., Van De Kuilen G.* Cultural differences in ultimatum game experiments: Evidence from a meta-analysis // Experimental Economics. 2004. V. 7, N 2. P. 171–188.
4. *Cox T., Lobel S., McLeod, P.* Effects of ethnic group cultural differences on cooperative and competitive behavior on a group task // Academy of Management Journal. 1991. V. 34, N 4. P. 827–847.
5. Информационные материалы об окончательных итогах Всероссийской переписи населения 2010 года. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/perepis_itogi1612.htm. (Дата обращения: 07.10.2018).

УДК 519.833, 519.865

Различные подходы к решению проблемы безбилетника

Р.И. Яминов[1]

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына» РАН

Проблема безбилетника возникает, когда потребители общественного блага избегают оплаты, и в результате это отражается в недопроизводстве данного общественного блага [1].

Возьмем функции выигрыша потребителя линейными по стоимости денег: $U_i(\bar{c}) = V_i(Q(C)) - c_i = \tilde{V}_i(C) - c_i$, где суммарные затраты на производство общего блага: $C = \sum c_i$, а функция полезности вогнутая. Запишем сумму выигрышей всех потребителей:

$$U(\bar{c}) = \sum U_i(\bar{c}) = \sum \tilde{V}_i(C) - C.$$

Проблема заключается в том, что максимум суммарной функции достигается при $\sum \tilde{V}'_i(C) = 1$, но если рассматривать индивидуальные функции выигрыша, то каждому участнику выгодно уклониться от оплаты, и максимумы индивидуальных функций достигаются либо при $\tilde{V}'_i(C) = 1$, либо при $c_i = 0$.

Рассмотрим первое возможное решение, для этого от непрерывной задачи перейдем к дискретной. Общество может потратить C_n, чтобы получить Q_n ресурса (значения отсортированы по возрастанию). Каждый потребитель выбирает затраты c_i, который готов потратить, все заявки суммируются и выбирается максимальный уровень производства блага среди тех, на которые хватает собранных заявок: $U_i(\bar{c}) = V_i(q_n) - c_i C_n / (C_n + \varepsilon)$, $C_n = \sum c_i - \varepsilon$, где $\varepsilon < C_{n+1} - C_n$.

Для простоты возьмем задачу с одним уровнем, тогда в этой задаче существует равновесие Нэша, в котором суммарный выигрыш максимален. Если $U(C_1) > U(0)$, то тогда существует подгруппа агентов, которая может скооперироваться (договориться) о производстве общественного блага, причем выигрыш каждого участника подгруппы вырастет, поэтому существует равновесие Нэша, в котором $\sum c_i = C_1$ (никому не выгодно отклоняться, если участник снизит свой вклад, то общественное благо не произведется, и выигрыш данного участника снизится и будет равным 0, но также и не выгодно повышать свой вклад, так как излишки не идут на дополнительное производство, а перераспределяются между участниками). Если $U(C_1) < U(0)$, то не существует

такой подгруппы, и, следовательно, равновесие Нэша единственно: $c_i = 0$.

Если добавить второй уровень, то задачу можно свести к последовательному решению задач с одним уровнем: пусть каждый агент заявляет два уровня затрат c_i^1 и c_i^2: если $C_2 \le \sum c_i^2$, то выбирается второй уровень и вклад всех участников c_i^2, если неравенство не выполняется, то, если $C_1 \le \sum c_i^1$, выбирается первый уровень и вклад всех участников c_i^2, в противном случае вклад всех равен 0. В данной задаче существует равновесие Нэша, максимизирующее суммарную полезность.

Аналогично получается задача с многими уровнями, в которой существует равновесие, в котором суммарный выигрыш максимален, т.е. выбирается то состояние n^*, такое что $U\left(C_{n^*}\right) \ge U\left(C_i\right)$ для всех i. Получается подобной дискретизацией можно из исходной непрерывной задачи без «хорошего» равновесия получить задачу с требуемым равновесием. Но решение становится неустойчивым при переходе к непрерывному варианту, например, если рассматривать смешанные стратегии.

Подобный подход успешно реализуется на практике при краудфандинге, в котором в исходную задачу добавляется гарантирующий контракт: общественный проект собирает сумму C на свою реализацию, любой желающий может вложить в него сумму c_i. Если по истечении заранее оговоренного периода заявки были собраны на общую сумму, то проект приступает к реализации на полученную сумму [2–3]. Если же сумма не была собрана, то гарантирующий контракт возвращает все вклады обратно.

Рассмотрим второе решение, для этого снова обратимся к исходной задаче и модифицируем ее. Пусть общественное благо будет локальным и существует k независимых областей со своим общественным благом, причем в каждом из таких областей решается исходная задача. Тогда рассмотрим следующий механизм: каждый потребитель выставляет некую заявку t_i – величину, которую он готов платить за производство общественного блага, после этого все потребители разбиваются по k областям по убыванию величины своей заявки (в первую область попадают N/k потребителей с самыми максимальными заявками, во вторую область – следующие за ними и так далее). После этого все, кто попал в область, платят сумму равную минимальной заявке). В полученной игре есть нетривиальное равновесие Нэша, в котором суммарный выигрыш близок к возможному максимуму при росте количества областей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Baumol W.* Welfare Economics and the Theory of the State. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1952.
2. *Bagnoli M., Lipman B.* Provision of public goods: Fully implementing the core through private contributions // Review of Economic Studies. 1989. V. 56. P. 583–601.
3. *Tabarrok A.* The Private Provision of Public Goods Via Dominant Assurance Contracts // Public Choice. 1998. V. 96. P. 345–362.

УДК 519.83

Поведенческие равновесия в аукционе максимальной стоимости по второй цене

***Д.С. Полюдова*[1], *И.С. Меньшиков*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Предметом исследования является аукцион максимальной стоимости по второй цене, который может использоваться для описания тендеров на разработку месторождений.

Игра предполагает, что два участника одновременно и независимо получают сигналы из

равномерного распределения на множестве целых чисел от 0 до 10. Истинная ценность предмета определяется как максимум из двух приватных сигналов. После этого участники делают свои ставки на множестве целых чисел от 0 до 100. Победителем объявляется участник с большей ставкой, он получает предмет и платит за него ставку своего противника. Выигрыш участника с меньшей ставкой равен нулю. При равенстве ставок победитель определяется случайным образом.

Традиционная теория предполагает поведение участников в соответствии с РБН (равновесие Байеса–Нэша), а именно то, что участники придерживаются искренней стратегии – ставка равна сигналу. Результаты проведенной экспериментальной игры, тем не менее, не согласуются с данной теорией: характерная стратегия такова, что участники завышают ставку при низких сигналах и играют честно при высоких.

В качестве решения были рассмотрены поведенческие виды равновесий, такие как равновесие дискретного отклика (QRE), его гетерогенная модификация, модель k-уровней и модель когнитивной иерархии.

Равновесие дискретного отклика, предполагающее поиск оптимального ответа при зашумленной функции выигрыша, обладает свойством того, что в пределе сходится к РБН, как к варианту без ошибок. Интерес вызывает то, каким именно образом равновесие преобразовывается при повышении параметра рациональности модели. В данном случае этот подход позволяет достаточно точно моделировать различное поведение участников, наблюдаемое в эксперименте.

Более подробно, вероятность выбора стратегии b_i при ставке s_i вычисляется из условия

$$\mathrm{P}[b_i \mid s_i] = \frac{e^{\lambda \cdot \mathrm{E}[U(b_i|s_i)]}}{\sum_a e^{\lambda \cdot \mathrm{E}[U(a|s_i)]}},$$

где $\mathrm{E}[U(b_i \mid s_i)]$ – математическое ожидание выигрыша игрока *i* от использования стратегии b_i при сигнале s_i. Это означает, что чем больше ожидаемый выигрыш от выбора некоторой ставки, тем больше вероятность, с которой участник выберет эту ставку.

$$\mathrm{E}(U(b_i \mid s_i)) = \mathrm{P}(b_i > b_j(s_j))[\mathrm{E}(\max(s_i, s_j) \mid b_i > b_j(s_j)) - \mathrm{E}(b_j(s_j) \mid b_i > b_j(s_j)] +$$
$$+\frac{1}{2}\mathrm{P}(b_i = b_j(s_j))[\mathrm{E}(\max(s_i, s_j) \mid b_i = b_j(s_j)) - b_i].$$

Параметр λ в некотором смысле отвечает за рациональность участника, а именно, при $\lambda = 0$ игрок выбирает стратегию случайно из всех возможных, с ростом λ распределение вероятности становится все менее равномерным, преобладание стратегий с большим ожидаемым выигрышем становится все более заметным, и при $\lambda \to \infty$ равновесие дискретного отклика совпадает с РБН.

Для вычисления математического ожидания выигрыша можно использовать как теоретический, так и эмпирический подход. Эмпирический подход предполагает оценивание элементов данной формулы на основе экспериментальных данных, что может быть логичнее по двум причинам. Одна из них заключается в том, что ожидаемый выигрыш вычисляется в соответствии с реальным поведением участников, а другая – в том, что такую оценку участник может провести сам на основе небольшой статистики.

Вероятность $\mathrm{P}(b_i > b_j(s_j))$ оценим как часть всех ставок, меньших b_i. Такой способ позволяет определить вероятность победы ставки b_i над ставкой соперника. Для вычисления $\mathrm{E}(\max(s_i, s_j) \mid b_i > b_j(s_j))$ рассмотрим все ставки, меньшие b_i, и рассчитаем выигрыш для каждой подобной ситуации, после чего возьмем среднее. $\mathrm{E}(b_j(s_j) \mid b_i > b_j(s_j))$ можно рассчитать, как среднюю ставку, строго меньшую b_i. Таким образом, несложный анализ позволяет просчитать ожидаемый выигрыш для всех возможных ставок.

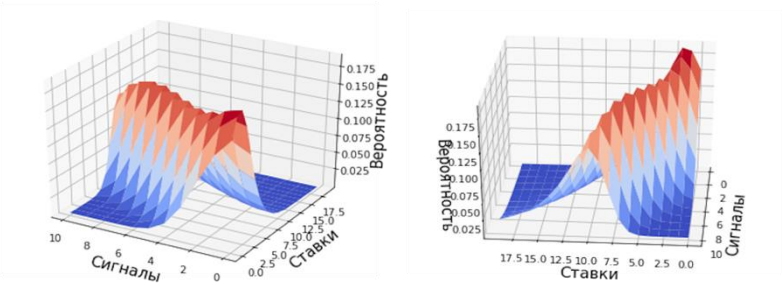


Рис. 1. Общий вид равновесия дискретного отклика с параметром для λ=4.4 с двух сторон.

При проведении игры в Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ были получены результаты, представленные в таблицах 1, 2. Можно заметить, что в целом параметр рациональности растет с ходом игры, а также то, что среди участников встречаются совершенно разные стратегии: от практически случайного выбора стратегии до стратегии, полностью согласующейся с РБН.

Таблица 1

Значение параметра по раундам

№	1	2	3	4	5	6
λ	3.641	4.851	4.312	4.961	5.423	5.489

Таблица 2

Значение параметра для каждого участника

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ	3.806	3.652	0.935	1.485	5.280	75.163	7.425	10.505	∞	7.766

Интерес для дальнейшего исследования вызывает вопрос: является ли равновесие, к которому в пределе сходится равновесие дискретного отклика, тем равновесием, к которому в ходе игры с ростом осознанности и опыта приближаются участники? В данной игре в некотором виде была замечена данная тенденция, в силу растущего тренда параметра рациональности.

Другой исследованный подход заключается в использовании модели k-уровней и ее модификации – модели когнитивной иерархии. Такой способ основан на ослаблении другого требования к рациональности участников, а именно, у каждого участника есть представление о поведении других игроков, которое может быть несогласованным с действительностью.

Модель k-уровней предполагает, что каждый участник имеет некоторый уровень рациональности $k \in \mathbb{N}$. Выбирая свою стратегию, игрок предполагает, что уровень рациональности остальных участников равен в точности k–1. Самый низкий уровень означает случайный выбор ставки вне зависимости от сигнала.

В модели когнитивной иерархии игрок уровня k предполагает, что уровни всех остальных участников строго меньше k, а также, что количество участников того или иного уровня имеет распределение Пуассона с параметром τ. В соответствии с этим представлением игрок выбирает свою стратегию рационально. Предполагается провести исследование этих двух моделей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *McKelvey R.D., Palfrey T.R.* Quantal response equilibria for normal form games // Games and economic behavior. 1995. V. 10. P. 6–38.
2. *Camerer C., Nunnariz S., Palfrey T.R.* Quantal Response and Nonequilibrium Beliefs Explain Overbidding in Maximum-Value Auctions // California Institute of Technology, Division of the humanities and social sciences. 2014. Social working paper 1349.

УДК 519.833, 519.865

Теоретико-игровой анализ рынка с «бесплатной» и коммерческой альтернативами

Р.И. Яминов[1]

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН

В работе рассматривается рынок одной услуги, на котором существует «бесплатная» альтернатива, предоставляемая государством за счет собираемых налогов (примеры, школьное или дошкольное образование, медицинские услуги, бесплатные лекарства). Согласно второй теореме благосостояния существует Парето оптимальное распределение с использованием только рыночных механизмов [1]. Анализируются данные механизмы и предлагается теоретико-игровая модель для проведения экспериментов.

У услуги будем определять только два параметра: удельные затраты на ее оказание C и качество $Q(C)$, для простоты не учитываем эффект масштаба и различия в эффективности разных производителей. Те, у кого есть потребность в услуге, имеют две альтернативы:

1. Воспользоваться за 0 альтернативой от государства, предоставляющей качество $q_g = Q(C_g)$, на оказание которой государство потратит C_g.
2. Воспользоваться за C рыночной альтернативой, предоставляющей качество $q_c = Q(C)$.

Пусть индивидуальная полезность услуги для потребителя $p \in P$ задается квазивогнутой функцией $F(p;Q)$ и измеряется в деньгах. Тогда агент выберет рыночную альтернативу, если выгода от ее потребления за вычетом денежных затрат превысит выгоду от потребления «бесплатной» альтернативы:

$$U(p;C_c) = F(p;Q(C_c)) - C_c > F(p;q_g). \qquad (1)$$

Обозначим P_D множество агентов, для которых верно это равенство и которые выберут рыночную альтернативу. Суммарная выгода общества запишется:

$$U_1 = \sum_{p\in P_D} U(p;C_c) + \sum_{p\in P\setminus P_D} F(p;q_g) - Tax = \sum_{p\in P_D} U(p;C_c) + \sum_{p\in P\setminus P_D} U(p;C_g)$$

Теперь рассмотрим рыночную ситуацию без перераспределений, в которой есть две альтернативы q_g и q_c, но за которые нужно платить: C_g и C_c соответственно, тогда агент выберет альтернативу q_c, если $F(p;Q(C_c)) - C_c > F(p;q_g) - C_g$. Это условие отличается от (1) дополнительным слагаемым $-C_g$, что приведет к тому, что альтернативу q_c выберет большее число агентов. Обозначим P_C множество агентов, которые перейдут от альтернативы q_g к q_c, а P_B – множество агентов, которые продолжат использовать альтернативу q_g. Теперь появились агенты, которые вынуждены отказаться от услуг (ценность затрат на нее превышает эффект от нее), множество $P_A = \{p \in P : U(p;C_g) < 0\}$.

Суммарная полезность запишется так:

$$U_2 = \sum_{p\in P_D} U(p;C_c) + \sum_{p\in P\setminus P_D} \max\left[U(p;C_c);U(p;C_g);0\right] = \sum_{p\in P_D\cup P_C} U(p;C_c) + \sum_{p\in P_B} U(p;C_g).$$

Данное равновесие не эффективнее по Парето предыдущего решения, так как агенты из $P \setminus P_D$ ухудшили свое положение. Чтобы улучшить положение этих агентов, возвратим налоги, компенсировав всем агентам, нуждающимся в услуге, затраты C_g. Так как это перераспределение, то суммарная полезность не изменится. Но из-за того, что C_g теперь выплачивается и агентам из P_D суммарные налоги вырастут, то решение формально не Парето-оптимально, но близко к нему. Этим можно пренебречь, если количество агентов в P_D значительно меньше, чем в P или если предположить, что государственные затраты в варианте с бесплатной альтернативой не зависят от

количества выбирающих бесплатную альтернативу, а зависят только от общего числа потенциальных потребителей (например, услуга производится с запасом под всех возможных потребителей). Если есть дополнительное ограничение на то, чтобы не происходило отказа от потребления услуги, то можно добавить условие, что выплата C_g производится только тем, кто потребляет услугу.

	Бесплатная альтернатива	Рынок	Рынок с налоговым регулированием	Рынок с налоговым регулированием но с обязательствами
P_D	$F(p;Q(C_c)) - C_c - Tax$	$F(p;Q(C_c)) - C_c$	$F(p;Q(C_c)) - C_c + + C_g - Tax$	$F(p;Q(C_c)) - C_c + + C_g - Tax$
P_C	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$	$F(p;Q(C_c)) - C_c$	$F(p;Q(C_c)) - C_c + + C_g - Tax$	$F(p;Q(C_c)) - C_c + + C_g - Tax$
P_B	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$	$F\left(p;Q(C_g)\right) - C_g$	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$
P_A	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$	0	$C_g - Tax$	$F\left(p;Q(C_g)\right) - Tax$
	$-Tax$	0	$-Tax$	$-Tax$

Рассмотрим, какой из этих рыночных механизмов выбрать. Пусть выбор осуществляется голосованием, простым большинством. Текущее состояние характеризуется наличием «бесплатной» альтернативы, тогда вариант рынка с налоговым регулированием (с или без обязательств потреблять услугу для получения компенсации) должен победить на выборах по сравнению с текущей ситуацией: никто не ухудшает свой выигрыш, и есть агенты, которые улучшают. Те, кто не улучшают свой выигрыш, воздержатся от голосования, а те, кто повышают, проголосуют за. Но согласно теории перспектив [2] из-за предпочтения избегания риска текущая ситуация с гарантированным выигрышем А лучше, чем ситуация в будущем со средним выигрышем А, но в которой можно чуть-чуть проиграть или чуть-чуть выиграть (например, из-за того, что не везде будет единая цена на услугу C_g, а где-то больше, где-то меньше, а компенсироваться будет среднее C_g, ну или просто ожидания того, что компенсируют меньше). В этом случае P_B проголосуют против. И может возникнуть парадоксальная ситуация, что существует решение, которое увеличивает суммарный выигрыш и в нем никто не ухудшает свой выигрыш, но выбрана будет текущая менее эффективная альтернатива.

Для анализа этой ситуации был придуман модельный эксперимент, описывающий проблему. Перед участниками эксперимента ставится задача выбора отказаться от бесплатного детского садика или нет, тем самым выбрав одну из альтернатив. Параметры для эксперимента оценивались по данным в РФ на основе следующих предпосылок: полезность бесплатного детского садика равна зарплате одного члена семьи, полезность платного садика оценивалась исходя из формулы (1). Распределение участников по группам P_A, P_B, P_C, P_D оценивалось исходя из распределения доходов населения РФ по данным Росстата.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-01-00633А.

Литература

1. *Arrow K.J.* An Extension of the Basic Theorems of Classical Welfare Economics // Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. 1951. P. 507–532.
2. *Kahneman D., Tversky A.* Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk // Econometrica. 1979. V. 47. P. 263–292.

УДК 519.6

Разработка программы, реализующей метод фурье-синтеза в задаче томографии

А.В. Бульба

Петрозаводский государственный университет

Компьютерная томография является современным и высокотехнологичным методом неразрушающего контроля внутренней структуры исследуемого объекта. Применение метода затрагивает различные области науки, техники и медицины. Результатом такой диагностики является достоверная информация о распределении некоторой функции пространственных координат $\mu(x, y, z)$, например, плотности объекта. Возможны случаи трансмиссионной томографии (объект облучается извне) и эмиссионной (объект излучает сам). В зависимости от условий задачи реконструкция внутренней структуры основывается на регистрации фотонов, электронов, ионов, нейтронов и звуковых волн [1].

Для обучения студентов, моделирования и обработки экспериментальных данных в среде Lazarus была разработана программа, реализующая алгоритм фурье-синтеза. При разработке за основу взята круговая геометрия измерений для случая трансмиссионной вычислительной томографии с параллельными проекциями. Исходным материалом для реконструкции отдельного сечения $\mu(x, y, z_0)$ считаем набор проекций $p_\theta(t)$ (рис. 1), который в контексте разработанной программы может представлять реальные экспериментальные данные или сгенерированные с математической модели.

Непосредственно алгоритм фурье-синтеза основан на так называемой теореме о центральном сечении, устанавливающей связь между одномерными фурье-образами проекций $p_\theta(t)$ и двумерным фурье-образом искомого распределения $\mu(x, y, z_0)$ [1, 2]. Теорема формулируется так: одномерный фурье-образ проекции, полученной при повороте системы “излучатель-приёмник” на угол θ, является сечением двумерного фурье-образа искомого двумерного распределения $\mu(x, y, z_0)$ по линии, проходящей через начало координат (центральным сечением) и повёрнутой на угол θ. Смысл сформулированного наглядно отражает рис. 2.

Отсюда следует, что из одномерных фурье-образов проекций с использованием интерполяции можно составить двумерный фурье-образ искомого сечения $\mu(x, y, z_0)$, которое затем восстанавливается с помощью обратного двумерного преобразования Фурье $\Im\{\}$.

Разработанное на основе алгоритма фурье-синтеза приложение позволяет загружать проекционные данные, в виде графиков и изображений демонстрировать промежуточные стадии обработки, восстанавливать сечения и представлять результат в удобной 2D и 3D-форме. Так, на рис. 3а продемонстрирована модель (три функции Гаусса), с которой для тестирования сгенерированы 360 проекций с шагом 1 градус и по 256 точек в каждой. Построенная по ним синограмма представлена на рис. 3в. Фрагмент синтезированного двумерного фурье-образа искомого сечения $\mu(x, y, z_0)$ и восстановленное сечение показаны на рис. 3г, б.

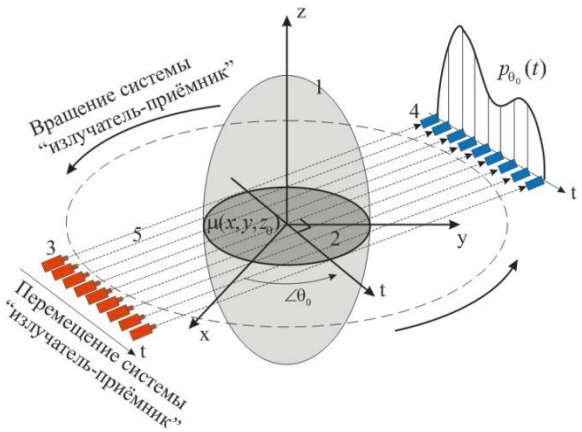


Рис. 1. Круговая геометрия измерений с параллельными проекциями. 1) диагностируемый объект, 2) просвечиваемое сечение объекта по координате z_0, 3) излучатель, перемещающийся синхронно с приёмником 4) вдоль оси “t”; 5) просвечивающие лучи

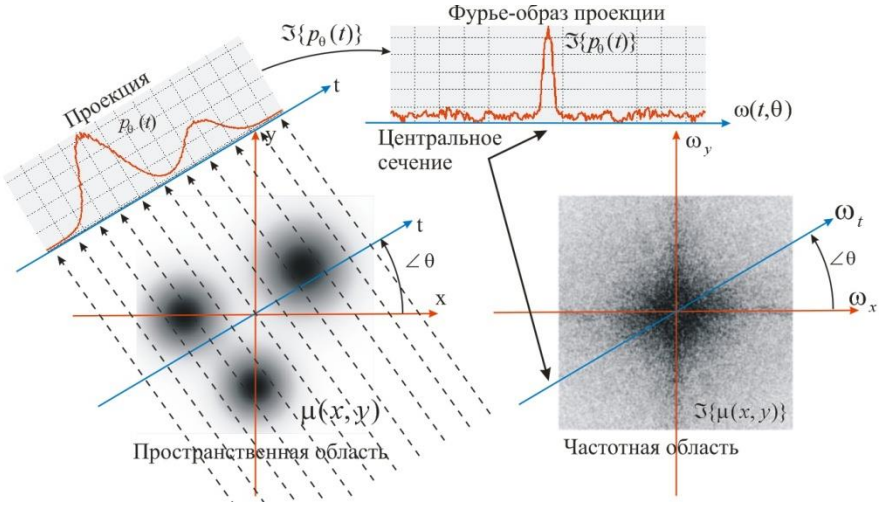


Рис. 2. Графический смысл теоремы о центральном сечении

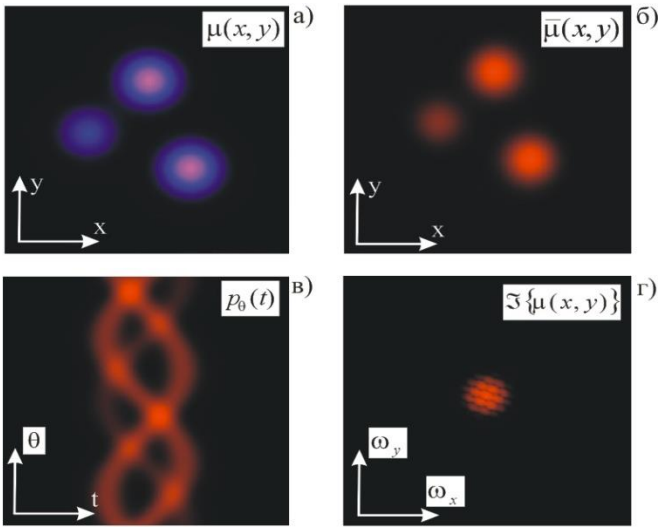


Рис. 3. а) Модель сечения $\mu(x, y, z_0)$, б) восстановленное сечение, в) синограмма сечения, в) синтезированный двумерный фурье-образ искомого сечения $\mu(x, y, z_0)$

Литература

1. *Терещенко С.А.* Методы вычислительной томографии. — М.: Физматлит, 2004. 320 с.
2. *Kak A.C. and Malcolm Slaney.* Principles of Computerized Tomographic Imaging. — IEEE Press, 1988.

УДК 51-74

Границы обнаружения БПЛА системой датчиков электростатического поля

***Ю.М. Скрябин*[1,2], *Д.С. Потехин*[1], *Е.А. Чащин*[2]**

[1] МИРЭА — Российский технологический университет
[2]Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева

Рассмотрены системы датчиков электростатического поля на предмет обнаружения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), обладающих электрическим зарядом, возникший из-за движения в воздушной среде. В качестве датчиков рассматривался электростатический флюксметр ротационного типа и зонд (антенна). Принцип действия обоих типов датчиков основан на измерении падения напряжения на резисторе, соединяющем приемный электрод и землю. Падение напряжения вызвано протеканием электрического тока, стремящегося привести значение индуцированного заряда на приемном электроде к равновесному состоянию. Равновесное значение индуцированного заряда меняется из-за изменения потока электростатического поля, втекающего (вытекающего) в электрод в соответствии с законом Гаусса. При этом в электростатическом флюксметре изменение поля обусловлено работой модулирующего элемента, т.е. данный измеритель измеряет напряженность электростатического поля, в зонде модулирующий элемент отсутствует и зонд улавливает скорость изменения электростатического поля [1].

В работе БПЛА был представлен точечным электрическим зарядом. Задача определения границы обнаружения решалась в следующем идеализированном случае: точечный электрический заряд перемещался горизонтально с постоянной скоростью вдоль оси x на высоте h над идеально проводящей плоскостью с прохождением точки, ближайшей к датчику, находящийся на поперечном расстоянии y.

Решение задачи распределения электростатического поля от точечного заряда, находящегося над бесконечной проводящей плоскостью, известно и описано в [2]. Значение напряженности поля и скорости его изменения, с началом координат на датчике, определяются в соответствии с известным решением следующим образом:

$$E = k \cdot r^{-2} \cdot q \cdot \cos\theta, \tag{1}$$

$$vE = -3 \cdot k \cdot q \cdot h \cdot \frac{x}{r^5} \cdot v, \tag{2}$$

здесь $k = 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0$ – коэффициент пропорциональности в законе Кулона, ε_0 – электрическая постоянная, r, θ – расстояние до цели и зенитный угол, отсчитываемый от нормали к поверхности, q – заряд, v – скорость цели.

Считалось, что для детектирования БПЛА необходимо получить максимальный уровень сигнала, превышающий некоторое значение $E_{\min}$ и $vE_{\min}$. Для напряженности поля максимальный уровень, согласно (1), наблюдается при координате $x = 0$ (рис. 1а). Для скорости изменения напряженности поля максимальный уровень наблюдается в точках, соответствующих экстремумам функции $vE = f(x)$ в (2) (рис. 1б):

$$x_{ext} = \pm 0{,}5 \cdot \sqrt{h^2 + y^2}. \tag{3}$$

Граница обнаружимости БПЛА определяется кривыми (см. рис. 1). Уравнения этих кривых выведены на основе (1) и (2) соответственно:

$$r^{-2} \cdot \cos\theta = \text{const} = h_{F\max 0}{}^{-2}, \tag{4}$$

$$h_{F\max 0} = \sqrt{k \cdot q \cdot E_{\max}{}^{-1}}, \tag{5}$$

$$y = \pm\sqrt{\sqrt{\frac{48}{5^{2.5}} \cdot \frac{k \cdot q \cdot v \cdot z}{Ev}} - z^2} \text{ при } z \in [0; h_{Z\max}], \tag{6}$$

$$h_{Z\max 0} = \sqrt[3]{\frac{48 \cdot k \cdot q \cdot v}{5^{2,5} \cdot \mathrm{vE}_{\max}}}. \tag{7}$$

Уравнения (4) и (6) описывают границу области обнаружения БПЛА в плоскости xz для

электростатического флюксметра и зонда соответственно. Уравнения (4 – 7) описывают конкретную форму кривой, т.е при уменьшении максимально детектируемой высоты, все размеры описываемой кривой изменяются прямо пропорционально. Для анализа данной кривой выгодно узнать частное решение максимально детектируемой высоты при пролете точно над датчиком (y = 0), узнаваемое из уравнений (5) и (7).

Согласно кривым (см. рис. 1) нет такого расстояния y, отличного от нуля, при котором бы наблюдался максимальный диапазон обнаруживаемых высот, поэтому расстояние должно быть выбрано условно. Из некоторых соображений, действительных для зондов, были выбраны расстояния $y = \sqrt{2}/4 \cdot h_{\Phi \max 0}$ и $y = \sqrt{2}/4 \cdot h_{З \max 0}$, соответствующие диапазонам высот, приведенным на рис. 1. Результаты теоретических исследований приведены в табл. 1.

Помимо результатов, изложенных в табл. 1, следует обратить внимание на следующие обстоятельства: при проектировании зонда, в отличие от электростатического флюксметра, не использовался опыт многолетних исследований по повышению надежности и чувствительности измерений. Поэтому зонды, несмотря на меньшую чувствительность, имеют больший потенциал для развития. Значение тока зонда может быть непосредственно использовано для детектирования БПЛА, тогда как в электростатическом флюксметре возможно использование только формы сигнала, в первую очередь из-за дрейфа нуля [3].

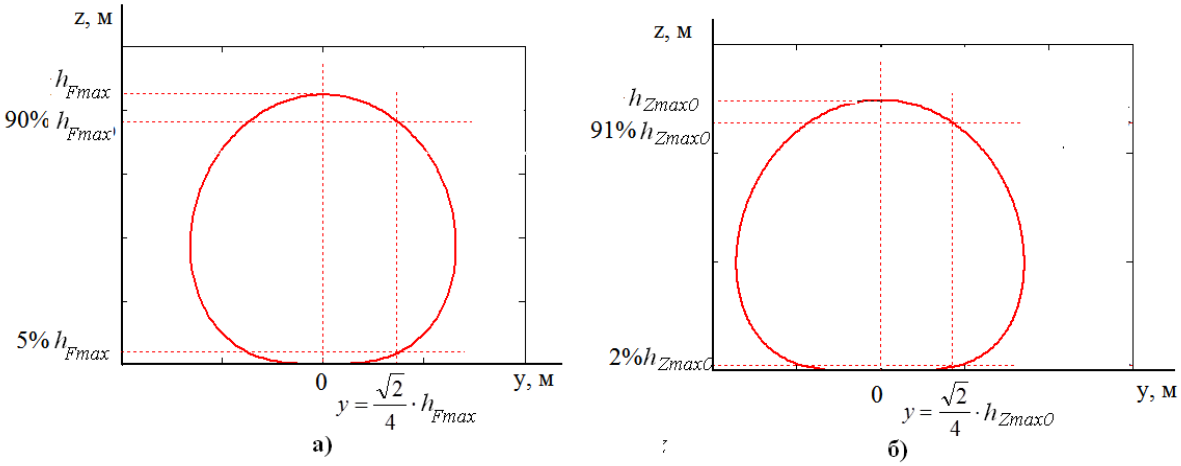


Рис. 1. Граница области обнаружения: а) электростатического флюксметра, б) зонда.

Таблица 1

	Электростатический флюксметр			Зонд			
	E_{min}= 5 В/м ($y, h \sim \sqrt{q \cdot E_{min}^{-1}}$)			vE_{min}= 10В/(м·с) ($y, h \sim \sqrt[3]{q \cdot vE_{min}^{-1}}$)			
q	1 мКл	100 мКл		1 мКл		100 мКл	
v	От 1 м/с до 50 м/с			2 м/сек	10 м/с	2 м/с	10 м/с
y_{max}	15 м	150 м	70 м	4 м	7 м	19 м	32 м
h_{min}	2,1 м	21 м	2 м	< 1 м	< 1 м	1 м	1,9 м
h_{max}	40 м	403 м	415 м	10,5 м	18 м	49 м	83 м

Литература

1. *Ефимов Е., Полушин П., Грунская Л.* Измерение электростатической составляющей электростатических полей. Измерители электростатического поля: Монография. — Берлин: Verlag, 2008. 146 с.
2. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. — М.: ИЛ, 1954. 605 с.
3. *Скрябин Ю.М., Потехин Д.С.* Влияние емкости измерительного электрода электростатического флюксметра на чувствительность измерений // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2017. Т. 17. № 5. С. 1235–1238.

СЕКЦИЯ ИНФОРМАТИКИ

Председатель: И.Б. Петров (д.ф.-м.н., член-корр. РАН, профессор)

Зам. председателя: Н.И. Хохлов (к.ф.-м.н., доцент)

Секретарь: Д.А. Подлесных

Дата: 22.11.2018

Время: 10:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 910 КПМ, МФТИ

УДК 550.34.01

Моделирование сейсмического отклика от трещиноватых сред с помощью сеточно-характеристического метода: сравнение двух подходов

***П.В. Стогний*[1], *Н.И. Хохлов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт системных исследований РАН

В работе рассматриваются два подхода для моделирования трещин. В первом случае нормаль трещины сонаправлена с границами ячеек сетки, во втором – не сонаправлена. Первый подход, когда трещина является горизонтальной или вертикальной, является более простым для моделирования. Во втором подходе, как правило, используются наклонные расчетные сетки [1], что значительно сложнее. В данной работе предлагается подход для моделирования наклонных трещин с помощью модели двухбереговой бесконечно тонкой трещины [2]. Проводится сравнение предложенного подхода со случаем, когда трещина сонаправлена с границами ячеек сетки.

Была проведена серия расчетов для различной постановки приемно-излучающей системы с фиксированным положением трещины и серия расчетов для различного угла наклона трещины относительно неподвижной системы источник–приемники. Исследовалась зависимость разницы между данными постановкам задач от частоты излучающего сигнала и размера шага по координате. На рис. 1 представлен пример одного из таких расчетов — волновое поле от трещины, расположенной под углом 30° относительно вертикали. По оси *x* и *y* представлена ширина и глубина расчетной области соответственно.

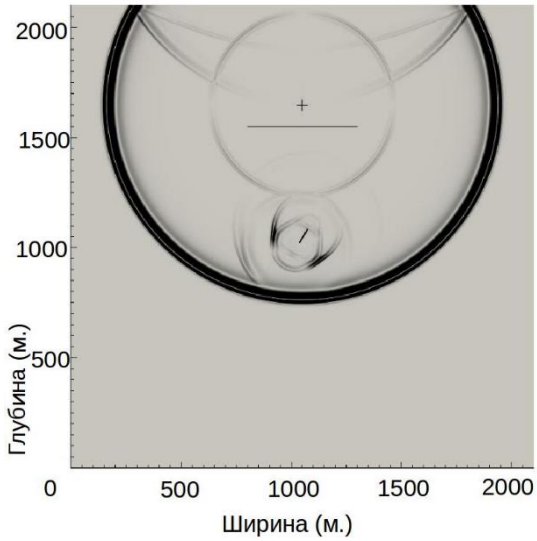
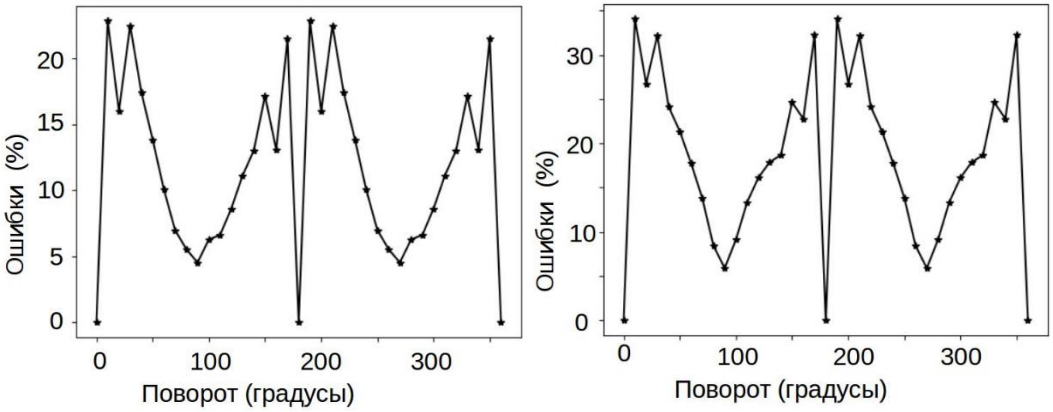


Рис. 1. Волновая картина сейсмического отклика от трещины, расположенной под углом 30° к вертикали. Ось *x* — ширина расчетной области, ось *y* — глубина

На рис. 2 изображена зависимость в процентах ошибки между вышеописанными задачами в зависимости от частоты сигнала а) $f = 30$ Гц, б) $f = 60$ Гц.



а) б)

Рис. 2. Ошибки в процентах в зависимости от угла поворота для расчетов при частоте а) $f = 30$ Гц., б) $f = 60$ Гц

Из рис. 2 следует, что с уменьшением частоты сигнала ошибка разницы между задачами для поворота приемно-излучающей системы и поворота трещины на соответствующий угол уменьшается.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00001 а.

Литература

1. *Golubev V.I., Petrov I.B., Khokhlov N.I., Shul`ts K.I.* Numerical computation of wave propagation in fractured media by applying the grid-characteristic method on hexahedral meshes // Comp. Math. and Math. Physics. 2015. V. 55, N 3. P. 509–518.
2. *Григорьевых Д.П., Хохлов Н.И., Петров И.Б.* Расчет динамического разрушения в твердых деформируемых телах // Матем. моделирование. 2017. Т. 29, № 4. С. 45–58.

УДК 004.423.25, 004.423.26

Атрибутная грамматика деревьев процессов и восстановление порождающих цепочек системных вызовов Linux

Н.Н. Ефанов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Работа посвящена построению атрибутной грамматики деревьев процессов и синтаксическо-семантического интерфейса для реконструкции цепочек системных вызовов, порождающих некоторое входное дерево процессов Linux [1] – задачи, призванной повысить эффективность программных решений поддержки сохранения-восстановления состояния исполнения по контрольным точкам и живой миграции [1, 2].

Обоснование применимости атрибутных грамматик производится доказательством топологической эквивалентности дерева процессов дереву разбора строчной записи данного дерева в контекстно-свободной грамматике *G={A, N, R, <s>}*, где *A* – терминальный алфавит описаний отдельного процесса как подстроки, *N* — нетерминальный алфавит *{<s>, <init>, <children>, <branch>, <node>}*, *<s>* — стартовый нетерминал, *R* — правила вывода, имеющие вид (в расширенной форме Бэкуса-Наура [3]):

<s>=<init><children>|<init>

<init>=”1..1” (1)

<children>={<branch>}

<branch>=<node><children>|<node>

<node>=”подстрока из А-описания отдельного некорневого процесса”.

В результате грамматику *G* можно расширить атрибутированием дерева процессов как дерева разбора с атрибутами *AT*={*I*,*S*}, где *I* — набор наследуемых атрибутов — в данной работе содержит имена «переменных» — идентификаторов процесса, *S* — набор синтезируемых атрибутов — *S* — значений атрибутов, присваиваемых непосредственно из терминалов (схема неявного присваивания и вычислений на *S* также обсуждается в работе). Семантические действия *SA*, выполняемые по результату проверки атрибутов *AT*, заключаются в переписывании атрибутов, добавлении новых вершин, добавлении и удалении рёбер. Полученная таким атрибутированием грамматика *G'*={*A, N, R, <s>, AT, SA*} представляет собой синтаксическо-семантический интерфейс управляемого переписывания дерева. Результатом переписывания является дерево, а вообще говоря, мультидерево, содержащее, кроме данных из входного дерева процессов, промежуточные состояния, а также описания системных вызовов, приводящих к данным состояниям, то есть нужные цепочки системных вызовов, скопмонованные в дерево. Работа приводит квадратичный в худшем случае алгоритм разбора дерева процессов в предложенной грамматике, основанный на обходе дерева и повторном обходе из каждой вершины с целью извлечения необходимых атрибутов. Данное действие тесно связано с анализом графа зависимостей, определяемом областью локализации атрибутов [4].

Исследование также представляет некоторые практические результаты, связанные с тестированием производительности полученного интерфейса на двух синтетических профилях нагрузки, используемых автором для оценки и валидации конструируемых методов [1]. Результаты и дальнейшие действия по улучшению предложенного метода также приводятся в работе.

Литература

1. *Efanov N., Emelyanov P*. Constructing the formal grammar of system calls // Proceedings of the 13th Central & Eastern European Software Engineering Conference in Russia (CEE-SECR '17). ACM, New York, USA, 2017. Article 12, 5 pages. DOI: https://doi.org/10.1145/3166094.3166106
2. *Mirkin A., Kuznetsov A., Kolyshkin K*. Containers checkpointing and live migration // In Proceedings of the Ottawa Linux Symposium, 2008. V. 2. P. 85–90.
3. ISO/IEC:14977(1996) Information Technology: Syntactic metalanguage: Extended BNF specification. Электронный ресурс: https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso-iec:14977
4. *Ефанов Н.Н.* Классификация правил проверки атрибутов в деревьях процессов Linux // Естественные и технические науки. 2018. № 6. С. 216–221.

УДК 519.161

Об NP-полноте некоторых задач, связанных с восстановлением дерева процессов

Н.Н. Ефанов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Работа рассматривает два вопроса, возникающих при восстановлении состояния сред исполнения в Unix-подобных операционных системах [1]. Во-первых, ввиду предполагаемой избыточности восстановления дерева процессов для реконструкции окружения исполнения отдельной программы или группы программ, возникает ряд подзадач, связанных с восстановлением конфигурации по данным не обо всех последовательностях системных вызовов, а лишь о некоторых, в том числе об отдельных системных вызовах. Во-вторых, ввиду комбинаторной сложности генерации различных деревьев [2], ставится вопрос определения, является ли некоторое произвольное дерево деревом процессов, или соответствия дерева некоторой реальной конфигурации операционной системы (ОС). Предыдущие работы автора заключают существование полиномиального алгоритма для анализа и восстановления цепочек системных вызовов, восстанавливающих конфигурацию при условии подачи корректного дерева процессов на вход [1–3], тем не менее разумным является вопрос трудности искусственной генерации корректных деревьев. Целью текущей работы, ввиду вышеуказанных задач восстановления части дерева и определения корректности, является исследование конфигураций окружений исполнения, которые

1) могут быть проверены на соответствие корректному дереву процессов в случае определения всех

значений аргументов – атрибутов окружения, за полиномиальное время, чем демонстрируется корректность поиска и принадлежность задачи поиска корректных конфигураций классу NP;

2) получены из произвольных деревьев, и проверка соответствия деревьям процессов сводится к общему случаю задачи 3-ВЫП [4] для булевых формул. Таким образом, доказывается NP-полнота данной проверки.

Основным результатом работы является вышеуказанное заключение об NP-полноте проверки, следствием которого является мотивация к использованию естественных деревьев процессов, полученных из логов реальной работы системы, а также генерации синтетических тестов на базе правил системных вызовов. Частные случаи деревьев, проверяемые за полиномиальное время, также рассматриваются.

Литература

1. *Efanov N. and Emelyanov P.* Constructing the formal grammar of system calls // Proceedings of the 13th Central & Eastern European Software Engineering Conference in Russia (CEE-SECR '17). ACM, New York, USA, 2017. Article 12, 5 pages. DOI: https://doi.org/10.1145/3166094.3166106
2. *Ефанов Н.Н.* Комбинаторные и групповые свойства деревьев процессов Linux // Сборник трудов XV Международной конференции «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения», Тула. 2018. С. 180–183.
3. *Ефанов Н.Н.* Классификация правил проверки атрибутов в деревьях процессов Linux // Естественные и технические науки. 2018. № 6. С. 216–221.
4. Электронный ресурс: http://www.satlive.org

УДК 004.67

Об оценивании и удалении нетипичных объектов в одной логической модели распознавания

***В.В. Рязанов*[1,2], *Р.Д. Трахов*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

Рассматривается известная задача распознавания по прецедентам. Дано множество объектов $M = \{\mathbf{x}\}$. Считаем, что $\mathbf{x} \in R^n$, где n — число некоторых основных свойств (признаков) объекта. Есть у каждого объекта свойство y, причем предполагается, что y может быть вычислено по $\mathbf{x}$: $y = f(\mathbf{x}), y \in \{1, 2, ..., l\}$. Пусть значения данной зависимости известны для m объектов $y_i, \mathbf{x}_i, i = 1, 2, ..., m$ (т. е. дана обучающая выборка). Требуется вычислять y для каждого $\mathbf{x}$. Объекты имеют различную важность для своего класса. Более того, часть из них является, например, результатом грубой ошибки – для некоторого $\mathbf{x}_i$ его y_i указано неверно. Возникает задача удаления такого числа объектов обучения, при котором точность алгоритма распознавания, построенного на оставшихся объектах, будет максимальной. Предлагается следующий приближенный алгоритм решения данной задачи.

Объекты обучения упорядочиваются по степени важности по возрастанию. Пусть найдено какое-то множество логических закономерностей класса (ЛЗК) для каждого из классов $K_\nu, \nu = 1, 2, ..., l$, где y_t — вес соответствующей логической закономерности $\mathrm{P}_t(\mathbf{x}), t \in I_\nu$ (например, число объектов, удовлетворяющих данной ЛЗК). и построена процедура распознавания, оценена ее точность (доля правильных ответов на контрольной выборке). Предикат $\mathrm{P}(\mathbf{x})$ называется ЛЗК, если он является конъюнкцией интервалов значений некоторых признаков, равен единице на некоторых объектах данного класса, равен нулю на всех объектах других классов и удовлетворяет некоторому условию оптимальности. Степень типичности объекта вычисляется как $f(\mathbf{x}_i) = \sum_{t \in I_\nu} y_t \mathrm{P}_t(\mathbf{x}_i)$, где y_t – вес соответствующей логической закономерности (например, число объектов, удовлетворяющих данной ЛЗК).

После удаления из таблицы обучения τ объектов точность алгоритма должна повыситься.

Таким образом, мы можем найти максимальное число объектов, которые следовало бы удалить для достижения максимальной оценки числа правильных ответов на контрольной выборке. Данная задача была решена для двух датасетов: weatheraus (предсказание дождя в Австралии на следующий день) и spamdetection (предсказание является ли письмо спамом). Точность по метрике rocauc для каждого из датасетов повысилась на 4 и 3 процента соответственно.

Настоящее исследование было выполнено при частичной поддержке Проектов РФФИ 18-01-00557 А, 17-01-00634 А, 18-51-05011 Арм_а, 18-29-03151 мк.

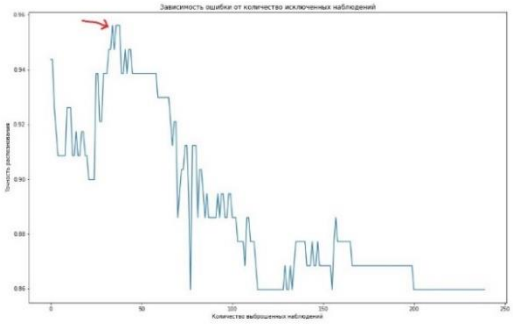


Рис. 1. Зависимость качества распознавания от количества удаленных выбросов

Литература

1. *Ryazanov V.V.* Regression via Logic Supervised Classification // Lecture Notes in Computer Science.
2. *Рязанов В.В.* Логические закономерности в задачах распознавания (параметрический подход).

УДК 519.176, 519.852.67, 517.977.5

Вершины, которые мы выбираем

И.Т. Кадощук

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Обсуждается задача оптимального стратегического планирования капитальных инвестиций и многочисленные области ее применения в современных рыночных условиях. Рассматриваются как различные варианты формализации этой задачи, так и различные варианты алгоритмов и методов её решения. Приводятся результаты исследований результативности и эффективности имеющихся алгоритмов. Обсуждаются перспективные направления текущих исследований.

Распространенная проблема оптимального стратегического планирования капитальных инвестиций на текущем этапе работ исследуется на примере задачи оптимального планирования развития сетевых структур. В качестве сетевых структур предполагаются действительно большие кабельные, коммуникационные, железно- и автодорожные сети, энергетические сетевые структуры и пр., содержащие сотни и тысячи сетевых узлов и точек доступа (телекоммуникационные операторы, государственные железные и автомобильные дороги, трубопроводы и пр.) [1].

Проблема оптимального планирования капвложений является достаточно популярной для больших и иногда средних бизнес-структур, и состоит в том, что современный бизнес не только решает традиционную задачу планирования в условиях ограничений на бюджет, но и стремиться максимизировать будущие доходы от планируемых инвестиций, то есть стремиться построить именно оптимальный, с точки зрения будущих прибылей, план.

Эта задача является сегодня, с одной стороны, недооцененной, так как не так много содержательных публикаций и серьезных научных исследований посвящено этой проблеме, а с другой стороны, в любой предметной области бизнес-деятельности она является крайне важной и остро актуальной. В условиях жесткой рыночной конкуренции, снижения прибылей, значительных бюджетных ограничений, более эффективное планирование капитальных инвестиций, очевидно, приводит к ощутимому конкурентному преимуществу в текущей предметной области бизнес-

деятельности. «Какая вершина следующая?» — вот главный вопрос эффективности.

Но на практике руководители и менеджеры таких компаний, как правило, не только не стремятся получить доказательно оптимальный инвестиционный план, но даже не пытаются объективно оценить неоптимальность инвестиционных планов (на сколько полученный вариант плана далек от оптимального?) и довольствуются результатами, по сути, полученными случайно на основе всего нескольких потенциальных вариантов решения. Почему? Есть несколько объективных и субъективных причин.

Обсуждать субъективные причины в данном контексте мне кажется неблагодарной задачей и совсем иной областью знаний, посвященных исследованию сложившихся производственных отношений. Попробуем оценить объективные причины.

Объективно дело в том, что оптимальное планирование инвестиций имеет глубинные, фундаментальные проблемы, связанные со многими причинами и, прежде всего, с «лежащей на поверхности» значительной степенью неопределенности и неполноты информации, присущей самой сути событий будущих периодов, как потенциально осуществимых. Достоверность оценок доходов и расходов будущего финансового периода или тем более нескольких периодов является большой проблемой бизнес планирования, которой посвящено множество исследований и которая заслуживает отдельного обсуждения.

Другой фундаментальной проблемой оптимального планирования инвестиций является размерность задачи, огромное количество потенциальных вариантов плана, даже при сравнительно обозримых вариантах компонентов развития. Например, если телеком оператор формирует план развития на следующий финансовый период и выбирает всего из 20 потенциально новых точек телекоммуникационной сети, то ему необходимо иметь механизм выбора из более чем 1 миллиона вариантов. Если вы поинтересуетесь, а «какой оператор ежегодно проделывает такую работу?» ответ будет: «Никакой». Тогда логично спросить: «Из какого же количества вариантов плана обычно выбирает телеком оператор?», и ответ будет: «из 3–4, в лучшем случае из 5». Это касается любой большой сетевой структуры кабелей, дорог, трубопроводов, офисов, точек продаж и т. п.

О каком оптимальном планировании в этом случае идет речь? Ничего «оптимального» в этом планировании нет. По существу процесса план выбирается случайным образом или, если быть точным, выбирается самый лучший из нескольких почти наугад выбранных вариантов. Авторы такого плана, разумеется, даже не знают, на сколько их вариант далек от оптимального и не пытаются это оценить. Они могут даже искренне считать выбранный таким образом вариант плана оптимальным.

Кроме того, сам процесс выбора вариантов для анализа, их обсчета и, наконец, выбора из них «оптимального» варианта занимает от нескольких недель до нескольких месяцев, с участием значительного количества специалистов в маркетинге, инженерного персонала в подразделениях поддержки и развитии сети, руководителей компании. Разумеется, это стоит любой компании значительных затрат, но бизнес на это идет, а как иначе? Вопрос же архиважный!

Данная работа направлена именно на борьбу с размерностью задачи оптимального планирования капитальных инвестиций, где задача построения эффективного алгоритмического аппарата остро актуальна. Проблема достоверности оценок характеристик будущих событий так же является важнейшей, но мы обсудим ее в другой работе, которую мы тоже ведем.

В рамках обозначенной проблемы было изучено несколько формальных постановок описанной проблемы с помощью аппарата теории графов. В рамках этих формализмов задача сводилась к нескольким известным труднорешаемым задачам, таким как «задача коммивояжера», «задача о рюкзаке» и «проблема Штайнера» на графах [2].

Для решения таким образом сведенных задач использовались как точные, переборные алгоритмы (а также метод ветвей и границ, метод динамического программирования), так и методы, дающие приближенные оценки (класс «жадных» алгоритмов). Был проведен значительный объем вычислительных экспериментов со всеми перечисленными методами.

Алгоритмы полного перебора использовались для поиска точных решений для задач сравнительно небольшого размера бинарных графов, до 20 потенциальных вершин из-за значительной вычислительной сложности ($\sim O(2^n \cdot n \cdot \log(n))$). Полученные точные решения использовались для оценки качества работы приближенных алгоритмов на тех же небольших бинарных графах. Другие методы поиска точных решений изучались с целью поиска границ их использования в практических задачах [3].

Для алгоритмов из семейства «жадных» и их модификаций (наивный и модификации оптимизации и рэндомизации), с одной стороны, получены доказательства их неоптимальности и отсутствия гарантированной точности. С другой стороны, показано, что лучшие из них часто дают

решения высокого качества с хорошей достоверностью (95%) и уже за полиномиальное время ($\sim O(n^2)$ – $O(n^3)$) [4].

Для проведения численных экспериментов был построен прототип «полигона алгоритмов» — инструментальная среда, позволяющая визуализировать данные о графах, имеющая универсальный API для различных алгоритмов и обладающая системой вывода результатов расчетов и их статистики [5].

Для ведущихся исследований мы выбрали семейство генетических алгоритмов и их модификации как с оптимизацией скрещивания, так и с использованием нейронных сетей. Кроме того, исследуются методы приближенной схемы полностью полиномиального времени с модификациями. «Полигон алгоритмов» перепроектируется с учетом полученного опыта и растущего объема задач. Наконец, разрабатывается методика оценки качества приближенных алгоритмов на основании характеристик графа и свойств семейства алгоритмов.

Литература

1. *Donkor E.A., Duffey M.* Optimal Capital Structure and Financial Risk of Project Finance Investments: A Simulation Optimization Model With Chance Constraints // The Engineering Economist. 2013. V. 58, I. 1. P. 19–34.
2. *Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И.* [*и др.*]. Алгоритмы: построение и анализ. М.: «Вильямс», 2006. 1296 с.
3. *Смаль С.А.* Исследование задачи пошагового построения сети оптимальным образом // Актуальные вопросы моделирования. М.: МФТИ, 2018. 10 с.
4. *Мареичев П.А.* Разработка и исследование алгоритмов для решения задач оптимального расширения сети с ограничениями. Магистерская диссертация. М.: МФТИ, 2018. 27 с.
5. *Лунев С.В.* Моделирование сетей и дифференциация методов решения задач оптимального построения сетевых структур: магистерская диссертация. М.: МФТИ, 2018. 29 с.

УДК 004.451.[84-86]

Измерение времени выполнения системных вызовов для выработки метрик эффективности восстановления состояний исполнения в OS Linux

Д.Д. Щекотихина, Н.Н. Ефанов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Глобальная задача сохранения и реконструкции исполнительных сред Unix-подобных систем сводится к восстановлению цепочек системных вызовов (fork(), setsid(), setpgid(), ...), порождающих дерево процессов [1]. Задача даже в частных случаях оказывается существенно неоднозначной, что приводит к необходимости поиска наиболее оптимальных цепочек системных вызовов. Для решения такой задачи можно ввести два типа метрик, учитывающих особенности выполнения системного вызова:

$$CS = \Sigma n_i,$$

где n_i — количество вызовов типа i;

$$CT = \Sigma t_i \cdot n_i,$$

где n_i — количество вызовов типа i, t_i — время исполнения вызова типа i.

Так как важно минимизировать время, проводимое в ядре, в совокупности со временем работы интерфейса, вторая метрика CT учитывает полное время исполнения системного вызова каждого типа. Для того чтобы определиться между двумя метриками, встает вопрос о среднем времени переключения между пользовательским пространством и ядром и выполнении в привилегированном режиме для каждого вызова, от каких факторов оно зависит и как характерные времена для различных вызовов соотносятся друг с другом.

В данной работе представлен метод измерения среднего времени исполнения системных вызовов, а также результаты для некоторых из них. Для первичных измерений был выбран интерфейс INT80h из-за поддержки на разных платформах (не только x86/x86-64/AMD64, но и ARM, RISC и др.) Также были произведены измерения тех же вызовов для более быстрых интерфейсов SYSCALL/SYSRET и проведено сравнение.

Из результатов можно сделать основные выводы:

1. Полученные статистические данные предоставляют характерное время исполнения для каждого системного вызова.

2. Характерные времена отличаются друг от друга в десятки раз и зависят от интерфейса системных вызовов.

Это приводит к выводу о необходимости использования CT-метрики в задаче поиска оптимальных цепочек восстановления.

Литература

1. *Efanov N., Emelyanov P.* Constructing the formal grammar of system calls // Proceedings of the 13th Central & Eastern European Software Engineering Conference in Russia (CEE-SECR '17). ACM, New York, USA, 2017. Article 12, 5 pages. DOI: https://doi.org/10.1145/3166094.3166106

УДК 004.932

Алгоритм сегментации трехмерного FIB-SEM изображения пористой среды

***И.А. Реймерс*[1,2], *И.В. Сафонов*[2], *И.В. Якимчук*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Московский научный центр «Шлюмберже»

В нефтегазовой отрасли важную роль играет изучение микроструктуры материалов. В частности, с помощью данных о внутреннем строении нефтесодержащих пород строят их модель (т. н. цифровой керн), которая затем используется для математического моделирования течения жидкости в поровом пространстве. Традиционно для построения цифрового керна использовались изображения рентгеновской микротомографии, однако для анализа сложных нанопористых пород требуются изображения с более высоким разрешением. Их можно получить с помощью FIB-SEM томографии – относительно новой технологии, способной разрешить детали размером около 5–10 нанометров. Установка FIB-SEM состоит из двух колонн: фокусируемого ионного пучка («focused ion beam», FIB) и растрового электронного микроскопа («scanning electron microscope», SEM). Ионным пучком с исследуемого образца удаляют тонкий слой вещества, а затем получают изображение поверхности с помощью электронного микроскопа. Многократно повторяя эти операции, формируют набор последовательных изображений слоев образца.

Задача построения трехмерной модели образца из последовательности двумерных изображений слоёв сопряжена с рядом проблем. Главной из них является так называемый «pore back» или «shine through» эффект, состоящий в том, что из-за прозрачности поры в изображении слоя может быть видна ее задняя стенка, которая физически находится в следующих слоях (см. рис. 1). Интенсивность пикселей, относящихся к задней стенке, может быть сравнима с интенсивностью минеральной матрицы в плоскости реза, что приводит к ошибочной сегментации изображения [1–3].

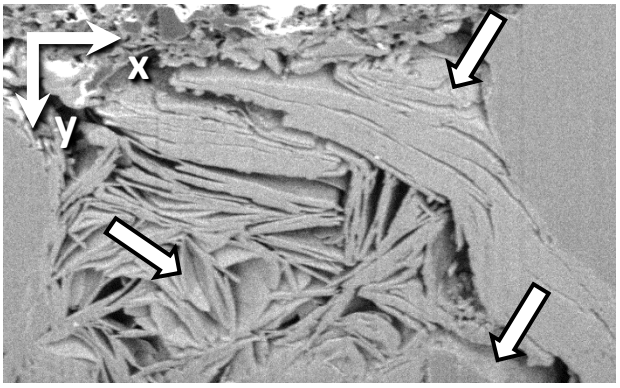


Рис. 1. Эффект прозрачности пор

Для решения данной проблемы в литературе предложено несколько способов [3]. Выбор конкретного метода зависит от исследуемого образца и его пористости. Все рассмотренные алгоритмы основаны не только на сегментации каждого отдельного среза в пределах его плоскости (*xy*), но и на анализе изменения интенсивности конкретного пикселя вдоль координаты *z*, направленной перпендикулярно плоскости реза и соответствующей номеру слоя в трехмерном изображении. На графике зависимости интенсивности пикселя от координаты *z* (рис. 2) резкие минимумы соответствуют концу твердой фазы и началу поры (участок 1–2). По мере увеличения количества срезанных слоев пора «раскрывается» и становится более яркой, что соответствует росту значения интенсивности (участок 2–3). На участке 3–4 пора заканчивается и начинается твердая фаза. По мере продвижения сквозь матрицу породы значение интенсивности остается относительно постоянным до наступления следующего минимума (участок 5–6). Подобный график для многофазной породы будет выглядеть намного сложнее, поскольку пиксели низкой интенсивности могут соответствовать как поровому пространству, так и какой-либо из фаз минеральной матрицы.

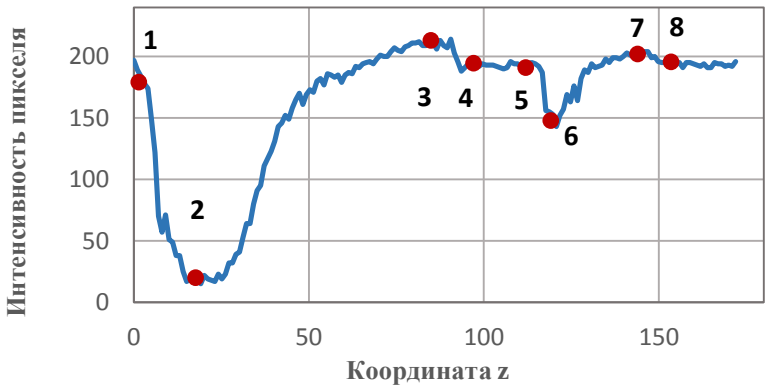


Рис. 2. График зависимости интенсивности пикселя от координаты *z*

В работе [2] отмечается неустойчивость алгоритмов, одним из этапов которых является применение глобального порога для всего трехмерного набора изображений, и предлагается находить локальные минимумы зависимостей интенсивности от координаты *z* (участки 1 и 4 на рис. 2), обозначающие окончание минеральной матрицы и начало поры. Текущий пиксель, а также некоторое количество предыдущих, классифицируются как твердая фаза на основании вычисляемого локального значения, ниже которого интенсивность пикселей матрицы опускаться не может. Далее результат сегментации корректируется и улучшается с помощью морфологических операций и локального порога. Результаты работы алгоритма продемонстрированы авторами на изображениях высокопористого силикатного материала, полученного синтетическим путем и значительного отличающегося от пористых структур, изучаемых в нефтегазовой отрасли. Зависимости интенсивностей пикселей вдоль оси *z* в нашем случае выглядят иначе, что не позволяет успешно применить данный метод.

В работе [3] для сегментации изображений пористых структур в топливных элементах использован метод маркерного водораздела. Сами маркеры расставлены с помощью комбинации различных морфологических операций, в частности реконструкции дилатацией и морфологического градиента. Однако при предложенном способе расставления маркеров крупные поры высокой и равномерной интенсивности определяются как минеральная матрица, что к приводит к ошибочной сегментации при попытке применения алгоритма на изображениях горных пород.

В данной работе нами предложен альтернативный метод. Поскольку переход от поры к матрице может быть слабовыраженным (см. участки 3–4 и 7–8 на рис. 2), мы также используем алгоритм маркерного водораздела для построения недостающей границы. Водораздел строится для комбинации исходного трехмерного изображения и результата морфологического полуградиента. Маркеры минеральной матрицы определяются с помощью порогового отсечения результата работы вариационного фильтра, а маркеры пор — с помощью порогового отсечения результата морфологического полуградиента. В докладе подробно рассматриваются и анализируются этапы

алгоритма, а также демонстрируются результаты его применения на FIB-SEM изображениях горных пород.

Литература

1. *Salzer M., Prill T., Spettl A., Jeulin D., Schladitz K., Schmidt V.* Quantitative comparison of segmentation algorithms for FIB-SEM images of porous media // Journal of microscopy. 2015. V. 257. N 1. P. 23–30.
2. *Salzer M., Spettl A.* [*et al.*]. A two-stage approach to the segmentation of FIB-SEM images of highly porous materials // Materials Characterization. 2012. V. 69. P. 115–126.
3. *Prill T., Schladitz K., Jeulin D., Faessel M., Wieser C.* Morphological segmentation of FIB-SEM data of highly porous media // Journal of microscopy. 2013. V. 250. N. 2. P. 77–87.

УДК 519.6

Моделирование динамического деформирования тканевой мембраны

М.А. Еловенкова [1]***, А.В. Васюков***[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассматривается задача распространения упругих деформаций и напряжений в тканевой мембране при действии механической ударной нагрузки. Рассматриваются высокоскоростные взаимодействия, для которых существенно рассмотрение волновых процессов в ткани, так как скорость движения ударника сопоставима со скоростью распространения звука в материале мембраны. Используется математическая модель, описанная в [1], для численного решения используется явная схема второго порядка аппроксимации, приведённая в [2].

Для верификации расчетной схемы было выполнено моделирование развития деформаций в одномерной нити под действием точечного удара. Для данной постановки имеется аналитическое решение [1], с которым возможно прямое сравнение результатов расчётов. Для нити бесконечной длины, в случае нормального удара телом бесконечной массы, зависимость скорости распространения волны сильного разрыва (скорости излома) имеет вид

$$u = 0,8 a_0^{\frac{1}{3}} v_0^{\frac{2}{3}} ,$$

где $a_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ — скорость распространения звука в нити, v_0 — скорость нормального удара.

Численно для аналогичной постановки исследовалась зависимость скорости волны сильного разрыва (скорости движения излома нити) от скорости движения ударники и от скорости звука в материале нити. Базовые значения параметров расчёта: L = 0,1 м — длина нити, D = 0,0001 м — диаметр нити, E = 125 ГПа — модуль упругости нити, ρ = 1430 кг/м^3 — плотность материала нити. Далее скорость удара варьировалась в диапазоне 10–3000 м/с, модуль упругости – в диапазоне 50–150 ГПа. Пример полученной зависимости приведён на рис. 1. В данном расчёте мелкость сетки составляет 50 точек на длину нити. Видно, что результаты моделирования хорошо сходятся с аналитическим решением.

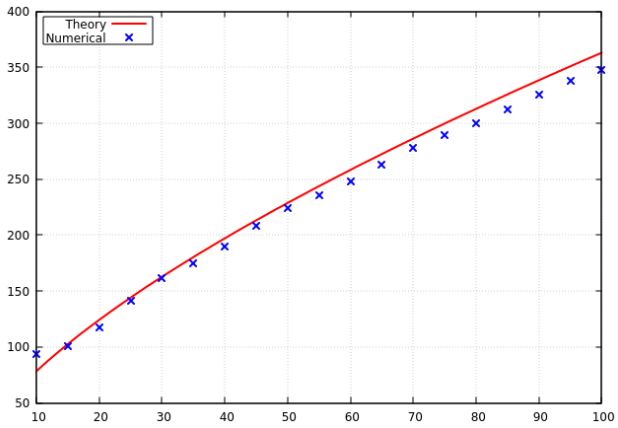


Рис. 1. Зависимость скорости излома (по оси *OY*) от скорости удара (по оси *OX*) для точечного удара по нормали. Сплошная линия — аналитическое решение, точки — результаты расчётов

После верификации по данным для одномерных нитей была реализована аналогичная схема расчёта поведения двумерной тонкой тканевой композитной мембраны под действием ударной нагрузки. В модели для тканевого композита предполагается отсутствие сдвиговых напряжений. Для внешней нагрузки возможно задание произвольной распределённой внешней силы. Пример результата расчёта показан на рис. 2.

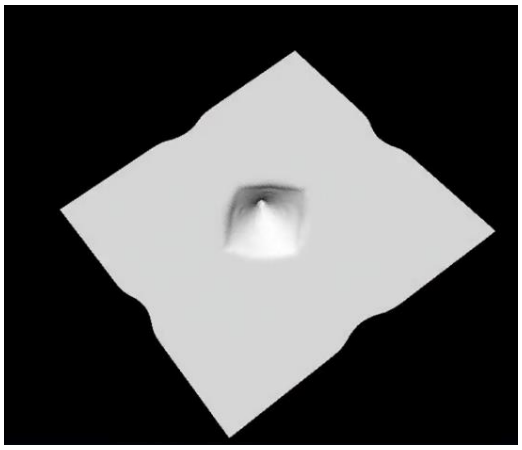


Рис. 2. Общий вид деформированной тканевой мембраны

На рис. 2 виден полученный в расчёте характерный деформационный крест, который наблюдается в экспериментах по скоростному нагружению тканевых композитов. Видно, что сильно деформированная область мембраны имеет форму пирамиды. Также видны характерные «затяжки» на ткани, сформировавшиеся при взаимодействии продольных волн с незакреплёнными границами мембраны.

Литература

1. *Рахматулин Х.А., Шемякин Е.И., Демьянов Ю.А., Звягин А.В.*. Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках: учеб. пособие. М.: Университетская книга; Логос, 2008. 624 с.
2. *Петров И.Б., Лобанов А.И.*: Лекции по вычислительной математике. Бином. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий, 2006. 523 с.

УДК 517.9

Численное решение уравнений Максвелла. FDTD- и PIC-методы

Скубачевский А.А.

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассмотрены методы FDTD и PIC для численного решения уравнений Максвелла. Написана программа для моделирования электромагнитных волн и движения частиц в электромагнитных полях. Уравнения, записанные в конечных разностях и решаемые в программе:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}],$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{j} = 0.$$

Где $\vec{p}$ — импульс частицы, $\vec{E}$ — электрическое поле, $\vec{H}$ — магнитное поле, $\vec{D}$ — вектор электрической индукции, $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции, q — заряд частицы, c — скорость света, $\vec{v}$ — скорость частицы, ρ — плотность заряда, $\vec{j}$ — плотность тока.

Работа программы с полями верифицирована с помощью TFSF-техники работы с плоскими волнами. Работа PIC-метода верифицирована на примере движения частицы в поле плоской электромагнитной волны: результат работы программы совпал с аналитическими расчетами. На рис.1 изображена траектория электрона в поле плоской монохроматической электромагнитной волны, полученная аналитически (слева) и численно (справа). Поля $E_x = H_z = E_0\cos(\omega t - kz)$, где $E_0 = 3\cdot 10^{-2}$ ед. СГС, $\omega = 10^6$ Гц. Единицы измерения по осям координат — сантиметры. Волна распространяется вдоль оси *OY*.

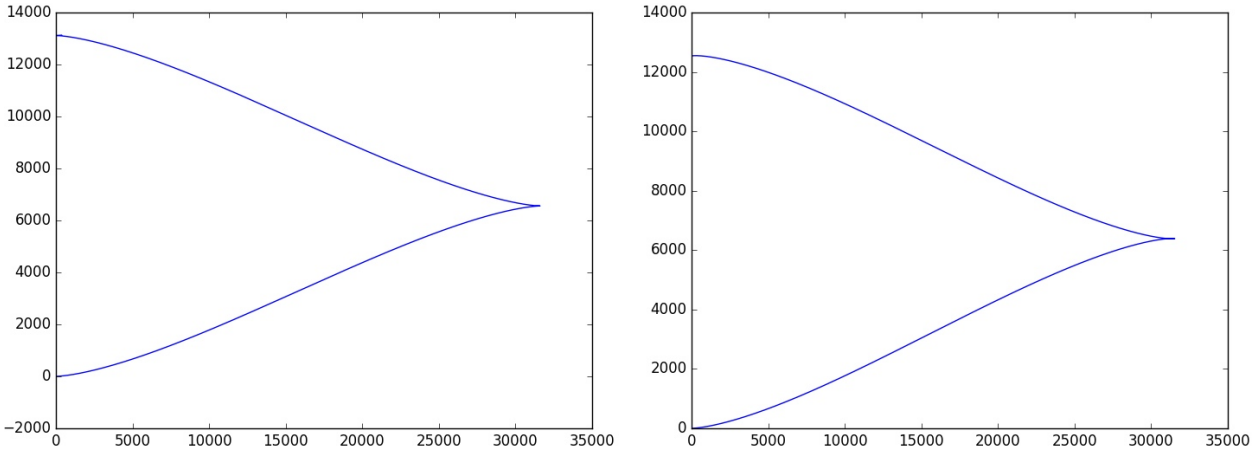


Рис.1. Верификация программы. Траектория электрона в поле плоской монохроматической волны, полученная численно и аналитически

В процессе верификации были обнаружены интересные факты: к примеру, траектория электрона в поле плоской волны никогда не была найдена как явная функция координат от времени. Даже в последние годы в различных работах [1], [2] делались попытки исследования траектории путем различных приближений и усреднений.

На данный момент программа применяется для исследования более сложных волн, их взаимодействия со средой и частицами.

Литература

1. *Bargmann V., Michel L., Telegdi V.L.* Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field // Phys. Rev. L. 1959. V. 2. P. 435.
2. *Андреев С.Н., Макаров В.П., Рухадзе А.А.* О движении заряженной частицы в плоской монохроматической электромагнитной волне // Квантовая электроника. 2009, Т. 39. № 1. С. 68–72.

УДК 519.63

Исследование сейсмических откликов от слоистого массива с ориентированными геологическими трещинами

А.В. Борисова, В.И. Голубев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе численно исследована задача формирования сейсмического отклика от кластера, состоящего из геологических трещин. Актуальность данной постановки задачи обусловлена её непосредственным отношением к прямым и обратным задачам сейсмической разведки на нефть и газ. Напряженно-деформированное состояние линейно-упругой среды описывается системой уравнений упругости в виде

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla_j \sigma_{ij}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = (\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu \left(\left\{ \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right\} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}, \tag{2}$$

здесь σ — тензор напряжений, ε — тензор деформаций, $\vec{v}$ — вектор скорости среды. Использование специальных граничных условий в месте расположения неоднородностей позволяет проводить моделирование геологических трещин [1]. Для решения системы уравнений (1) – (2) в работе использовался сеточно-характеристический метод второго порядка аппроксимации [2].

Была создана трёхмерная модель слоистой среды [3], содержащей флюидонасыщенные трещины. Размер модели 1050 × 1050 × 390 узлов, шаг сетки 10 м. Мощности слоёв сверху вниз составляли: 550 м, 200 м, 3150 м. Первый и третий слой характеризовались следующими параметрами: скорость продольных волн 4500 м/с, скорость поперечных волн 2250 м/с, плотность 2500 кг/м^3. Второй слой обладал отличными характеристиками: скорость продольных волн 6000 м/с, скорость поперечных волн 3000 м/с, плотность 2500 кг/м^3. На глубине 600 м во втором слое задавались вертикальные флюидонасыщенные трещины, задаваемые в виде прямоугольников с нормалью вдоль оси *OX* и размерами 100 м (вдоль *OY* и *OZ*). Шаг вдоль *OX* и *OY* между ближайшими трещинами составлял 50 м. В дальнейшем положения трещин в горизонтальной плоскости были рандомизированы нормальным распределением с разбросом 20 м (рис. 1а). Трещиноватая среда покрывала в горизонтальной плоскости прямоугольник размерами 2400 на 2400 м. В качестве источника использовалось точечное возбуждение, заглублённое на 50 м со временной зависимостью в виде импульса Рикера с частотой 35 Гц. Использовалась площадная система наблюдений с расстоянием 10 м между ближайшими приёмниками. Шаг по времени был выбран 0.8 мс, а всего моделировалось 1440 шагов. Результаты расчётов представлены на рис. 1б–г.

На сейсмограммах вертикальной компоненты скорости хорошо идентифицируется прямая волна, поверхностная волна, а также отраженная волна от первой границы раздела слоёв. За ней следует сложный сигнал, который и несёт информацию о структуре трещиноватого блока. Для устранения мешающих анализу волн в верхнем слое была проведена следующая процедура. С той же самой конфигурацией источника-приёмников проведены расчёты в однородной модели, после чего рассчитана разностная сейсмограмма. При этом полностью фильтруются прямая и поверхностная волны.

Также был проведен анализ влияния внутренней структуры трещиноватого массива на кинематику и динамику регистрируемого на поверхности сигнала. Он показал, что изученные структуры трещиноватой среды не влияют на время прихода сейсмического отклика, а также, что

при наличии ориентированной структуры в среде наблюдается анизотропия регистрируемого сигнала.

Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт», http://ckp.nrcki.ru/. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-08-00212.

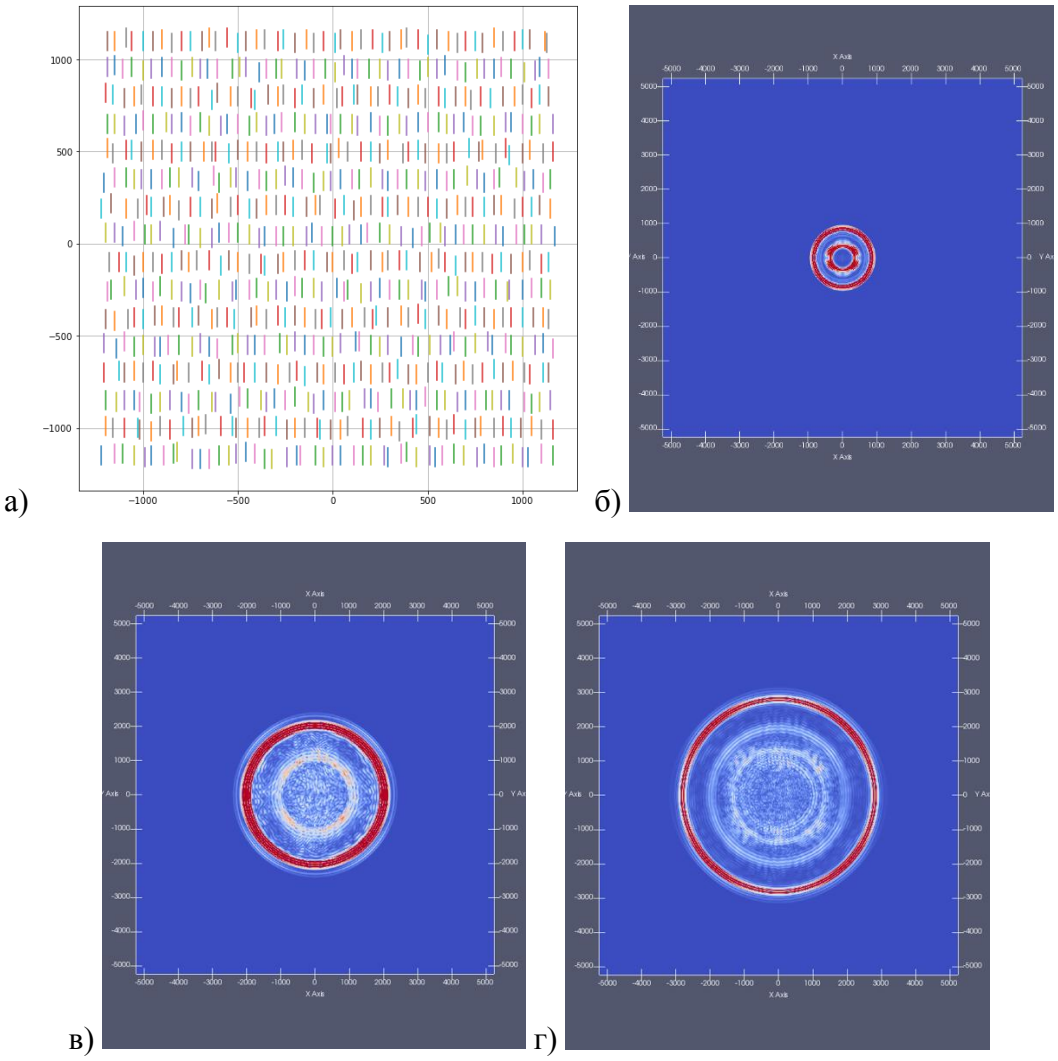


Рис. 1. Распределение системы трещин в проекции на горизонтальную плоскость (а) и распределение модуля скорости на дневной поверхности в последовательные моменты времени (б, в, г)

Литература

1. *Golubev V.I., Petrov I.B., Khokhlov N.I., Shul'ts K.I.* Numerical computation of wave propagation in fractured media by applying the grid-characteristic method on hexahedral meshes // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2015. V. 55(3). P. 509–518.
2. *Golubev V.I., Kvasov I.E., Petrov I.B.* Influence of natural disasters on ground facilities // Mathematical Models and Computer Simulations. 2012. V. 4(2). P. 129–134.
3. *Golubev V.I., Khokhlov N.I.* Estimation of anisotropy of seismic response from fractured geological objects // Computer Research and Modeling. 2018. V. 10(2). P. 231–240.

УДК 519.63

Моделирование источника сейсмического события на шельфе

Р.А. Багаев, В.И. Голубев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе численно исследована задача формирования сейсмического сигнала в очаге землетрясения при инициации сейсмической активности и его прохождения через слоистый геологический массив. Верхний водный слой описывается в акустическом приближении, тогда как слои массива моделируются линейно-упругой средой. Её напряженно-деформированное состояние описывается системой уравнений упругости в виде

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla_j \sigma_{ij}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = (\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu \left(\left\{ \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right\} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}. \tag{2}$$

здесь σ — тензор напряжений, ε — тензор деформаций, $\vec{v}$ — вектор скорости среды. Использование специальных контактных условий в месте контакта акустической и упругой среды позволяют получить полную картину волновых процессов. Для решения системы уравнений (1) – (2) в работе использовался сеточно-характеристический метод третьего порядка аппроксимации [1].

Была использована плоско-слоистая модель среды, включающая верхний слой жидкости, в полной трёхмерной постановке [2]. Она состояла из пяти слоёв с различными параметрами. В качестве источника сейсмического сигнала использовалась модель, предложенная в работе [3]. Она позволяет суперпозицией точечных источников силы описать произвольный вектор скольжения вдоль произвольной заданной плоскости геологического разлома. Источник находился на глубине 1150 м под поверхностью моря.

На рис. 1 представлено распределение модуля скорости в обсчитываемой модели в фиксированный момент времени. Идентифицируются поверхностные волны, распространяющиеся к краям расчётной области, а также отражённые от контактных границ продольные и поперечные волны.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-08-00212.

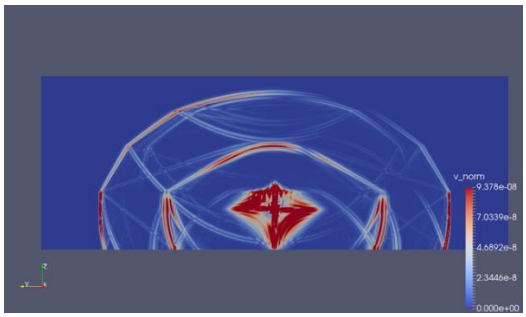


Рис. 1. Пространственное распределение модуля скорости на вертикальном срезе шельфовой модели в фиксированный момент времени

Литература

1. *Golubev V.I., Kvasov I.E., Petrov I.B.* Influence of natural disasters on ground facilities // Mathematical Models and Computer Simulations. 2012. V. 4(2). P. 129–134.
2. *Заславский, Ю.М., Кержаков, Б.В., Кулинич, В.В.* Вертикальное сейсмическое профилирование на морском шельфе // Акустический журнал. 2008. Т. 54. № 3. С. 483–490.
3. *Frankel, A.* Three-dimensional simulations of ground motions in the San Bernardino Valley, California, for hypothetical earthquakes on the San Andreas fault // Bulletin of the Seismological Society of America. 1993. V. 83(4). P. 1020–1041.

УДК 519.633.2

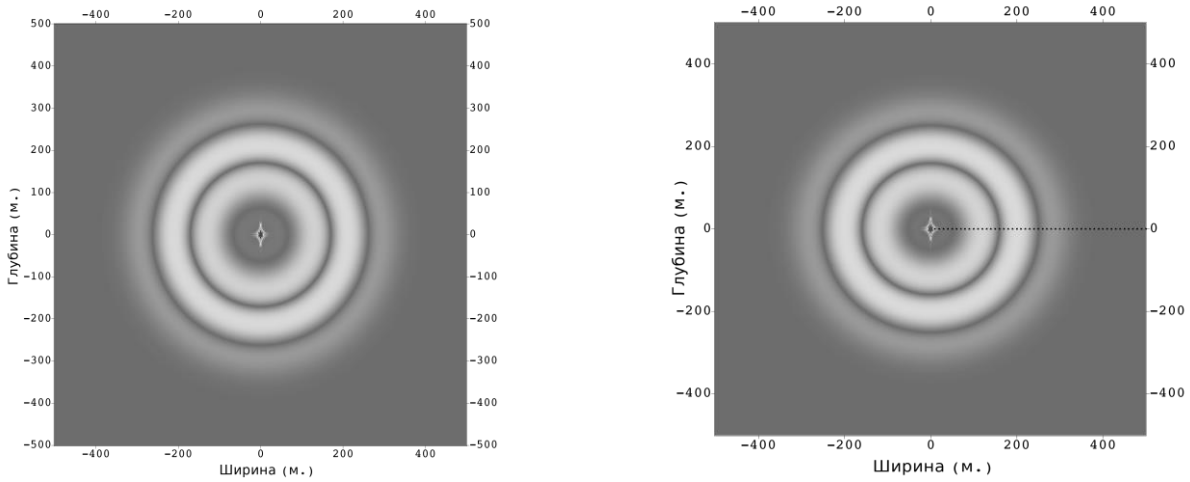
О задании сейсмического точечного источника при моделировании задач сейсморазведки сеточно-характеристическим методом

А.Л. Гордов, Н.И. Хохлов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается вопрос задания сейсмического точечного источника при моделировании задач сейсмической разведки используя сеточно-характеристический метод. Сеточно-характеристический метод широко применяется при численном моделировании распространения динамических волновых возмущений в гетерогенных средах, в том числе в задачах сейсмической разведки [1–2]. Одной из проблем в задачах такого рода является расчет волнового поля от сейсмического точечного источника.

В работе проведена серия тестовых расчетов для различных конфигураций задания источника со снятием данных в различных точках расчетного пространства. Исследовалась зависимость нормы L_2 погрешности численного расчета по сравнению с аналитическим решением от расположения приемных точек [3–4]. В качестве примера на рис. 1 приведен пример одного из расчетов - волновое поле от точечного источника, расположенного в начале системы координат. Система наблюдений расположена справа от центра возмущений в виде линии приемников с постоянным шагом вдоль оси *X*.



а) $t = 0.125$с б) Расположения приемников

Рис. 1. Поле точечного источника а) через $t = 0{,}125$ с после начала моделирования б) расположение приемников, справка от центра возмущения

На рис. 2 представлена зависимость нормы L_2 погрешности численного решения по сравнению с аналитическим решением от расстояния от источника. Рассматривалась зависимость ошибки от угла поворота линии приемников относительно оси *X*.

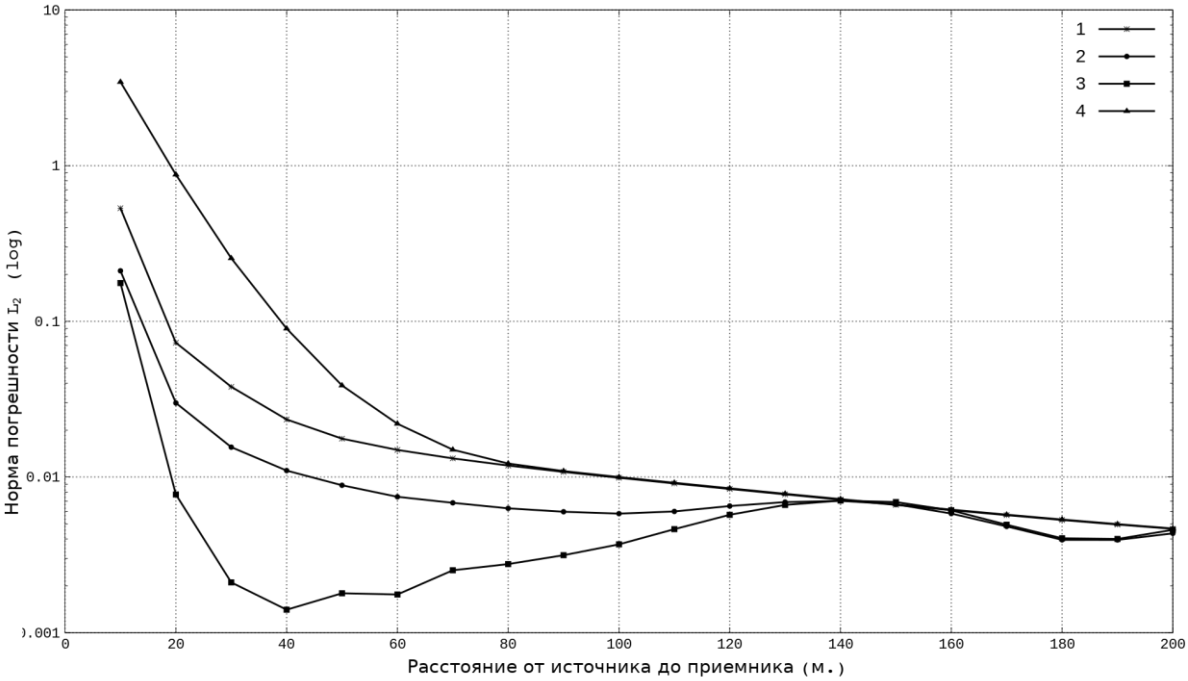


Рис. 2. Зависимость нормы погрешности L_2 от расстояния для различных положений источников: 1) на оси *Ox*, 2) под углом 30° к *Ox*; 3) под углом 45° к *Ox*; 4) на оси *Oy*

Из рисунка следует, что при удалении от источника возмущений численное решение отличается от аналитического менее чем на 0,5%. Вблизи от приемника имеется численная анизотропия, обусловленная особенностями сеточно-характеристического метода.

В работе рассматриваются несколько подходов для повышения точности моделирования вблизи источника возмущений. В первом подходе рассматривается размытие источника на несколько соседних узлов расчетной сетки. Во втором подходе рассматривается использование вложенных иерархичных сеток вблизи источника. Проведена серия тестовых расчетов, показывающая преимущества того или иного подхода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-20041 мол_а_вед.

Литература

1. *Петров И.Б., Хохлов Н.И.* Моделирование задач 3D сейсмики на высокопроизводительных вычислительных системах // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 1. С. 83–95.
2. *Бирюков В.А., Миряха В.А., Петров И.Б., Хохлов Н.И.* Моделирование распространения упругих волн в геологической среде: сравнение результатов трех численных методов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 6. С. 1104–1114.
3. *De Hoop, A.T.* A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems // Appl. Sci. Res. 1960. B. 8. P. 349–356.
4. Analytical reference solutions, in Modeling the earth for oil exploration, Berg / P., If, F., Nielsen, P. and Skovgaard, O. ed. Helbig, K. Pergamon Press, 1994. P. 421–427.

УДК 004.054

Разработка проверяющих программ для CTFd

Д.А. Подлесных, В.В. Булавас, М.А. Кочуков

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Для дистанционного обучения при большом количестве слушателей, превышающем возможости автора курса по проверке заданий, используются разнообразные системы автоматизированного тестирования, например, ejudge и moodle. Они широко распространены, а в

МФТИ применяются в основном на кафедре информатики и вычислительной математики, а также в департаменте иностранных языков. Одна из причин того, что их использование медленно распространяется по кафедрам, несмотря на курсы повышения квалификации, посвящённые дистанционному образованию, а также несомненную пользу в учебном процессе — большой порог вхождения. Создание задач в ejudge требует довольно высокой квалификации в области информационных технологий. В результате преподаватели для создания простейших тестов или анкет зачастую используют google-формы, несмотря на то, что они располагаются на иностранных серверах и хранение персональных данных на них (как минимум, фамилий, имён и отчеств участников) входит в противоречие с буквой и духом действующего законодательства.

Возможным решением является использование других проверяющих систем, которые, с одной стороны, предлагают разработчику заданий удобный web-интерфейс, с другой — обладают открытой лицензией, позволяющей установить сервер в МФТИ и дорабатывать под свои нужды. Расположение сервера в локальной сети позволяет упростить фильтрацию доступа в интернет во время проведения контрольных работ, а также гарантировать, что задачи останутся доступными вне зависимости от иностранных санкций, аварий на линиях связи или изменения политики сервиса. По этому ограничению оказывается неприемлимым популярный сервис Полигон Саратовского государственного университета.

В качестве такой системы была выбрана CTFd. Открытая лицензия (Apache), безопасная архитектура (разные части сервиса работают в отдельных docker-контейнерах), и удобный интерфейс позволят гораздо большему количеству преподавателей самостоятельно использовать систему, не требуя регулярного внимания сертифицированнх системных администраторов.

Недостатком системы является принятие флага (ответа) только путём его точного сравнения с эталоном. Например, можно принимать только ответ 5, но не любое нечётное число. В ejudge эта проблема решена при помощи программ-чекеров, которые принимают входные данные и ответ участника соревнований, после чего кодом возврата сигнализируют о принятии или непринятии ответа и при необходомости выводят комментарий. Благодаря написанной библиотеке testlib, ставшей стандартом де-факто в соревнованиях по спортивному программированию, написанные чекеры совместимы и перемещаются между различными проверяющими системами (яндекс.контест, ejudge, codeforces, pcms, eljudge) вместе с задачами.

Планируется доработать CTFd до запуска таких стандартных чекеров. Система будет запущена на облаке кафедры информатики и вычислительной математики МФТИ. Апробация пройдёт на факультативном курсе по информационной безопасности.

УДК 004.855.5

Использование методов машинного обучения для описания нестационарных многофазных течений

***В.К. Зюзин*[1,2], *П.Е. Спесивцев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Московский научный центр «Шлюмберже»

Рассмотрена задача описания многофазного течения в скважинах и восстановления забойного давления по величинам, полученным в ходе симуляции процесса добычи нефти и газа. Рассмотрены различные подходы к решению поставленной задачи и выбран подходящий метод машинного обучения для предсказания давления на забое скважины по имеющимся данным. Проанализирована необходимость использования физических свойств флюидов в качестве признаков для улучшения построенной модели, а также других признаков, использовавшихся для построения модели.

Данные для анализа были получены путем многократного моделирования процесса нефтедобычи с помощью симулятора, основанного для модели дрейфа для описания многофазного течения в скважинах [1].

В качестве описания физических свойств флюидов многокомпонентной смеси (таких как нефть, вода и газ) были использованы PVT-корреляции Glasø [2] при различных параметрах:

- $\gamma_o = \rho_o / \rho_w$, относительная плотность нефти, где ρ_o и ρ_w — плотности нефти и воды при н.у.;
- $\gamma_g \approx M_g / M_a$, относительная плотность газа, где M_g — молярная масса газа, $M_a \approx 28{,}97$ г/моль;
- P_b, давление насыщения;
- R_{sb}, предельное газосодержание — содержание газа в нефти в режиме насыщения.

.

Модель, использованная для обучения — это модель градиентного бустинга XGBRegressor, реализованная в пакете XGBoost [3] (для разработки с помощью языка программирования Python), использующая параметры, подобранные путём исследования наилучшей аппроксимационной способности модели.

Полученная модель была протестирована на двух типах задач: с постоянным устьевым (внешним) давлением и с более сложным поведением давления. Результаты приведены на рис. 1. Сплошная и пунктирная линии соответствуют вычисленным с помощью симуляции и предсказанным с помощью модели забойным давлениям соответственно.

Обучение модели производилось путем деления всех сценариев на обучающую и тестовую выборку (350 экземпляров в обучающей выборке и 150 — в тестовой для первого типа задач и, соответственно, 352 и 131 экземпляр — для второго типа). Затем первая выборка использовалась для обучения модели, а вторая откладывалась для тестирования предсказания давления. Именно результаты предсказаний на экземплярах второй группы анализируются и представлены в данной работе.

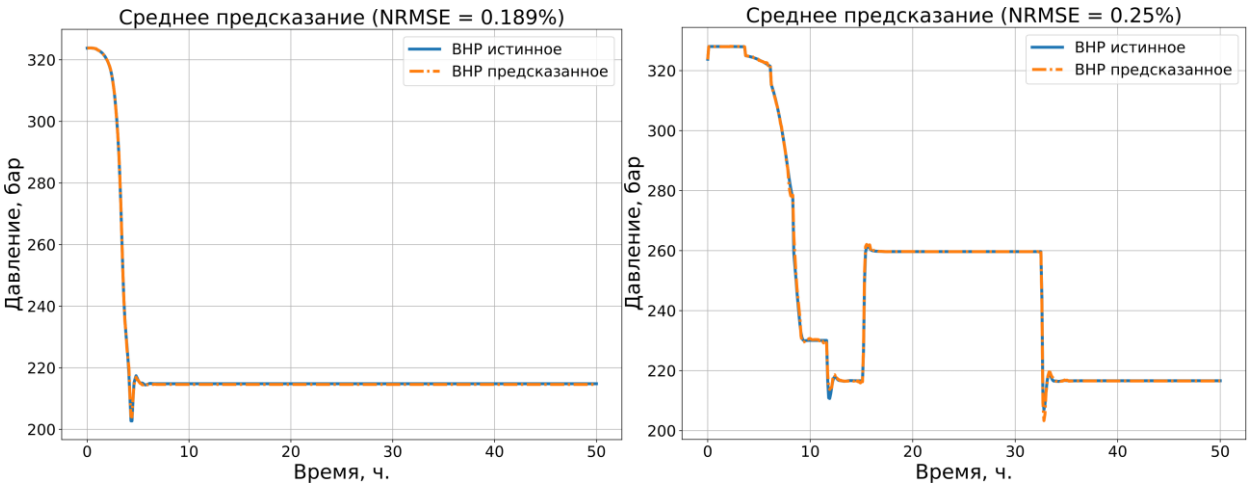


Рис. 1. Пример работы регрессионной модели для простой (слева) и сложной (справа) зависимости устьевого давления от времени.

При анализе важности признаков, соответствующих физическим свойствам флюидов (например, γ_o, γ_g и R_{sb}), выяснилось, что в обоих случаях они входят в число важнейших признаков при обучении, которые составляют 10% от всех использованных признаков.

При использовании описанной выше модели удалось добиться средней ошибки предсказания (в терминах метрики, называемой нормированной среднеквадратичной ошибкой) 0,189% — для первого типа задач и 0.25% — для второго типа задач.

Полученный результат (точность более 99%) объясняется относительной простотой поставленных задач для выбранного метода машинного обучения. Однако, опираясь на полученные результаты, можно сделать вывод о том, что полученный метод предсказания применим для более сложных задач и в перспективе может быть полезен для работы с реальными данными

(полученными при работе на месторождениях).

Литература

1. *Spesivtsev P., Kharlashkin A., Sinkov K.* Study of the transient terrain-induced and severe slugging problems by use of the drift-flux model // SPE Journal. 2017. V. 22, N 5. P. 1570–1584.
2. *Glaso O.* Generalized Pressure-Volume-Temperature Correlations // Society of Petroleum Engineers. 1980. V. 32.
3. *Chen T., Guestrin C.* XGBoost: A Scalable Tree Boosting System // CoRR. 2016. V. abs/1603.02754. arXiv: 1603.02754.

УДК 004.94

Анализ траекторий отдельных жидких частиц в океанических течениях

Н.Д. Алескерова, М.О. Васильев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Исследуется общая циркуляция мирового океана для определения траектории произвольной частицы, дрейфующей в морских и океанских водах, и анализа возможной взаимосвязи состава микроорганизмов и фауны в различных акваториях.

Данные о скоростях течений во всём мировом океане были получены из модели NCEP, предоставляющей доступ к ежедневно обновляемым файлам с величинами двух горизонтальных компонент скоростей на различных глубинах в узлах некоторой сетки, покрывающей собой океаны.

По известным значениям компонент скоростей в узлах сетки можно с помощью билинейной интерполяции получить величину этих компонент в любой другой точке.

Для выполнения данной задачи использован сайт, представляющий собой интерфейс для нанесения различных данных, содержащихся в виде таблицы, на карту. Текущая ссылка на сайт: https://nina1603.github.io/maptaxonomy/site/js/sample.html. В данном случае визуализированная траектория частицы поможет лучше представить её движение в акватории и оценить факторы, влияющие на это движение, в том числе наиболее масштабные течения (Гольфстрим, Куросио и т.д.), проливы и перешейки, искусственно созданные каналы, соединяющие ранее не связанные между собой точки океана, береговые линии материков и островов и другие.

Литература

1. http://polar.ncep.noaa.gov/global/about/product_description.shtml
2. ftp://ftpprd.ncep.noaa.gov/pub/data/nccf/com/rtofs/prod/ - база с данными о скоростях переноса воды
3. https://www.weather.gov/media/owlie/ObservingHandbook1_2010_508_compliant.pdf
4. http://joewheatley.net/ncep-global-forecast-system/

СЕКЦИЯ ПРОБЛЕМ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ, РАСПОЗНАВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Председатель: К.В. Рудаков (д.ф.-м.н., акад. РАН, профессор)

Зам. председателя: К.В. Воронцов (д.ф.-м.н., профессор)

Секретарь: В.Р. Бунакова

Дата: 24.11.2018

Время: 14:00

Место: Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, стр. 2, ауд. 202 ЛК, МФТИ

УДК 004.622

Алгоритм извлечения признаков из временных рядов акустико-эмиссионных сигналов для принятия решения о техническом состоянии и управлении рисками аварий на опасных производственных и технологических объектах

***А.В. Кац*[1], *А.В. Куликов*[2]**

[1]Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Диагностика технического состояния опасных производственных объектов (ОПО) без вывода их из эксплуатации является актуальной нерешенной проблемой. Внештатные ситуации на ОПО наносят не только большой экономический, но и экологический ущерб. В этой связи насущной необходимостью является непрерывный контроль технического состояния ОПО и разработка соответствующих систем диагностического мониторинга, а также эффективное управление рисками аварий на ОПО. В рамках разработки системы диагностического мониторинга актуальной задачей является прогнозирование выхода объекта из строя и оценка возможного ущерба от внештатной ситуации на опасном объекте.

Известно, что методы машинного обучения широко используются в современных системах поддержки принятия решений (СППР). При этом подтверждается перспективность применения указанных методов при решении задач оценки технического состояния ОПО на основе данных инструментального неразрушающего контроля, в частности, временных рядов сигналов акустико-эмиссионной диагностики [1].

Важной составляющей системы поддержки принятия решения по оценке степени опасности дефектов и управлением рисков является задача извлечения признаков из временного ряда полезного АЭ сигнала [1]. Длительность импульсов сигнала, исходящего от дефекта, измеряется долями миллисекунд, в этой связи очень важно не пропустить полезный сигнал.

В данной работе был разработан алгоритм, осуществляющий извлечение признаков в два прохода из временного ряда сигналов акустической эмиссии с помощью скользящих временных окон с перекрытиями разной ширины. На первом этапе выбирается окно шириной со средней длительностью АЭ-импульса. В окне считаются следующие спектральные и временные параметры:

1) Спектральный центроид. Центр масс спектра [2]

$$Centroid = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} f(n)x(n)}{\sum_{n=0}^{N-1} x(n)}.$$

2) Спектральный спред описывает среднеквадратичное отклонение спектра, которое обычно связано с полосой пропускания сигнала [3]. Шумовые импульсы обычно имеют большое значение спектрального спреда, в то время как отдельные полезные АЭ-импульсы, связанные с дефектом, приведут к низкому спектральному разбросу.

3) Spectral roll-off. Определяет, какой частоте соответствует *C*-я часть спектра:

$$\sum_{k=1}^{m} X_i(k) = C\sum_{k=1}^{W_{jL}} X_i(k).$$

4) Спектральный поток – мера различия спектров двух последовательных окон:

$$Fl_{(i,i-1)} = \sum_{k=1}^{W_{jL}} \left(EN_i(k) - EN_{i-1}(k)\right)^2.$$

5) Энтропия энергии во временной области [2]:

$$H(i) = -\sum_{j=1}^{K} e_j \cdot \log_2(e_j).$$

Рассчитанные признаки на втором шаге агрегируются в скользящем окне шириной до нескольких секунд при помощи статистических параметров, таких как среднее, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии и эксцесса. Второй проход в окне необходим, чтобы выделить паттерны полезных АЭ импульсов, соответствующих дефекту.

На рис. 2 изображены результаты применения указанного алгоритма извлечения признаков к исходным временным рядам АЭ сигналов, записанных на участке объекта с тремя дефектами разных классов опасности (рис. 1). Можно заметить, что данный алгоритм извлечения признаков в совокупности с алгоритмом редукции размерности t-SNE позволил отчетливо разделить события для трех дефектов, содержащиеся в исходном временном ряду АЭ-сигналов, полученных с датчиков на объекте.

Полученные признаки могут быть использованы как входные данные алгоритмов машинного обучения [4] для последующей классификации выявленных дефектов по степени опасности, а также при управлении рисками аварий на ОПО.

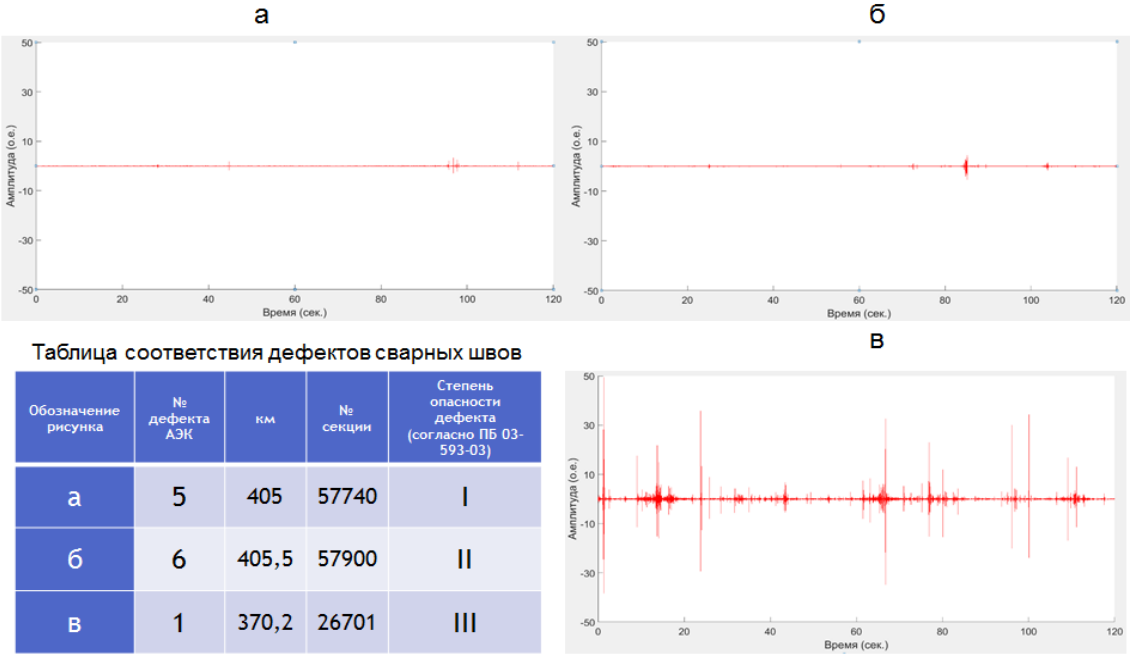


Таблица соответствия дефектов сварных швов

Обозначение рисунка	№ дефекта АЭК	км	№ секции	Степень опасности дефекта (согласно ПБ 03-593-03)
а	5	405	57740	I
б	6	405,5	57900	II
в	1	370,2	26701	III

Рис. 1. Исходные временные ряды сигналов от трех дефектов. Объект контроля — нефтепровод АО Транснефть-Сибирь, участок Демьянское–Конда, 375–385,5 км

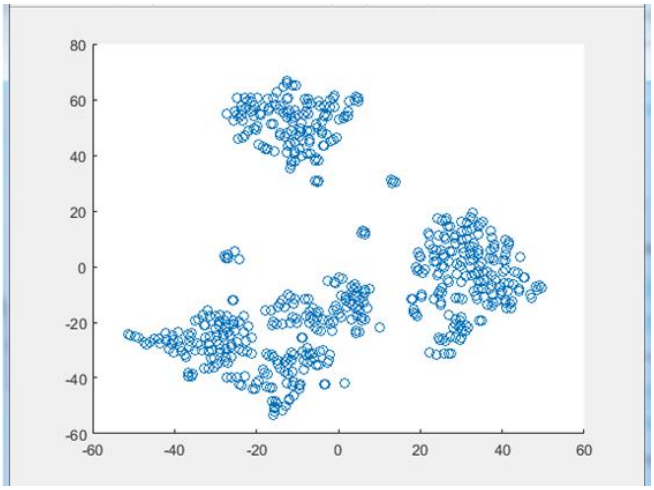


Рис. 2. Рассчитанные с помощью алгоритма статистические параметры сигнала для объекта с тремя дефектами разных классов опасности в двумерном пространстве tsne-компонент

Литература

1. *Кузьмин А.Н., Аксельрод Е. Г., Кац В. А.* Акустико-эмиссионный контрольпри оценке технического состояния оборудования нефтегазового комплекса. // В мире НК. 2017. № 1. С. 71–80.
2. *Tzanetakis G., Cook P.* Musical genre classification of audio signals // IEEE Transactions on Speech and Audio Processing. 2002. N 10 (5). P. 293–302.
3. *John G. Proakis, Dimitris K. Manolakis*. Digital Signal Processing, fourth ed. — Pearson Education, 2009.
4. *Christopher M. Bishop*. Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics). New York: Springer-Verlag Inc., 2006.

Интеллектуальный скальпель – набор утилит для классификации опухолевых тканей мозга посредством анализа масс-спектров

***Д.В. Поляков*[1], *А.А. Сорокин*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В современной нейрохирургии остро стоит вопрос четкого определения границы опухоли, поскольку от этого напрямую зависит успех оперативного вмешательства: необходимо максимально уменьшить возможность рецидива, при этом не затронув здоровые функциональные ткани мозга.

Существующие способы гистологического анализа срезов пограничных тканей требуют значительного времени для идентификации типа ткани и, как следствие, значительно увеличивают общее время проведения операции. Использование методов масс-спектрометрии для быстрого химического профилирования образцов тканей потенциально является наиболее удобной методикой анализа и классификации пограничных опухолевых тканей. В данной работе представлены результаты использования нескольких подходов к классификации опухолевых тканей мозга, основанных на алгоритмах машинного обучения.

Ключевой особенностью решаемой задачи является сложность используемых данных: данные имеют медицинскую природу, неструктурированы, зашумлены и обладают высокой размерностью.

Решаемая задача формулируется как задача бинарной классификации. В работе предложен и разработан автоматический пайплайн обработки и анализа медицинских дынных, входными данными которого являются масс-спектры исследуемого образца мозга, а выходным значением является вероятность принадлежности исследуемого образца к классу опухолевых тканей.

В работе были протестированы методы борьбы с зашумленностью и высокой размерностью входных данных, проведено сравнение качества работы стандартных алгоритмов классификации, подобраны оптимальные гиперпараметры классификаторов, имеющих лучшее качество работы на тестовых данных.

Финальный алгоритм имееет метрику качества ROC-AUC score = 0.98 при кросс-валидации

по 5 фолдам.

Работа поддержана грантом РНФ (16-15-10431)

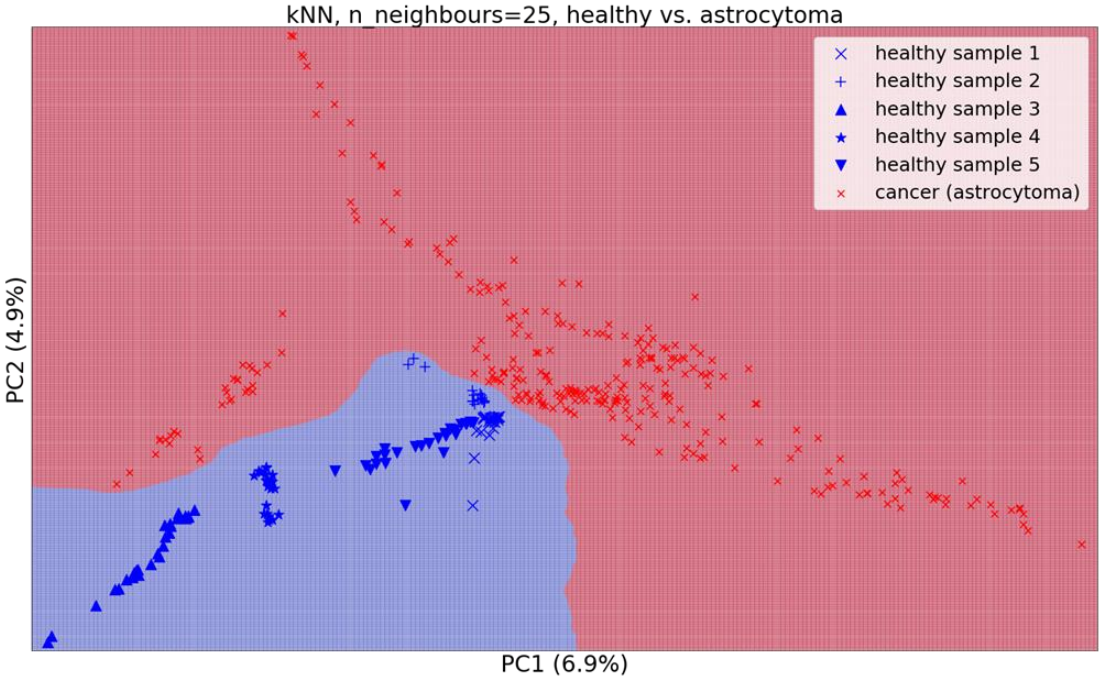


Рис. 1. Результат обучения алгоритма kNN в оптимальном подпространстве, найденном с помощью метода главных компонент

Литература

1. *Bart J.A. Mertens*. Statistical Analysis of Proteomics, Metabolomics, and Lipidomics Data Using Mass Spectrometry. Springer, 2016.
2. *Sorokin A.A.* Feature selecction algorithm for spray-from-tissue mass spectrometry // European Journal of Mass Speectrometry. 2017.

УДК 004.932

Обнаружение объектов дорожной обстановки на изображениях с помощью глубоких сверточных сетей

***Д.А. Юдин*[1,2], *А.С. Иванов*[1], *Р.Ю. Чуйков*[1,2]**

[1]Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова
[2]Белгородский областной центр детского (юношеского) технического творчества

С повышением количества стационарных видеокамер, устанавливаемых для мониторинга дорожной обстановки в городе, повышается роль систем видеоаналитики, которые способны в автоматическом режиме обнаруживать объекты городской среды. К таким объектам относятся легковые и грузовые автомобили, мотоциклисты, велосипедисты, пешеходы. На основе информации о таких объектах можно определять скорость транспортных потоков, загруженность маршрутов общественного транспорта, дорожно-транспортные происшествия, выявлять места массового скопления людей и т.п. Это позволяет более рационально управлять дорожным движением, городской инфраструктурой.

Одним из самых эффективных современных инструментов обнаружения сложных объектов городской среды являются глубокие сверточные нейронные сети [1]. Существует большое количество наборов данных с изображениями городской среды, например, Microsoft COCO [2] или CityScapes [3]. Однако обученные на них нейронные сети позволяют достаточно надежно распознавать только изображения, получаемые с видеокамер, установленных в салоне автомобиля. В то время как для распознавания изображений уличных IP-видеокамер существующих открытых

наборов данных недостаточно.

В настоящей работе рассматривается разработка алгоритмов распознавания одиночных изображений загруженного участка городской среды, которые обеспечивают обнаружение трех типов объектов: автобусов, легковых и грузовых автомобилей. Для решения такой задачи авторы осуществили разметку изображений, сделанных с открытых городских IP-камер в дневное, вечернее, ночное и утреннее время. В обучающую выборку вошло 600 изображений, в тестовую – 200 изображений. Размер изображения: 1920×1080 пикселей. Обучающая выборка размещена в открытом источнике [4] и доступна всем желающим. Разметка представляет собой xml-файлы в формате Pascal VOC [5].

Для проведения исследований выбраны архитектуры глубоких сверточных нейронных сетей SSD (Single Shot Multibox Detector) [6, 7] и Faster R-CNN [8]. Первая из них является более быстрой в ущерб точности, в то время как вторая показывает более высокие показатели качества при меньшем быстродействии. На выходе эти сети одновременно генерируют наиболее вероятные прямоугольные области расположения объектов и классы, к которым они относятся.

Для определения качества результатов распознавания изображений с помощью различных архитектур сверточных нейронных сетей на тестовой выборке вычисляются метрики *AP* (average precision) для каждого типа объектов, определяемой, как описано в [5], и *mAP* (mean average precision) для всей выборки:

$$mAP = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} AP_i ,$$

где i – номер типа объекта.

Пороговое значение меры *IoU* (Intersection over union) [5] при расчетах принято равным 0.5. Результаты детектирования трех объектов дорожной обстановки показаны в табл. 1.

Архитектура Faster R-CNN показала высокие показатели качества и существенно превзошла показатели сети с архитектурой SSD300. Это обусловлено в первую очередь тем, что в архитектуре SSD300 все входные изображения уменьшаются до размера 300×300 пикселей, что приводит к потере большого количества информации об объектах.

Для объекта «Автобус» алгоритм распознавания показал метрику *AP* выше 90%, что позволяет строить на его основе надежные системы автоматического мониторинга городского общественного транспорта.

Таблица 1

Результаты детектирования объектов дорожной обстановки на изображениях, полученных с городской IP-камеры

Архитектура нейронной сети для детектирования объектов дорожной обстановки	AP, %			mAP, %
	Автобус	Легковой автомобиль	Грузовой автомобиль	
Faster R-CNN	90.98	75.84	48.20	71.68
SSD300	46.61	24.21	18.64	29.82

Примеры детектирования транспортных средств на изображениях, полученных с IP-камеры днём и ночью, показаны на рис. 1. Реализация глубоких сверточных нейронных сетей осуществлена с применением графического процессора и библиотеки глубокого обучения Tensorflow.

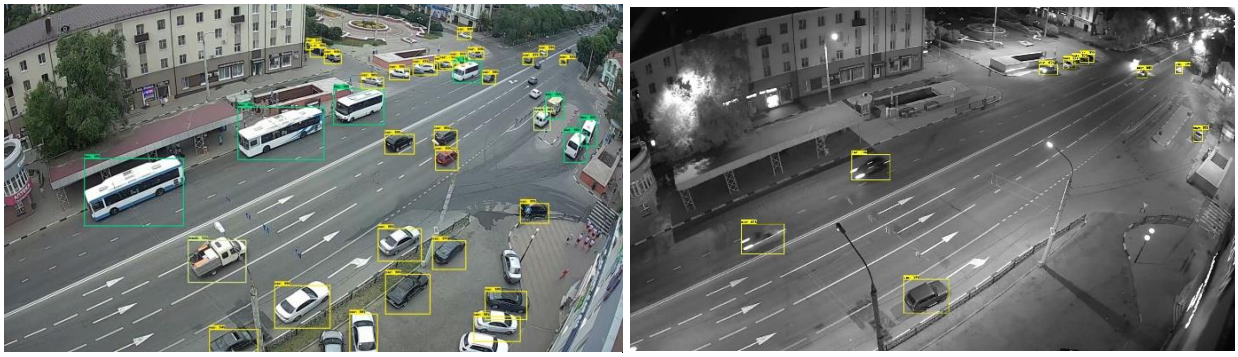


Рис. 1. Примеры детектирования объектов дорожной обстановки на изображениях, полученных с городской IP-камеры, с помощью архитектуры Faster R-CNN

Для повышения эффективности обнаружения объектов городской обстановки перспективно использовать разметку не в виде прямоугольных областей, а в виде полигонов. Это дает дополнительную информацию о текстуре и форме объекта и позволяет применить или усовершенствовать другую современную архитектуру сверточных нейронных сетей Mask R-CNN [9], реализации которой на данной момент еще достаточно громоздкие и требуют большого количества ресурсов.

Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых № МК-3130.2017.9 (договор №14.Z56.17.3130-МК).

Литература

1. *Yudin D., Knysh A.* Vehicle recognition and its trajectory registration on the image sequence using deep convolutional neural network // Proceedings of the International Conference on Information and Digital Technologies, IDT 2017. 2017. P. 435–441.
2. COCO — Common Objects in Context. URL: http://cocodataset.org.
3. The CityScapes Dataset. URL: https://www.cityscapes-dataset.com.
4. Открытый хакатон «Городской интеллект». URL: https://belvisionhack.ru
5. *Everingha M., Van Gool L., Williams C.K.I., Winn J., Zisserman A.* The PASCAL Visual Object Classes (VOC) Challenge // International Journal of Computer Vision. 2010. N 88(2). P. 303–338.
6. *Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S., Fu C.-Y., Berg A.C.* SSD: Single Shot MultiBox Detector // ECCV. arXiv:1512.02325. 2016.
7. *Чуйков Р.Ю., Юдин Д.А.* Обнаружение транспортных средств на изображениях загородных шоссе на основе метода Single Shot Multibox Detector // Научный результат: Информационные технологии. 2017. Т. 2. № 4. С. 50–58.
8. *Ren S., He K., Girshick R., Sun J.* Faster R-CNN: Towards Real-Time Object Detection with Region Proposal Networks // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2015. N 39(6).
9. *He K., Gkioxari G., Dollar P., Girshick R.* Mask R-CNN // arXiv:1703.06870v3. 2017.

УДК 004.457

Анализ десинхроноза при трансмеридианном перелете

В.А. Петрухин, С.Х. Шайхлисламов, А.В. Зухба, М.Ю. Хлызов, И.Н. Шиманогов, А.Ю. Бишук

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В результате перелетов, пересекающих более двух часовых поясов, у человека сбиваются циркадные ритмы, что ведет к избыточной дневной сонливости и снижению качества сна. Это явление называют десинхроноз при трансмеридианальном перелете [1–2]. Данная работа посвящена анализу десинхроноза по данным вариабельности сердечного ритма (вср) [3] при помощи методов машинного обучения [4].

Целью работы является разработка методов выявления десинхроноза по параметрам вср, выявление характерного времени адаптации для людей в среднем, а также разработка алгоритма индивидуального прогнозирования времени адаптации для каждого отдельно взятого человека.

В данной работе использовались данные вариабельности сердечного ритма участников образовательного интенсива «Остров 10-21». Интенсив проходил на острове Русском во

Владивостоке и длился 10 дней, а данные вср записывались 12 дней, то есть включая день отлета и прилета. Данные о количестве участников из различных часовых поясов представлены в таблице 1.

Количество пользователей из различных часовых поясов Таблица 1

	GMT+3	GMT+4	GMT+5	GMT+6	GMT+7	GMT+8	GMT+9	GMT+10
Кол-во участников	488	42	111	14	110	36	16	33
% от общего кол-ва	54.8	4.7	12.5	1.6	12.4	4	1.8	3.7

Согласно экспертному мнению медиков, наиболее ярко явление десинхроноза отражается на качестве ночного сна, потому было принято решение использовать для анализа методами машинного обучения именно записи вср участников во время сна. Режим дня участников сильно варьировался. На этапе предварительной обработки данных была решена задача двухклассовой классификации данных вср на «сон» и «бодрствование». Для нескольких человек промежутки сна и бодрствования были выделены вручную. На получившемся множестве прецедентов был обучен случайный лес, который в дальнейшем использовался для выделения промежутков сна остальных пользователей. Результаты работы данного алгоритма согласуются с медицинскими представлениями о вср человека во время сна.

На полученных данных были построены две модели. Первая модель – алгоритм классификации, различающая людей, сменивших не более двух и более 6 часовых поясов, то есть классы людей с отсутствием и наличием десинхроноза. В качестве алгоритма классификации использовался случайный лес. Результаты работы алгоритма подтвердили гипотезу о том, что десинхроноз отражается на параметрах вср. Параметры важности признаков обученного классификатора использовались для построения второй модели.

Вторая модель была предназначена для анализа адаптации человека с десинхронозом. Для этого отдельно рассматривались данные участников из различных часовых поясов и сравнивались их параметры вср в начале и конце интенсива. Для каждого часового пояса и каждого n от 1 до 6 ставилась задача бинарной классификации. Данные вср участников из рассматриваемого часового пояса первых n дней относили к классу 1, а последних n дней к классу 0. На полученных выборках строились алгоритмы классификации. Оказалось, что при $n = 1$ точность алгоритмов на кроссвалидации [5] для всех часовых поясов от GMT+3 до GMT+7 составляла приблизительно 0,9 и монотонно убывала до $n = 4$. При $n = 4$ точность составляла приблизительно 0,56 и при дальнейшем увеличении n существенно не менялась. Соответствующие значения приведены в таблице 2. График зависимости точности алгоритмов на кроссвалидации от количества рассматриваемых дней n приведен на рис. 1.

В данный момент времени продолжается работа над различными постановками задачи анализа десинхроноза, алгоритмами для решения задачи в соответствующих постановках, и медицинской интерпретацией полученных результатов.

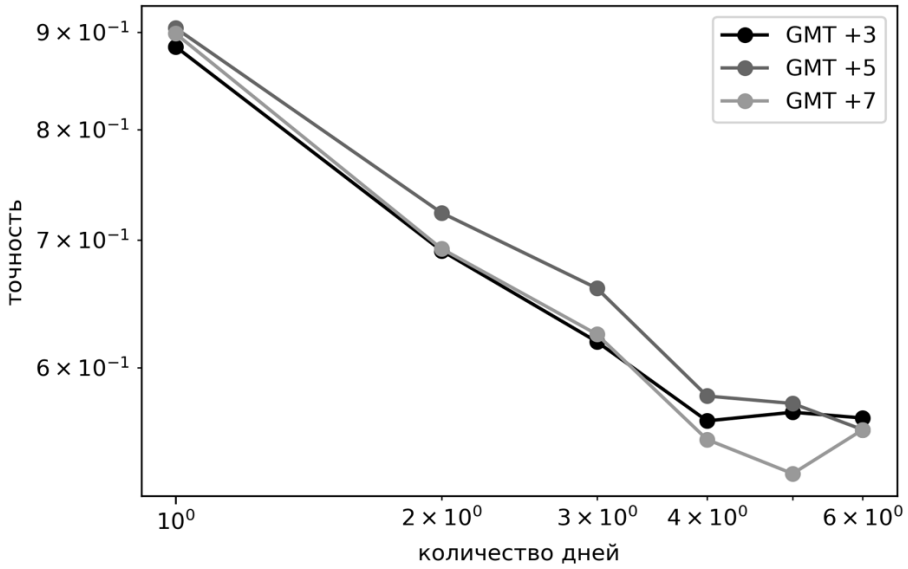


Рис. 1. Точность алгоритма классификации в зависимости от количества рассматриваемых дней

Таблица 2

Точность алгоритма классификации в зависимости от количества рассматриваемых дней

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
GMT+7	0.9	0.69	0.62	0.55	0.53	0.56
GMT+5	0.9	0.72	0.66	0.58	0.57	0.56
GMT+3	0.88	0.69	0.62	0.56	0.57	0.56

Литература

1. *Матюхин В.А.* Рекомендации по прогнозированию и профилактике десинхронозов (хронофизиологические аспекты географических перемещений) / В.А. Матюхин, А.А. Путилов, С.Н. Ежов. Новосибирск, 1984. 51 с.
2. *Иорданская Ф.А., Усакова Н.А.,. Суслов Ф.П* [*и др.*]. Коррекция десинхроноза при перелетах на запад и восток // Научн.-спорт. вестн. 1988. № 3. С. 23–27.
3. *Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З.* Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука, 1984. 221 с.
4. *Вапник В. Н.* Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. М.: Наука, 1979.
5. *Воронцов К. В.* Комбинаторный подход к оценке качества обучаемых алгоритмов. — Математические вопросы кибернетики / под ред. О. Б. Лупанов. М.: Физматлит, 2004. Т. 13. С. 5–36.

УДК 004.932

Программное обеспечение для обнаружения головы человека на изображении низкого качества

***Д.А. Юдин*[1], *Д.В. Кадацкая*[1], *Е.О. Капустина*[1]**

[1]Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

При разработке современных систем видеоаналитики для мониторинга помещений, дорожной инфраструктуры часто возникает задача обнаружения, подсчета и распознавания людей. Ее актуальной подзадачей является обнаружение головы человека, который может находиться на большом удалении от камеры, повернувшись спиной к камере. Большинство популярных методов эффективно работают, только когда человек повернут лицом к видеокамере и лицо занимает значительную часть кадра, к ним можно отнести метод Виолы–Джонса [1] или детектор на основе гистограмм ориентированных градиентов (HOG) [2].

В настоящей работе рассматривается решение такой подзадачи, которая усложнена также тем, что изображение, поступающее на вход алгоритма распознавания, может быть искажено из-за помех в канале передачи данных от видеокамеры или из-за недостатка освещения. Минимальный размер головы человека на изображении, который необходимо искать, составляет 10×10 пикселей.

Авторами разработано программное обеспечение (ПО) для обнаружения головы человека на изображении низкого качества, структура которого показана на рис. 1. Это ПО применяется для детектирования и подсчета людей в помещениях.

При его создании вручную было размечено свыше 400 изображений учебных аудиторий БГТУ им. В.Г. Шухова, в которых проводились занятия, при этом изображения получены в различных условиях освещения и при наличии помех. Разметка осуществлялась с помощью специально разработанного авторами программного инструмента сегментации [3].

Были обучены две архитектуры сверточных нейронных сетей: полностью сверточная нейронная сеть с последующей кластеризацией, аналогичная описанной в работе [4], и архитектура Mask R-CNN [5]. Вторая архитектура работает более чем в десять раз медленнее, но практически на дает ложных срабатываний и имеет точность и полноту обнаружения людей свыше 90% как на тестовой, так и обучающей выборках. Это позволяет ее использовать в предлагаемом программном обеспечении, которое содержит в себе двухуровневый web-сервис с клиентской и серверной частью.

Рис. 1. Структура разработанного программного обеспечения для обнаружения головы человека

Серверная часть позволяет получать доступ к видеопотокам заданного списка IP-камер по rtsp-протоколу, обнаруживать и подсчитывать изображения с помощью обученной нейронной сети с архитектурой Mask R-CNN, сохранять результаты распознавания в файлы и базу данных на основе СУБД SQLite, а также формировать log-файлы с историей событий. Время обработки одного изображения размером 1920×1080 пикселей варьируется от 0,5 до 6 секунд в зависимости от количества людей в помещении. Вычисления осуществляются на графическом процессоре видеокарты NVidia GTX1080 с поддержкой технологии CUDA.

Серверная часть реализована на языке Python 3.5 с использованием библиотек vlc [6], pyqt5 [7], keras [8], django [9]. В качестве web-сервера используется Apache. Такое решение является кроссплатформенным и может функционировать как под операционной системой Windows, так и Linux.

Доступ к клиентской части осуществляется с любого компьютера, подключенного к локальной сети БГТУ им. В.Г. Шухова по IP-адресу сервера. Обновление результатов подсчета людей производится 1 раз в 1 минуту (можно варьировать в зависимости от требований). При нажатии на миниатюру изображения аудитории показывается результат распознавания изображения нейронной сетью с найденными лицами и результатом подсчета. Погрешность подсчета людей в помещении составляет от 0 до 5 человек.

Примеры обнаружения людей в учебных аудиториях БГТУ им. В.Г. Шухова показаны на рис. 2. Они отражают факт высокого качества работы как нейросетевого алгоритма обнаружения объектов в условиях искажений и при повороте людей спиной к видеокамере.

Рис. 2. Примеры обнаружения людей в учебных аудиториях БГТУ им. В.Г. Шухова при повороте их спиной к видеокамере и в условиях искажений

Разработанное программное обеспечение работает с IP-камерами, что обеспечивает его масштабируемость для выявления очередей в столовых, обнаружения пешеходов на дорогах с помощью уличных видеокамер, определения загруженности остановок общественного транспорта и т.п.

Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых № МК-3130.2017.9 (договор №14.Z56.17.3130-МК).

Литература

1. *Viola P., Jones M.J., Snow D.* Detecting pedestrians using patterns of motion and appearance // Proceedings of the 9 th International Conference on Computer Vision (ICCV'03). 2003. V. 1. P. 734–741.
2. *Dalal N., Triggs B., Europe D.* Histograms of Oriented Gradients for Human Detection // Comput. Vis. Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005. IEEE Comput. Soc. Conf. 2005. V. 1. P. 886–893.
3. *Yudin D.* Segmentation tool with GUI based on pyQT5 and Opencv for Python 3. URL: https://github.com/yuddim/multi_class_segmentation_tool.
4. *Yudin D., Slavioglo D.* Usage of Fully Convolutional Network with Clustering for Traffic Light Detection // 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing, MECO'2018. 2018. P. 242–247.
5. *He K., Gkioxari G., Dollar P., Girshick R.* Mask R-CNN // arXiv:1703.06870v3. 2017.
6. VLC Pyhton bindings. URL: https://wiki.videolan.org/PythonBinding.
7. Riverbank. PyQT5. URL: https://www.riverbankcomputing.com/software/pyqt/intro.
8. Keras: Deep Learning library for Theano and TensorFlow. URL: https://keras.io/.
9. Django framework. URL: https://tutorial.djangogirls.org/ru/django/.

УДК 004.021

Эффективный поиск нечетких заимствований

***Д.А. Аникеев*[1,3], *Ю.В. Чехович*[2,3]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
[3]Компания «Антиплагиат»

Разработка параметрической быстрой модели нечеткого поиска

Рассматривается задача сопоставления совпадающих или почти совпадающих фрагментов текста при сравнении проверяемого текстового документа с документом-кандидатом в источники заимствования [1, 4]. Существуют быстрые линейные алгоритмы поиска четких дубликатов, использующие суффиксное дерево [3]. Системы поиска нечетких дубликатов, основанные на семантическом анализе текста, показывают высокое качество обнаружения нечетких дубликатов,

при этом такие модели работают в десятки раз медленнее суффиксного дерева. В работе предлагается алгоритм обнаружения слабо и средне-модифицированных заимствований со скоростью обработки текста, сравнимой с суффиксным деревом. Первый этап параметрической двухфазной модели находит четкие дубликаты фиксированной длины в тексте методом поиска шинглов (последовательностей хешей слов). Найденные четкие дубликаты распространяются вдоль текста с помощью вычисления расстояния Левенштейна суффиксов и префиксов найденного четкого дубликата. Точные границы дубликата определяются обратным распространением дубликата.

Оптимальные параметры и качество модели

Для вычислительного эксперимента на определение оптимальных параметров модели используется коллекция PlagEvalRus [2]. В качестве метрик качества используются микро-усредненная точность, полнота, гранулярность и $PlagDetScore = F_1/log_2(1+gran)$ Выборка Manually_Paraphrased содержит слабые и средне-модифицированные заимствования, Manually_Paraphrased2 — средне и сильно-модифицированные. Оптимальные параметры модели находились с помощью метода спуска с мультистартом.

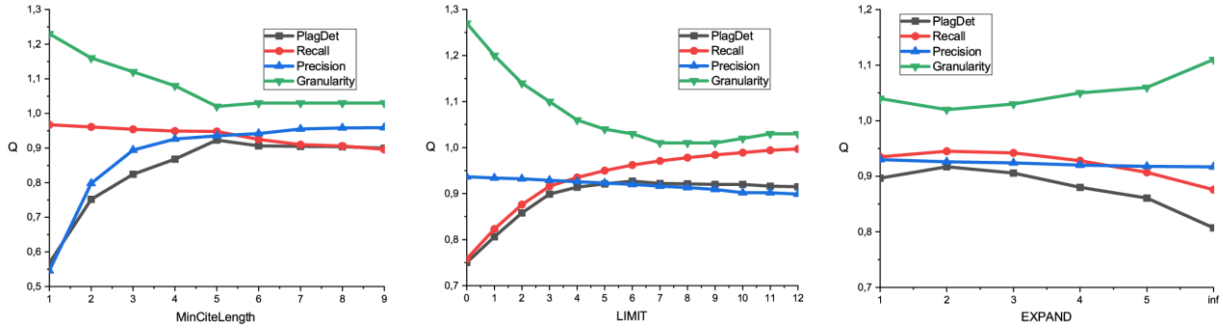


Рис. 1. Зависимость качества нечеткого поиска от параметров модели

В то время, как модель, основанная на суффиксном массиве, показывает F_1-меру, равную 0,7 на коллекции Man_Par_1 и 0,15 на коллекции Man_Par_2, F_1-мера нечеткого поиска равна 0,9 и 0,7 соответственно. При этом обе модели отличаются по производительности не более чем на 5% при длине документов вплоть до 10^7 слов. Также, гранулярность четкого поиска превышает 10, нечеткого поиска лежит в границах от 1 до 1,02. Таким образом, нечеткая модель показывает высокое качество поиска заимствований без ущерба для времени работы алгоритма.

Оптимальные параметры модели Таблица 1

Параметр	**Описание**	**Man_Par_1**	**Man_Par_2**
MinExactCiteLength	Длина минимального четкого дубликата	5	3
UseLemmatization	Использование лемматизации	true	true
SkipStopWords	Пропуск стоп-слов	false	false
Limit	Максимально допустимое расстояние Левенштейна	5	10
GlueDistance	Максимальное расстояние между дубликатами для склейки	11	29
RelativeGlueDistance	Относительное расстояние между дубликатами для склейки	1.4	4.1
ExpandLength	Длина последовательности совпадений для обнуления штрафа	2	2
BackPropMatches	Минимальная длина совпадений, для определения границ дубликата	2	2
Качество на Manually_Paraphrased		Prec = 0.918 Recall = 0.904 Gran =1.006 PlagDet = 0.907 F1/2 = 0.910	Prec = 0,863 Recall = 0,960 Gran = 1,000 PlagDet = 0,909 F1/2 = 0,881
Качество на Manually_Paraphrased 2		Prec = 0,923 Recall = 0,303 Gran = 1,009 PlagDet = 0,454 F1/2 = 0,655	Prec = 0.852 Recall = 0.601 Gran =1.000 PlagDet = 0.705 F1/2 = 0.786

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 18-07-01441.

Литература

1. *Khritankov A.S., Botov P.V., Surovenko N.S., Tsarkov S.V., Viuchnov D.V., Chekhovich Y.V*. Discovering text reuse in large collections of documents: a study of theses in history sciences // Proceedings of Artificial Intelligence and Natural Language and Information Extraction, Social Media and Web Search FRUCT Conference, AINL-ISMW FRUCT 2015. P. 26–32.
2. *Sohenkov I. V., Zubare D.V., Smirbov I.V*. The paraplag: Russian dataset for paraphrased plagiarism detection. Computational Linguistics and Intellectual Technologies. // Papers from the Annual International Conference “Dialogue 2017”. V. 1. P. 284–297.
3. *Abouelhoda M. I, Kurtz S., Ohlebusch E*. Replacing suffix trees with enhanced suffix arrays // Journal of Discrete Algorithms. 2004. V. 2. P. 53–86.
4. *Hagen M., Potthast M., Stein B*. Source Retrieval for Plagiarism Detection from Large Web Corpora: Recent Approaches // CLEF, 2015 Labs and Workshops, Notebook Papers. Toulouse, France.

УДК 004.852

Прореживание нейросетевых моделей методом Белсли

***А.В. Грабовой*[1], *О.Ю. Бахтеев*[1], *В.В. Стрижов*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Работа посвящена нахождению оптимальной структуры нейронной сети. Число параметров нейросети можно снизить без потери качества и значимого повышения дисперсии функции ошибки. Предлагается использовать метод прореживания параметров нейронной сети, основанный на

поиске мультикоррелирующих параматров сети. Для этого анализировалась ковариационая матрица апостериорного распределения параметров и из нейросети удалялись мультикоррелирующие параметры. Для определения мультикорреляции использовался метод Белсли.

В качестве базовых методов прореживания использовались методы оптимального прореживания и метод, основаный на вариационном выводе. В работе предложен новый метод прореживания параметров нейросети. Предложенный метод учитывает зависимость между параметрами нейросети внутри каждого слоя и удаляет те параметры, которые являются максимально коррелируемые между собой.

Для анализа качества представленного алгоритма проводились эксперименты на выборке Boston–Housing, а также на синтетических данных. В ходе эксперимента было получено, что нейросети, прореженные методом Белсли, являются более устойчивы к шуму на входных данных. Также было показано, что качество прогноза нейросетей после удаления значительного числа параметров не ухудшается.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-07-0875) и правительства РФ (соглашение 05.Y09.21.0018).

Литература

1. *Грабовой А.В, Бахтеев О.Ю., Стрижов В.В.* Автоматическое определение релевантности параметров нейронной сети // Информатика и ее применения. 2018.

УДК 004.021; 519.863

Алгоритмическая реализация методологии оценивания состава инвестиционных портфелей

***А.О. Морозов*[1], *В.В Моттль*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2] ИСА ФИЦ ИУ РАН

В данной работе рассматривается задача регрессионного оценивания при совокупности дополнительных допущений. Предполагается, что коэффициенты регрессии дважды ограничены: отдельными неравенствами неотрицательности вместе с равенством единице их суммы. Кроме того, предполагается, что число регрессоров намного превышает размер выборки, так что даже ограничения неотрицательности и единичной суммы недостаточны для преодоления проблемы переобучения.

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \sum_{i=1}^{n}\beta_i x_{t,i}\right)^2 \to \min(\beta_1,...,\beta_n) \\ \sum_{i=1}^{n}\beta_i = 1, \beta_i \geq 0, i = 1,...,n \end{cases} \text{задача квадратичного программирования}$$

Важнейшее дополнительное предположение состоит в том, что коэффициенты регрессии отличаются от нуля только в пределах реально существующего малого подмножества большого универсума регрессоров, и поиск этого подмножества является основной целью обработки данных.

Последнее предположение вытекает из практической задачи восстановления скрытого состава инвестиционного портфеля, представленного временным рядом его периодических доходностей (относительные приращения стоимости портфеля) [1, 2]. Однако нахождение небольшого подмножества фактически активных среди их огромного набора и сильной корреляции, является проблематичным, если нет априорной информации об ожидаемой структуре активного подмножества. Мы рассматриваем три вида априорных предположений, типичных для многих прикладных задач.

Почти всегда уместно предположение, что искомый «истинный» генератор данных предпочитает избегать комбинаций сильно коррелированных регрессоров.

Для задач, связанных с распределением некоторого ресурса по большому числу вариантов вложения, типично предположение, что искомое распределение близко к равномерному на

выбранном малом подмножестве вариантов. В задаче восстановления скрытого состава инвестиционного портфеля это означает стремление к диверсификации капиталовложений. Такой принцип априори предполагаемой диверсификации назван здесь Beta Parity [3], поскольку в финансовой литературе доли капитала принято обозначать греческой буквой Beta.

Регрессионный критерий Beta Parity.

Параметр селективности $\mu \geq 0$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\begin{pmatrix} 2\mu\beta_i, & \beta_i \leq \mu \\ \mu^2+\beta_i^{\,2}, & \beta_i > \mu \end{pmatrix} + c\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \sum_{i=1}^{n}\beta_i x_{t,i}\right)^2 \to \min(\beta_1,\ldots,\beta_n) \\ \sum_{i=1}^{n}\beta_i = 1, \beta_i \geq 0, i = 1,\ldots,n \end{cases}$$

задача выпуклого программирования

Более сложное понимание диверсифицированности портфеля заключается не в количественной равномерности распределении капитала, а в выравнивании вкладов разных вложений в общую опасность его потери. Такой принцип чрезвычайно популярен в биржевом бизнесе под названием Risk Parity. Регрессионный критерий имеет следующий вид:

$$\left\{\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} D_i^2 \to \min(\beta_i, i \in \mathbb{I}), \\ \sum_{i=1}^{n} D_i = d,\ D_i = \left(\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_j)\beta_j\right)\beta_i, \\ \sum_{i=1}^{n}\beta_i = 1, \beta_i \geq 0, i \in \mathbb{I}. \end{array}\right\}$$

$\underbrace{\mathbb{I} = \{i = 1,\ldots,n\}}_{\text{все активы}}$

$\underbrace{\mathbb{I}_d = \{i : \hat{\beta}_i > 0\} \subseteq \mathbb{I}}_{\text{портфель с параметром d}}$

Меньше d – меньше риск, больше портфель.

Больше d – больше риск, меньше портфель

Параметр d – психологическая характеристика инвестора

С вычислительной точки зрения задача восстановления скрытого состава инвестиционного портфеля по наблюдаемому временному ряду его периодических доходностей (Returns Based Style Analysis) есть задача регрессионного анализа при совокупности дополнительных допущений. Во-первых, коэффициенты регрессии (искомое долевое распределение капитала) ограничены неравенствами неотрицательности вместе с равенством единице их суммы. Во-вторых, предполагается, что число регрессоров (число возможных биржевых активов) намного превышает размер выборки. Дополнительное предположение состоит в том, что коэффициенты регрессии отличаются от нуля только в пределах реально существующего малого подмножества регрессоров (искомого состава портфеля) в многократно большем множестве всех активов. В качестве неизбежной проблемно-ориентированной регуляризации мы используем естественное предположение, что анализируемый портфель рационально построен его администрацией в соответствии с теорией эффективных портфелей Гарри Марковица. Мы обеспечиваем линейную вычислительную сложность алгоритма поиска состава портфеля в очень большом множестве всех биржевых активов, в то врем как сложность по относительно небольшому числу наблюдений остается полиномиальной.

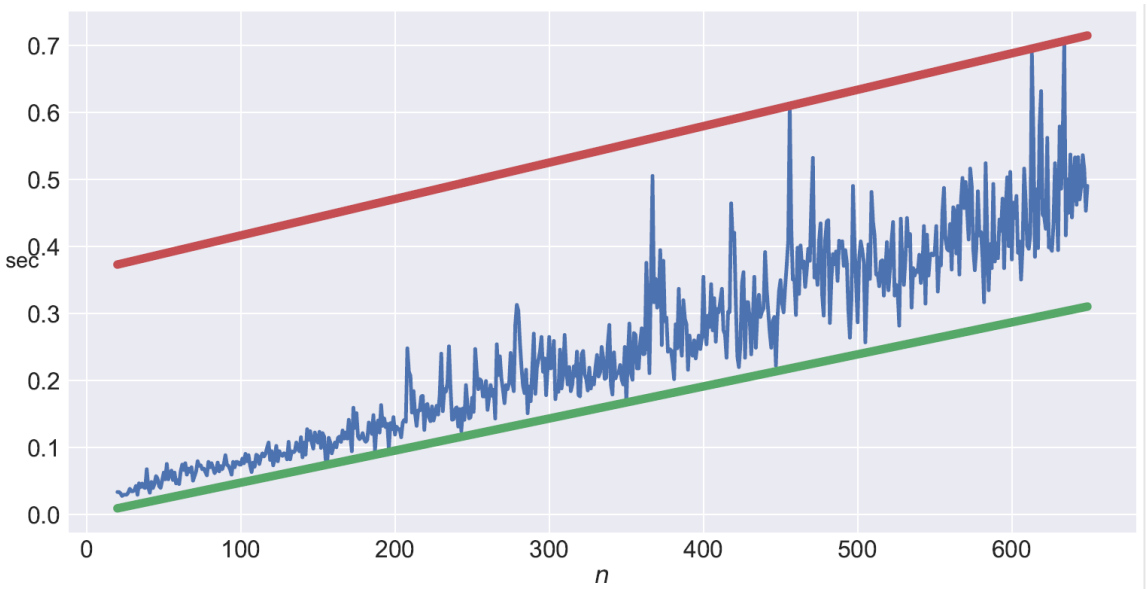


Рис. 5. Линейная вычислительная сложность по количеству активов

Работа поддержана грантами РФФИ 17-07-00436, 17-07-00993.

Литература

1. *Sharpe W.F.* Asset allocation: Management style and performance measurement // The Journal of Portfolio Management. Winter 1992. P. 7–19.
2. *Markov M., Mottl V., Muchnik I*. Dynamic Style Analysis and Applications // SSRN Electronic Journal. August 2004.
3. *Krasotkina O.,. Markov M, Mottl V., Babichev D., Pugach I., Morozov A.* Constrained Regularized Regression Model Search in Large Sets of Regressors // Springer: Lecture Notes in Artificial Intelligence. 2018. V. 1035. P. 1–15.

СЕКЦИЯ СИСТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Председатель: В.А. Серебряков (д.ф.-м.н., профессор)

Зам. председателя: К.Б. Теймуразов (старший преподаватель)

Дата: 24.11.2018

Время: 10:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 907 КПМ, МФТИ

УДК 519.852.35

Автоматизация распределения объёма учебной нагрузки между преподавателями

А.Б. Рябцев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассмотрена проблема автоматизации процесса распределения объёма учебной нагрузки между преподавателями с учётом их возможностей и пожеланий. Построена математическая модель: у преподавателей есть фиксированное количество часов, которые они должны отработать, у предметов – количество часов также фиксировано. H_q – количество часов, которые должен отработать q-й преподаватель, h_p – количество часов, требующихся на p-й предмет, причём лекции, семинары, лабораторные работы и так далее формально считаем разными предметами. Нам нужно найти f_{qp} – количество часов q-го преподавателя на p-м предмете, причём чтобы были выполнены равенства

$$H_q = \sum_{p \in N_2} f_{qp}, \tag{1}$$

$$h_p = \sum_{q \in N_1} f_{qp}, \tag{2}$$

здесь N_1 – множество преподавателей, N_2 – множество предметов.

Также нужно учитывать приоритетность. Введены два уровня приоритета и их коэффициенты по принципу «ниже приоритет – выше коэффициент»:

Должен вести	c_1
Не должен вести, но может	c_2

Причём выполнено отношение: $c_1 < c_2$. Здесь и далее c_l – некий коэффициент.

Наилучшим решением будем считать решение с наименьшей стоимостью. То есть наша задача состоит в том, чтобы минимизировать

$$\sum_{(q,p)\in N_1\times N_2} c_{qp} f_{qp}\,, \tag{3}$$

где f_{qp} – неизвестные при условиях (1) и (2).

Мы имеем дело с задачей линейного программирования, которая сводится к потоковой задаче.

Для каждого ребра в сети введены три числа (L,U,c), где L – нижняя граница потока по ребру, U – верхняя граница потока по ребру, c – коэффициент приоритетности. Добавление обходного пути через вершину A_i между преподавателем и предметом с коэффициентом приоритетности, отличным от коэффициента на основном пути, позволяет более гибко учитывать приоритетность.

Построенная сеть имеет возвратную дугу и ограниченную пропускную способность. К ней можно применить алгоритм «дефекта», решающий задачу о циркуляции, минимизирующей стоимость. Применение данного алгоритма позволяет получить требуемое распределение, если данные корректны, то есть, если решение существует.

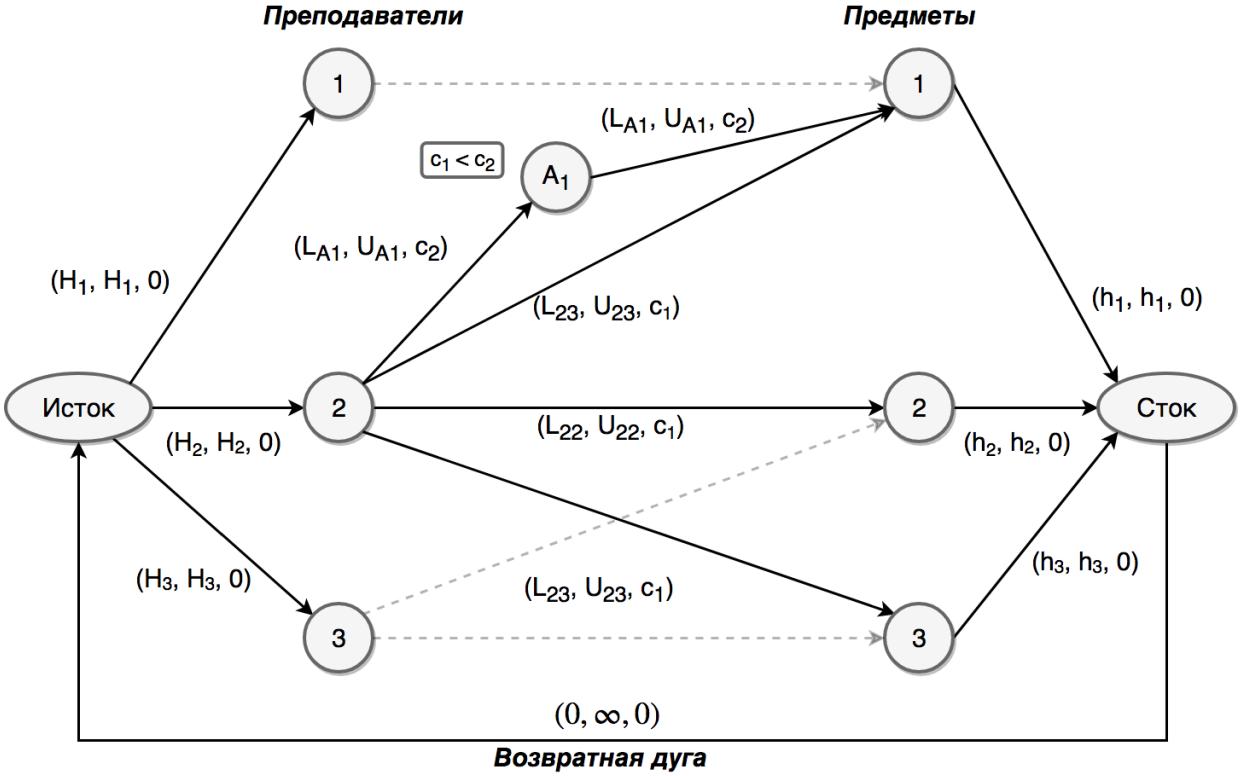


Рис. 1. Архитектура транспортной сети

Литература

1. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А.* Методы анализа сетей. М.: Мир, 1984. 496 с.

УДК 519.688

Методы семантического аннотирования и категоризации статей математической энциклопедии

Е.К. Синельникова[1]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Математическая энциклопедия — советское энциклопедическое издание в пяти томах,

посвящённое математической тематике. Электронная версия библиотеки включает 6193 статьи, которые были конвертированы в неструктурированный текст и изображения с формулами.

Статьи математической энциклопедии содержат внушительный объём знаний в области математики и могут быть эффективно использованы в современных электронных библиотеках таких, как развивающаяся разработка ВЦ РАН — персональная открытая семантическая цифровая библиотека LibMeta. LibMeta поддерживает работу пользователей с цифровыми ресурсами библиотек в некоторой предметной области, ограниченной терминологически с помощью тезауруса. На текущий момент в библиотеке LibMeta собраны порядка 1000 научных публикаций на русском языке, относящихся к различным разделам математики.

Для того чтобы успешно интегрировать данные из математической энциклопедии и сделать её доступной для пользователей LibMeta, необходимо обеспечить наличие следующих метаданных статей:

1) ссылки на связанные статьи энциклопедии;
2) ссылки на статьи других баз знаний (например, Википедии);
3) ссылки на упомянутые персоны;
4) отношение к конкретному разделу математики.

Примером системы, в которой реализованы некоторые перечисленные возможности для пользователей, служит ресурс Encyclopedia of Mathematics, содержащий переведённые на английский язык статьи математической энциклопедии и около 3 тысяч собственных статей. В Encyclopedia of Mathematics статьи снабжены формулами в формате .tex, пригодном для машинной обработки, ссылками на связанные статьи энциклопедии, а также списком связанных терминов. Каждой статье сопоставлен индекс MSC (Mathematics Subject Classification), который используется для классификации по разделам математики.

Целью настоящего исследования является преобразование электронной версии математической энциклопедии:

1) улучшение качества текста статей и избавление от опечаток;
2) сопровождение статей метаданными;
3) обеспечение возможности поиска по энциклопедии.

Для достижения поставленной цели выделены следующие этапы:

1. Провести предобработку статей математической энциклопедии и уменьшить число опечаток.
2. Сопоставить статьи из математической энциклопедии и их переводы в Encyclopedia of Mathematics.
3. Создать индекс персон, упомянутых в энциклопедии.
4. Связать статьи и персоны энциклопедии ссылками на другие статьи энциклопедии и статьи Википедии.
5. Присвоить статьям энциклопедии индексы MSC аналогично Encyclopedia of Mathematics.

Предобработка статей

Текст разделяется на элементарные токены, после чего производится объединение некоторых групп токенов в один: сокращений (нек-ром, к-рая), аббревиаций (см., др.) и фамилий и инициалов персон.

Далее проходит этап исправления ошибок распознавания:

1) слов с опечатками;
2) слов, распавшихся на несколько групп, разделённых пробелом;
3) слов, между которыми отсутствует необходимый разделитель.

Для исправления указанных ошибок создаётся словарь из всех слов, встретившихся в энциклопедии, с указанием числа вхождений. Производится попытка разделить каждое уникальное слово на несколько часто встречающихся слов. Группы подряд идущих однобуквенных слов объединяются в одно слово, если оно имеется в словаре.

Сопоставление статей математической энциклопедии и их переводов в Encyclopedia of Mathematics

Производится сопоставление только по названиям статей. Далее производится сопоставление статей по их содержанию. На этом этапе используются различные метрики схожести текстов: мера Okapi BM, косинусная мера и мера на основе алгоритма шинглов. Точность и эффективность применения той или иной метрики оценивается на наборе статей, которые удалось сопоставить по названию. Эксперименты показывают, что наибольшую полноту (94,5%) и точность

(95%) сопоставления даёт использование метрики на основе алгоритма шинглов.

Алгоритм шинглов был разработан для поиска заимствований частей одного текста другим текстом. После канонизации текста (токенизации, удаления стоп-слов и приведения слов к нормальной форме) формируются шинглы – подпоследовательности слов. Пусть k – выбранная длина последовательности, i – число от 0 до $n – k$, где n – количество слов в документе. Тогда шингл определяется как конкатенация k идущих подряд слов:

$$shingle_i = word_i\, word_{i+1} \ldots word_{i+k-1}.$$

Далее для двух сравниваемых текстов количество общих шинглов делится на среднее арифметическое количества слов в двух текстах. Таким образом, получается число от 0 до 1, характеризующее схожесть двух текстов.

Связывание статей энциклопедии со смежными статьями энциклопедии и Википедии.

Связывание производится с использованием методов семантического аннотирования. Семантическое аннотирование — процесс формирования разметки или набора метаданных рассматриваемого текстового документа. Примером метаданных могут быть ссылки на другие источники, такие как статьи в математической энциклопедии или Википедии.

Алгоритм семантического аннотирования состоит из поиска кандидатов на аннотацию и поиска наиболее подходящего ресурса для конкретной аннотации:

1) для каждой статьи из Википедии находится вхождение каждого слова её названия статьи в текст;

2) если большая часть слов из названия статьи встретились в небольшой части текста, то эта часть текста рассматривается как кандидат на аннотацию этой статьи;

3) для каждого кандидата на аннотацию рассматриваются все статьи, на которые может ссылаться эта часть текста, и выбирается наиболее подходящая статья.

При помощи описанного метода персонам сопоставляются статьи об этих персонах из Википедии.

Категоризация статей математической энциклопедии

Каждой статье сопоставляется индекс MSC, приписанный соответствующему переводу статьи в Encyclopedia of Mathematics. Статьям, для которых не было найдено соответствие, присваивается индекс MSC, исходя из ссылок на другие статьи энциклопедии.

В результате работы статьи математической энциклопедии снабжены ссылками на смежные статьи самой энциклопедии и Википедии, ссылками на упомянутые персоны, индексом MSC для категоризации по разделам математики и могут быть предоставлены пользователям персональной открытой семантической цифровой библиотеки LibMeta.

Литература

1. *Атаева О.М., Серебряков В.А., Тучкова Н.П.* Цифровая библиотека по обыкновенным дифференциальным уравнениям на основе LibMeta // Научный сервис в сети Интернет: труды XIX Всероссийской научной конференции. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017. С. 21–33.
2. *Бикмуратов Ф.М.* Методы аннотирования математических текстов. М.: 2018. 21 с.
3. Encyclopedia of Mathematics [Электронный ресурс]. URL: https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Main_Page (дата обращения: 23.10.2018).
4. *Serebryakov V.A., Ataeva O.M.* Personal'naya tsifrovaya biblioteka Libmeta kak sreda integratsii svyazannykh otkrytykh dannykh (Personal Digital Library Libmeta as an integration environment of linked data) // Proceedings of RCDL, 2014.

УДК 519.688

Извлечение структуры данных из научных документов в формате PDF

И.С. Анфёров

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

В последнее время актуальной задачей является автоматическое извлечение информации. Качество информации определяется её основными свойствами, такими как достоверность, полнота, актуальность, объективность и т. д. На сегодняшний день основными источниками наиболее

качественной информации являются научные документы. Большое их количество доступно в открытых или закрытых интернет-библиотеках. Основными форматами распространения электронных версий научных документов являются LaTeX, DOC и PDF.

Огромное значение для извлечения информации из документов как человеком, так и автоматизированными системами, является её структурированность. Научные документы в интернет-библиотеках хранятся, как правило, в структурированном виде: группируются по предметным областям, годам, авторам и т. д. К сожалению, такого нельзя сказать о внутренней структуре хранимых документов. Все вышеупомянутые форматы документов поддерживают хранение информационной структуры, но, к сожалению, для наиболее часто встречающегося формата распространения научных статей — PDF (Portable Document Format [1–2]) — структура зачастую не встраивается в документ его создателями, что вызывает сложность для извлечения информации из таких документов методами машинной обработки.

Целью данной работы стало извлечение структуры данных из научных документов в формате PDF.

За основу модели извлекаемых данных взята иерархическая модель данных следующей структуры:

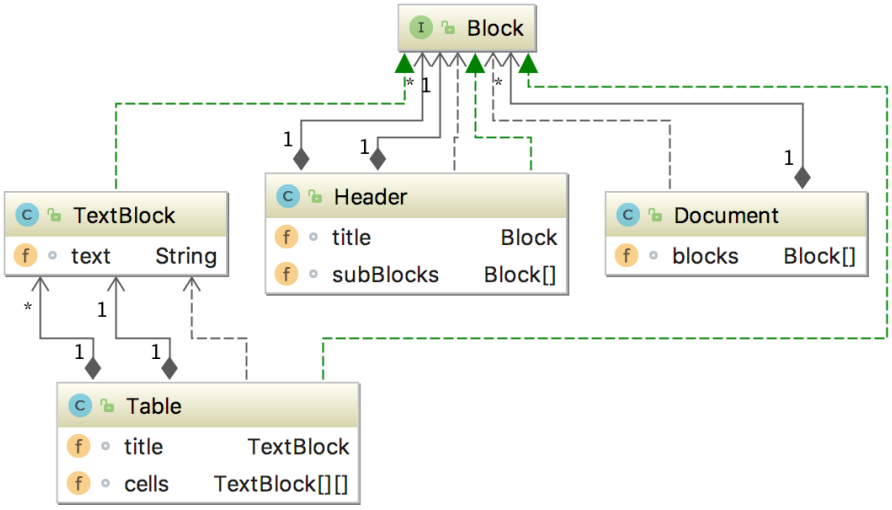


Рис 1. Модель извлекаемых данных

В качестве входных данных алгоритм принимает PDF-документ, в котором для визуализации текстовой информации используются операторы текстового позиционирования и отображения [3].

Тестирование качества было решено производить с использованием тестовой коллекции научных документов в формате PDF с заполненной иерархической схемой заголовков [3]; качество извлечения заголовков оценивается с помощью F_1-меры [4].

К продукту были предъявлены следующие требования:

- открытая лицензия;
- работа в виде библиотеки на языке Java [5];
- скорость работы — не более 1 секунды на 20 страниц.

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие задачи:

1. Был выполнен обзор и сравнение существующих решений по извлечению структуры данных из PDF-документов, были выделены недостатки каждого из решений, которые были приняты во внимание на этапе разработки своего собственного решения, поддерживаемые структуры извлекаемых данных, оценено время работы.
2. Разработан алгоритм (рис. 2) и реализован программный продукт для извлечения специфицированной модели данных из научных документов в формате PDF.

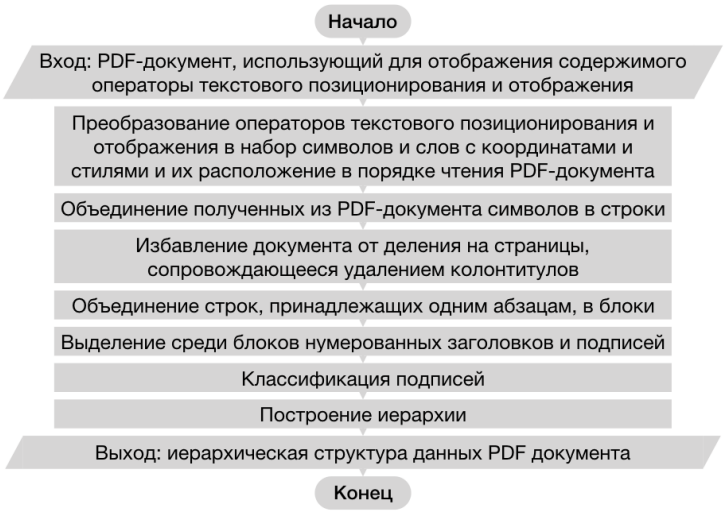


Рис 2. Разработанный и реализованный алгоритм

3. Была проведена оценка качества полученного программного продукта в соответствии с заданной метрикой и получены следующие показатели качества:
   - точность: 0,63,
   - полнота: 0,74,
   - F_1-мера: 0,67.

Литература

1. ISO 32000-1:2008 – Document management -– Portable document format – Part 1: PDF 1.7 // International Organization for Standardization [электронный ресурс] URL: https://www.iso.org/standard/51502.html
2. ISO 32000-2:2017 - Document management – Portable document format – Part 2: PDF 2.0 // International Organization for Standardization [электронный ресурс] URL: https://www.iso.org/standard/63534.html
3. PDF Reference, fourth edition. Adobe Portable Document Format Version 1.5. [электронный ресурс] URL: https://www.adobe.com/content/dam/acom/en/devnet/pdf/pdf_reference_archive/PDFReference15_v6.pdf
4. *Powers, David M. W.* Evaluation: From Precision, Recall and F-Measure to ROC, Informedness, Markedness & Correlation // Journal of Machine Learning Technologies/ 2011. N 2(1). P. 37–63.
5. Java Software // Oracle [электронный ресурс] URL: https://www.oracle.com/java/index.html

СЕКЦИЯ СИСТЕМНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ

Председатель: В.А. Петрухин (д.т.н., профессор)

Секретарь: С.Х. Шайхлисламов

Дата: 23.11.2018

Время: 10:00

Место: Долгопрудный, Институтский пер., д. 6Б

УДК 004.94

О программной реализации алгоритма оценки обстановки, сложившейся в результате землетрясения

И.Е. Шабунин, Е.В. Иванов

Академия гражданской защиты МЧС России

В настоящее время такое природное явление, как землетрясение, продолжает оставаться одним из наиболее разрушительных стихийных бедствий, так, например, в 2011 году землетрясение и последующая волна цунами привела к масштабным разрушениям и гибели около 20 тысяч человек, а также полному изменению энергетической системы Японии (отказ от атомных электростанций) [1].

К сожалению, проблема прогнозирования землетрясений в настоящее время хоть и подробно разобрана, но до конца не решена. Вместе с тем проблема оценки последствий землетрясений проработана более досконально [2]. На основе методики, приведенной в [2–3], коллективом научно-исследовательского центра Академии гражданской защиты МЧС России предпринята попытка создания информационной системы реализации алгоритма на ее основе.

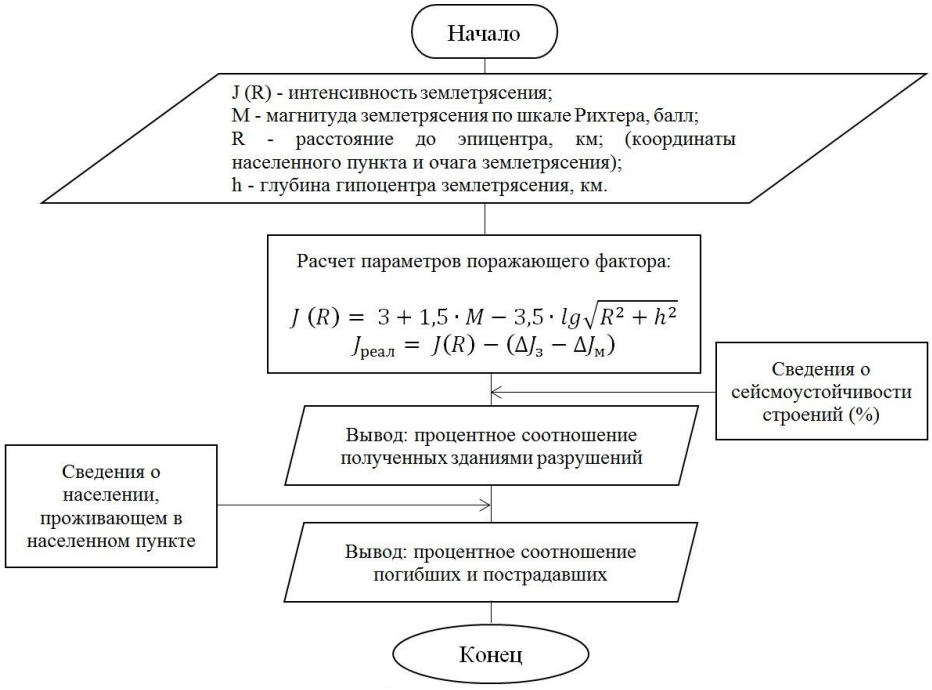


Рис. 1. Алгоритм методики оценки обстановки, сложившейся в результате землетрясения

На первом этапе на основе исходных данных о магнитуде и координатах гипоцентра землетрясения по известным методикам [2–4] делается расчет изосейст для различных расстояний (расстояния до населенных пунктов).

На втором этапе рассчитывается реальная интенсивность землетрясения для населенных пунктов, попадающих в расчетные зоны разрушений.

На третьем этапе определяются степени разрушения однотипных строений для рассматриваемых населенных пунктов, на основе которого проводятся расчеты по требуемому количеству сил и средств, для проведения аварийно-спасательных работ [5].

На четвертом этапе, исходя из оценки распределения населения по объектам строительства и степеней их разрушения, делается вывод о количестве погибших и пострадавших [6].

На данный момент реализовано клиентское приложение с использованием API Yandex Map, которое на основе введенных оператором данных просчитывает возможное процентное соотношение различных видов разрушений зданий.

При этом время на проведение расчетов существенно сокращается, так как часть данных находится в программном продукте в виде баз данных, или подгружается из внешних источников (такие сведения, например, как сейсмоустойчивость зданий, распределение населения по объектам строительства и т.п.).

Данная программа создается в рамках проведения научно-исследовательской работы по разработке информационной системы по обоснованию устойчивости территорий городских округов к поражающим факторам чрезвычайных ситуаций.

Основным результатом указанной работы должно стать создание структурно-функциональной модели системы по обоснованию устойчивости территорий городских округов при возникновении чрезвычайных ситуаций и создание на основе разработанной модели интерактивной системы.

Литература

1. *Молодяков В.Э.* Япония после 11 марта: итоги и уроки Великого восточно-японского землетрясения // Ежегодник Япония. 2011. С. 5–17.
2. Прогнозирование чрезвычайных ситуаций природного характера / сост. Храмцов Б.А., Болотских Т.Г., Юрьев А.М. Методические указания. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2006. 25 с.
3. *Шаптала В.Г., Радоуцкий В.Ю, Шаптала В.В.* Основы моделирования чрезвычайных ситуаций: учеб. пособие / под ред. Шапталы В.Г. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2010. 166 с.
4. Сборник методик по прогнозированию аварий, катастроф, стихийных бедствий в РСЧС. Книга 1. Методика оценки последствий землетрясений. – М.: ВНИИ ГОЧС, 1994. 33 с.
5. Приказ МЧС России от 08.08.2000 года № 419 «Об утверждении Наставления по организации и технологии ведения аварийно-спасательных и других неотложных работ при чрезвычайных ситуациях. Часть 2. Организация и технологии ведения аварийно-спасательных и других неотложных работ при землетрясениях».
6. Приказ Минздрава от 16.07.1998 года № 99/62 «Об утверждении Методических рекомендаций по определению потребности в медицинских силах и средствах при землетрясениях».

УДК 004.421.4

Информационная система моделирования последствий чрезвычайных ситуаций

А.В. Рыбаков, Е.В. Иванов, Н.А. Дрожжин, И.А. Видрашку

Академия гражданской защиты МЧС России

Разрабатываемая информационная система предназначена для поддержки принятия решений оперативно-дежурными сменами центров управления субъектов РФ, ФОИВ при моделировании последствий чрезвычайных ситуаций, а также расчета сил и средств, необходимых на их преодоление. Присутствует возможность добавления моделируемых объектов, от которых зависит расчет зон воздействия ЧС, а также спасательных формирований для расчета сил и средств на устранение последствий ЧС.

В качестве моделируемых сценариев реализованы на данный момент:

- взрывы конденсированных взрывчатых веществ [7];

- пожары проливов легко воспламеняющихся жидкостей и горючих жидкостей [8];
- выбросы (выливы) АХОВ на подстилающую поверхность [9];
- аварии на магистральных газопроводах [10];

В разработке находится модуль аварий на магистральных нефтепроводах.

Настоящий проект реализован в виде клиент-серверного web-приложения, в котором клиент имеет возможность моделирования различных чрезвычайных ситуаций с визуализацией зон поражения, наложенных на карту. В качестве подложки используются карты Яндекс. В отличие от Google-карт, Яндекс имеет поддержку административно-территориального разделения России в самом API, что позволяет напрямую по запросам в данный API использовать данные для отрисовки границ регионов, муниципальных образований и других административных объектов (одна из функций приложения).

В качестве сервера используется платформа Open Server Panel версии 5.2.9 – набор утилит, программ и сервисов для создания локального сервера. Из всего набора стоит отметить программу PHPMyAdmin версии 4.8.3, необходимую для администрирования базы данных MySQL версии 5.6 с использованием графического интерфейса, без необходимости написания запросов. Также присутствует возможность взаимодействия с базой с использованием SQL-запросов. С помощью данного инструмента была сконструирована база данных MySQL, хранящаяся на сервере. Сама база данных унифицирована и приведена к нормальной форме Бойса-Кодда. База данных необходима для хранения информации по объектам, отображаемым на карте. Объекты, которые могут быть отображены на карте: жилые здания, промышленные объекты, магистральные продуктопроводы, спасательные формирования (спасательные центры, пожарные части). Данная информация используется программой при моделировании, а передача данных из базы на сервер происходит с помощью паттерна программирования «Фасад».

Клиентская часть проекта написана на языке JavaScript. Он удобен для проекта тем, что при расширении функционала и невозможности реализации стандартными способами есть возможность подключить к проекту библиотеки для реализации необходимого функционала. Так, например, была подключена библиотека JQuery версии 3.3.1, имеющая возможность точно описывать и производить Ajax-запросы, с помощью которых производится считывание полей HTML-документа (то есть самой страницы сайта) без необходимости перезагрузки страницы (без методов по использованию GET/POST функционала). Также для формирования клиентской части программы используется фреймворк Bootstrap версии 3.3.7. Он позволяет использовать созданные заранее шаблоны для кнопок, полей и других элементов страницы с определенной стилизацией, что придает клиентской стороне проекта лаконичность и простоту при использовании.

Серверная часть проекта написана на языке PHP версии 7.2. Для расчета различных параметров ЧС использование ресурсов клиентской стороны было бы нецелесообразно, поэтому JavaScript, производящий обработку на стороне клиента, для данной задачи не подходит. Это легко устранимо заменой языка на PHP, который производит обработку действий на сервере. Язык PHP также удобен тем, что является объектно-ориентированным языком программирования, это в свою очередь необходимо для структуры разрабатываемого продукта. В качестве фреймворка используется Laravel 5й редакции. Он позволяет соединять все элементы проекта для упорядоченной работы модулей.

Есть возможность разработки проекта несколькими разработчиками, для этого используется инструмент контроля версий git, с помощью сервиса Bitbucket и программы SourceTree, предлагающая интерфейс для загрузки проекта на сервис без использования консоли.

Литература:

1. Государственный доклад «О состоянии защиты населения и территорий Российской Федерации от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2016 году»: [Электронный ресурс]. Материалы сайта МЧС России.
   URL: http://www.mchs.gov.ru/upload/site1/document_file/M UUuMnux6f.pdf (дата обращения 03.07.2018 г.).
2. Сравнительная характеристика чрезвычайных ситуаций, происшедших на территории Российской Федерации в 2017/2016 годах: [Электронный ресурс]. Материалы сайта МЧС России. URL: http://www.mchs.gov.ru/activities/stats/CHrezvichajnie_situacii/2017_god (дата обращения 03.07.2018 г.).
3. *Савонин С., Москаленко А., Чугунов А., Тюндер А.* Анализ основных причин аварий, произошедших на магистральных газопроводах // Инженерная защита. 2015. № 6 (11) С. 52–57.
4. СТО Газпром 2-2.3-351-2009 Методические указания по проведению анализа риска для опасных производственных объектов газотранспортных предприятий ОАО «Газпром». — М.: ООО «Полиграфия

Дизайн». 378 с.
5. ГОСТ Р 12.3.047-2012 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования: [Электронный ресурс]. Доступ из справочно-правовой системы «Кодекс» URL: http://docs.cntd.ru/document/1200103505 (дата обращения 04.07.2018 г.).
6. *Рыбаков А.В.* Расчет устойчивости конструкций зданий к барическому воздействию при авариях с участием сжатого природного газа: моногр. — Химки: ФГБОУ ВПО «Академия гражданской защиты МЧС России», 2014. 139 с.
7. РБ Г-05-039-96 Руководство по анализу опасности аварийных взрывов и определению параметров их механического действия приказ Госатомнадзора №100 от 31.12.1996 г.
8. ГОСТ Р 12.3.047-2012 Система стандартов безопасности труда. Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования. Методы контроля.
9. Свод правил СП 165.1325800.2014 «Инженерно-технические мероприятия по гражданской обороне», утв. и введен в действие Приказом Минстроя России от 12.11.2014 № 705.
10. «Методические указания по проведению анализа риска для опасных производственных объектов газотранспортных предприятий ОАО «Газпром». СТО Газпром 2-2.3-351-2009.

УДК 004.457

Реализация механизма множественного управления для программного комплекса интерактивной работы с трехмерными объектами

В.А. Петрухин, А.С. Джус, С.Х. Шайхлисламов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается механизм одновременного определения нескольких точек интерактивного управления при взаимодействии с виртуальным трехмерным контентом. Целью работы является конструирование и практическое применение методики детектирования множественных управляющих сигналов при сканировании поверхности датчиком-лидаром. Работа предусматривает интеграцию механизма с ранее созданной системой для оптимизации процессов моделирования и изучения трехмерных объектов с помощью интерактивного управления контентом на любой ровной поверхности.

Для функционирования системы необходим ПК с операционной системой Windows 7 (или более поздней), проектор, датчик UST-серии, wi-fi роутер или сетевой коммутатор. Для калибровки системы производится синхронизация двух или более точек в реальном и виртуальном пространстве. Возможность управления системой с помощью нескольких касаний доступна сразу по окончании калибровки и не требует дополнительных действий.

Основной сложностью реализации механизма является свойство используемого датчика объединять результаты сканирования от нескольких предметов, которые находятся близко друг к другу. Решение этой проблемы усложняется погрешностью сканирования датчика, которая не позволяет однозначно определить локальный минимум и максимум результатов сканирования. Аппроксимация результатов сканирования функцией высокого (3-го и выше) порядка также невозможна, поскольку эта вычислительная подзадача замедляет систему. Для решения описанной проблемы выполняется расчет функции усредненного сканирования, каждая точка которой является усредненным значением результатов сканирования по временному и пространственному окну. При этом размер временного окна определяется на основании средней погрешности для данного объекта (погрешность является функцией расстояния до объекта), а размер пространственного окна определяется на основании ширины на полувысоте данного результата сканирования. Далее локальные максимумы и минимумы функции усредненного сканирования используются для разделения сигнала на участки, которые соответствуют каждому управляющему объекту.

Разработанный метод позволяет расширить возможности управления интерактивным контентом и способствует более удобному и продуктивному взаимодействию с системой оптимизации процессов моделирования и изучения трехмерных объектов.

УДК 004.457

Разработка комплексной модели и алгоритмов анализа данных вариабельности сердечного ритма участников проекта «Остров 10-21»

В.А. Петрухин, С.Х. Шайхлисламов, М.Ю. Хлызов, И.В. Ганусевич, А.В. Зухба, Р.С. Ранский, И.Н. Шиманогов, А.Ю. Бишук

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Целью данной работы является разработка комплексной модели и алгоритмов анализа данных вариабельности сердечного ритма (вср) [1–2] участников проекта «Остров 10-21». Образовательный интенсив «Остров 10-21» проходил на острове Русском во Владивостоке и длился 10 дней. Были собраны данные вср более чем 850 участников различного возраста, прилетевших из разных часовых поясов.

Основными результатами работы являются:

- Организация обучения участников образовательного интенсива технологиям сбора биометрической информации.
- Разработка Информационной системы для сбора и обработки сердечного ритма с учетом геолокации.
- Мобильные приложения для сбора данных в программных оболочках iOS выше версии 9, Android выше версии 5, которые подключаются к носимым устройствам через протокол BluetoothSmart (4.0 и выше), с помощью мобильных приложений осуществляется непрерывный сбор исходных данных.
- Модуль администратора Информационной системы для сбора и обработки сердечного ритма.
- Модуль визуализации, представляющий собой веб-приложение, с помощью которого можно просмотреть историю измерения каждого пользователя.
- Проведение аудита исходных данных, собранных в период образовательного интенсива (проверка их корректности, проведение формирования массива информации вычисляемых параметров — производных от исходной информации).
- Формирование ДатаСета, который был погружен в SQL-базу данных с целью формирования представительных выборок данных для дальнейшей обработки.
- Анализ десинхроноза [3] и периода адаптации людей, прилетевших из других часовых поясов по сформированному ДатаСету. Определение участков записей RR-интервалов, соответствующих сну. Выделение параметров вср, по которым наиболее достоверно можно определить десинхроноз. Оценка времени адаптации в среднем по всем участникам, а также по участникам различных возрастных групп.
- Разработка методов прогнозирования индивидуальной адаптации человека при смене часового пояса по данным вср.
- Разработка методов оценки качества сна по данным вср.
- Разработка моделей участников образовательного интенсива (анализ синхронности индексов и вычисляемых параметров участников в период образовательных и иных активностей).
- Анализ данных мониторинга параметров атмосферы с метеостанций Владивостока и Острова с целью анализа факторов метеочувствительности участников образовательного интенсива в период их пребывания на Острове.
- Анализ влияния данных мониторинга параметров ионосферы Земли с целью изучения причинно-следственных связей параметров, характеризующих психофизиологическое состояние участников интенсива и факторов солнечной погоды в период проведения образовательного интенсива.

Ряд важных научных результатов в данной научной работе получен впервые:

- Созданы информационные технологии мониторинга функциональных и адаптивных резервов организма, которые размещены в Интернет-магазинах Google Play и AppStore (www.Cardiomood.com) для целей массового их использования мировым сообществом при создании образцов систем поддержки здорового образа жизни [4].
- Разработаны технологии и средства с поддержкой в сети Интернет, которые позволят

использовать возможности и культуру здорового образа жизни, преимущественно в сфере досуга и образа мышления, удовлетворяющие природные психоэмоциональные, культурные и физиологические потребности человека, направлены на сохранение и укрепление его здоровья, обеспечивая самоутверждения с помощью всестороннего и гармоничного развития.

Результаты выполненной работы могут быть использованы при разработках, исследовании, апробации и внедрении в социальных сетях поддержки здорового образа жизни в научных и образовательных учреждениях, а также для:

- разработки информационных технологий поддержки здорового образа жизни на основе использования сенсоров, мобильных гаджетов (смартфонов), возможностей сети Интернет для построения сервисов количественной оценки психоэмоционального состояния и дальнейшей коррекции функционального состояния в процессе занятий оздоровительной физической культурой;
- использования результатов для мониторинга функционального состояния операторов сложных технических систем и комплексов, а также мониторинга функционального состояния операторов сложных технических систем и комплексов [5–6].

Литература

1. *Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З.* Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука, 1984. 221 с.
2. Heart rate variability. Standards of Measurement, Physiological interpretation and clinical use // Circulation. 1996. V. 93. P. 1043–1065.
3. *Матюхин В.А., Путилов А.А., Ежов С.Н.* Рекомендации по прогнозированию и профилактике десинхронозов (хронофизиологические аспекты географических перемещений). Новосибирск, 1984. 51 с.
4. *Петрухин В.А., Шайхлисламов С.Х., Даньшин А.А., Артемьева М.М., Погребняк Ю.О., Рузов В.О., Тараймович А.О.* Разработка, исследование и апробация элементов социальной сети поддержки здорового образа жизни // Труды 56-й научной конференции МФТИ «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». М.: МФТИ, 2013.
5. *Петрухин В.А., Артемьева М.М.* Исследование алгоритмов оценки психофизиологического состояния оператора комплексного авиационного тренажера // Научный сборник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины «Комп'ютерні засоби, мережі та системи». 2012.
6. *Петрухин В.А., Шайхлисламов С.Х., Даньшин А.А., Артемьева М.М., Погребняк Ю.О., Рузов В.О., Тараймович А.О.* Подсистема количественной и качественной оценки психофизиологического состояния оператора (летчика) в процессе выполнения ответственных этапов пилотирования // Труды 56-й научной конференции МФТИ «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». М.: МФТИ, 2013.

УДК 004.09

Информационные технологии мониторинга участников образовательного интенсива «Остров 10-21»

***В.А. Петрухин*[1,2], *С.Х. Шайхлисламов*[1], *К.А. Апыхин*[1], *М.Ю. Хлызов*[1], *Д.П. Бельдий*[1,2]**
***А.В. Петрухин*[3], *Нечепуренко Е.В.*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины,
[3]ООО «Сайбервижн»

В июле 2018 года на острове Русский был проведен образовательный интенсив в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1]. С целью персонализации образовательных траекторий участников интенсива была разработана информационная система сбора и обработки параметров сердечного ритма с учетом геолокации.

Система включала:

Модуль сбора данных реализующий функции, необходимых для клиентских мобильных приложений, которые принимали данные с мониторов сердечного ритма и информацию о геолокации пользователя, проверку прав доступа, кеширование данных для быстрого доступа к данным каждого пользователя за последний день, сохранение данных пользователей в базе данных.

Модуль резервирования данных, предназначенный для периодического автоматического сохранения данных, накопленных в модуле сбора данных, в базу данных MySQL для длительного хранения и последующего анализа.

Модуль анализа данных, который принимает исходные (сырые) данные, последовательность длительностей сердечного цикла и выдает рассчитанные показатели вариабельности сердечного ритма, такие как мода (Mo), амплитуда моды (AMo), вариационный размах (BP), стресс-индекс Баевского (SI), параметры мощности вклада спектра различных диапазонов (TP, HF, LF, VLF, VLF), индекс централизации (IC) и др., в архитектуре системы модуль анализа данных выделен в отдельный блок, при этом реализована «серверная обертка» библиотеки модуля анализа данных и др.

Модуль администратора Информационной системы для сбора и обработки сердечного ритма, предназначенный для контроля ситуации с подключением пользователей системы, представляющий веб-приложение, которое по API подключено к модулю сбора данных. В приложении доступны функции просмотра подключенных пользователей, информация о списке записанных сессий каждого пользователя. В режиме реального времени можно отслеживать подключенных в режиме реального времени пользователей. Неподключенным пользователям отправляются уведомления с просьбой проверить подключение.

Модуль визуализации, представляющий собой веб-приложение, с помощью которого можно просмотреть историю измерения каждого пользователя. Предусмотрена также возможность просмотра рассчитанных параметров вариабельности сердечного ритма по заданному окну времени, а также их динамика. Для каждого интервала времени доступен просмотр геолокации, где измерение было проведено. В модуле визуализации предусмотрена визуализация параметров группы пользователей как в режиме реального времени, так и просмотр агрегированных исторических записей.

Проведен аудит исходных данных, собранных в период образовательного Интенсива (проверка их корректности, формирование массива информации вычисляемых параметров — производных от исходной информации); выполнено формирование DataSet, который был погружен в SQL-базу данных с целью подготовки представительных выборок данных для дальнейшей обработки, разработки моделей участников образовательного Интенсива (анализ синхронности индексов и вычисляемых параметров Участников в период образовательных и иных активностей); анализ данных мониторинга параметров атмосферы с метеостанции Владивостока, а также данных мониторинга параметров атмосферы с метеостанций, расположенных на Острове и на мосту с целью анализа факторов метеочувствительности Участников образовательного Интенсива в период их пребывания на Острове.

Анализ влияния данных мониторинга параметров ионосферы Земли с целью изучения причинно-следственных связей параметров, характеризующих психофизиологическое состояние Участников Интенсива и факторов Солнечной погоды в период проведения образовательного Интенсива.

Организация сбора и ввода в базу данных дополнительной исходной информации (данные о часовых поясах постоянного проживания участников Интенсива) с целью анализа влияния факторов десинхроноза в период адаптации во время пребывания на Острове.

Мобильные приложения для сбора данных реализованы в программных оболочках iOS выше версии 9, Android выше версии 5, которые подключаются к носимым устройствам через протокол BluetoothSmart (4.0 и выше), с помощью мобильных приложений осуществляется непрерывный сбор исходных данных. Каждый пользователь мобильного приложения проходит авторизацию, настраивает подключение к своему датчику. После этого приложение в фоновом режиме осуществляет сбор данных с датчика и транслирует их в режиме реального времени в модуль сбора данных через Интернет. В случае потери соединения с Интернетом приложение буферизует данные в локальном хранилище телефона и отправляет накопленный буфер при наличии соединения с Интернетом. При потере соединения с датчиком приложение пытается восстановить соединение. Если соединение не получается автоматически восстановить при более чем 10 попытках приложение уведомляет пользователя (виброзвонок). Пользователь проверяет работоспособность датчика (разряжен ли он или нет).

Результаты экспериментальной апробации программно-аппаратного комплекса индивидуального мониторинга функциональных и адаптивных резервов организма в средах операционных систем iOS, Android и Windows.

Разработанные технологии и средства с поддержкой в сети Интернет, позволяют

использовать возможности и культуру здорового образа жизни, преимущественно в сфере досуга и образа мышления, удовлетворяющие природные психоэмоциональные, культурные и физиологические потребности человека, направленые на сохранение и укрепление его здоровья, обеспечивая самоутверждения с помощью всестороннего и гармоничного развития [2–3].

Литература

1. https://www.facebook.com/groups/ostrov1021/
2. https: //en.wikipedia.org/wiki/Heart_rate_variability
3. www.cardiomood.com

УДК 004.09

Влияние метеофакторов острова Русский (Владивосток) на образовательный процесс — персонализация образовательных траекторий

***М.Ю. Хлызов*[1], *В.А. Петрухин*[1,2], *С.Х. Шайхлисламов*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2] Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины,

В июле 2018 года на острове Русский был проведен образовательный интенсив в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1]. С целью персонализации образовательных траекторий участников интенсива была разработана информационной система сбора и обработки параметров сердечного ритма с учетом геолокации.

Анализ влияния метеофакторов острова Русский (Владивосток) на образовательный процесс с целью персонализации образовательных траекторий в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1] производился на основе динамики показателей пульса, индексов стресса, индекса Горго и индекса RMSSD системы Cardiomood (www.Cardiomood.com [3]), усредненных по всем участникам образовательного Интенсива.

Для уточнения влияния метеофакторов на образовательные процессы, особенно для участников старше 46 лет, необходим учет данных постоянного мониторинга атмосферных параметров непосредственно в бухте Аякс острова Русский; выполнен расчет индексов утомления, стресса, Горго, значений среднего пульса контингента участников Интенсива, проведен анализ данных с целью выявления основных корреляций функционального состояния организма и событий образовательного процесса, а также проверки гипотез формирования кластеров исходных данных по схожим и повторяющимся паттернам для групп участников Интенсива; выполнено исследование и выявлены паттерны состояний обучающихся, определены признаки моментов «озарения» на основе перестройки балансов симпатического и парасимпатического отделов автономной вегетативной системы человека, проведено сопоставление изменений психофизиологических показателей с информацией о ходе образовательного процесса и событиях в пространстве образовательного интенсива; исследованы связь параметров функционального состояния с интервалами времени для отдыха и релаксации, а также их влияние на эффективность работы на последующих образовательных активностях в разрезе различных контингентов участников по возрасту, учетом циркадных римтов; изучены вопросы синхронизации психофизиологических реакций Участников на различные форматы образовательной деятельности, в частности, во время визионерских лекций Д.Н. Пескова, специального представителя Президента РФ по вопросам цифрового и технологического развития, а также Визионерской лекции нобелевского лауреата, сэра Константина Новоселова и Игоря Рыбакова;

Задача анализа данных временного десинхроноза состояла в том, чтобы сравнивать между собой показатели психофизиологического состояния организма участников образовательного Интенсива в моменты-промежутки времени в 1,5 часа (90 минут) — в утреннее, полуденное, послеобеденное и вечернее время. Утро — это интервал времени 8:30–10:00, полуденное время — интервал времени 12:15–13:45, интервал времени — 15:15–16:45, интервал времени — 20:45–22:15. В норме, при отсутствии десинхроноза, в околополуденное время частота сердечных сокращений (ЧСС) должна быть максимальной, а параметры SDNN и RMSSD — минимальными [2]. В вечернее время — наоборот [2–3].

Литература

1. https://www.facebook.com/groups/ostrov1021/
2. https: //en.wikipedia.org/wiki/Heart_rate_variability
3. www.cardiomood.com

УДК 004.09

Влияние временного десинхроноза на образовательный процесс — аспекты управления

***В.А. Петрухин*[1,2], *С.Х. Шайхлисламов*[1], *К.А. Апыхин*[3], *М.Ю. Хлызов*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины
[3]Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

В июле 2018 года на острове Русский был проведен образовательный интенсив в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1]. С целью персонализации образовательных траекторий участников интенсива была разработана информационной система сбора и обработки параметров сердечного ритма с учетом геолокации.

Анализ влияния временного десинхроноза на образовательный процесс в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1] производился на основе анализа динамики показателей пульса, индексов стресса, индекса Горго и индекса RMSSD системы Cardiomood (www.Cardiomood.com), усредненных по всем участникам образовательного Интенсива. В статистике присутствовали участники Интенсива, постоянно проживающие в часовых поясах GMT+3, GMT+5 и GMT+7, так как эти группы являются наиболее массовыми (представительными), а часовой пояс GMT+10 — участники из Владивостока (без временного десинхроноза) принят за эталон при сравнительном анализе показателей. Эпоха скользящего окна при расчете параметров была взята суточной.

Задача анализа данных временного десинхроноза состояла в сравнении между собой показателей психофизиологического состояния организма участников образовательного Интенсива в моменты-промежутки времени в 1,5 часа (90 минут) — в утреннее, полуденное, послеобеденное и вечернее время. Утро — это интервал времени 8:30–10:00, полуденное время — интервал времени 12:15–13:45, послеобеденное — интервал времени 15:15–16:45, вечернее — интервал времени 20:45 –22:15. В норме, при отсутствии десинхроноза, в околополуденное время частота сердечных сокращений (ЧСС) должна быть максимальной, а параметры SDNN и RMSSD – минимальными [2]. В вечернее время — наоборот.

Были рассмотрены три промежутка времени суток: утро — 8:30–9:00, обед — 13:00–14:00, вечер — 18:00–20:00. При анализе размер утреннего скользящего окна составлял 30 минут (цель – исключить утреннюю зарядку). Как следствие, усредненные значения могут быть использованы не только для анализа эволюции параметров внутри конкретного окна по дням, но и для сравнения параметров между собой внутри одного конкретного дня.

На графиках ЧСС и RMSSD хорошо видны проявления десинхроноза. На графике ЧСС после 14 июля наступает момент, когда пульс участников в обеденное время выше пульса в вечернее время, что является нормой для человека, не подверженного резкой смене часовых поясов. Первые четыре дня все происходило наоборот, т.е. пульс участников в обеденное время ниже, чем в вечернее, что является наглядным проявлением сильного десинхроноза.

В динамике среднего пульса в обеденное время общий тренд на десятидневном участке должен быть возрастающим (адаптация организма к смене часового пояса), однако виден пик 13 июля, который нарушает общую тенденцию. При рассмотрении остальных графиков становится видно, что отклонение показателя не является случайным выбросом, т.к. многие другие показатели 11, 12 или 13 июля также принимают значения, выпадающие из общего тренда.

Для более детального исследования было проведено изучение средних показателей участников образовательного Интенсива в зависимости от часового пояса места постоянного проживания участников.

По динамике среднего стресса участников, приехавших из разных часовых поясов (GMT+3, GMT+5, GMT+7, GMT+10), по суткам видно, что 11, 12 и 13 июля группы участников, приехавших из разных часовых поясов, реагируют на события, происходящие на острове Русский, схожим

образом, однако динамика пульса и индекса RMSSD в те же дни показывает, что циркадные процессы участников интенсива, пересекших несколько часовых поясов, еще не успели адаптироваться к новому режиму дня — к новому времени светового дня. Как следствие, хорошая корреляция среднего стресса и индекса Горго в первые дни свидетельствует об одинаковой реакции всех участников образовательного интенсива на неразбериху с организационными вопросами, независимо от наличия десинхроноза, т.к. именно эти события являются достаточно массовыми и непривычными для участников интенсива, приехавших из Владивостока, чтобы заставить их показатели одновременно отклониться от нормы.

После 12–13 июля средний за сутки стресс у эталонной группы держится на одном уровне, т.е. стабилизируется. Показатели стресса других групп участников все еще подвержены колебаниям, однако эти колебания вызваны в большей степени адаптационными процессами организмов, о чем свидетельствует синхронность изменения на участке 10 июля – 16 июля и немного выбивающиеся на их фоне показатели показатели участников из Владивостока.

После 16–17 числа начинает наблюдаться корреляция пульса и стресса у групп участников, приехавших из часовых поясов GMT+5, GMT+7, GMT+10, однако показатели группы участников, приехавших из часового пояса GMT+3, все еще говорят о наличии десинхроноза и дискомфорте организма у участников интенсива в этой группе при напряженной умственной и физической деятельности. Показатели участников, пересекших 7 часовых поясов, начинают приходить в норму и постепенно синхронизироваться с показателями участников, изначально находившихся во Владивостоке, только к 18–19 июля, т.е. на 2–3 дня позже, чем у участников, пересекших 5 или менее часовых поясов.

Данный результат хорошо подтверждают более ранние исследования других групп ученых о том, что при пересечении нескольких часовых поясов человеческому организму нужны сутки для адаптации за каждый пересеченный часовой пояс, однако не меньше недели. Также эти исследователи выдвигали гипотезу, что если в первые 1–2 дня после перелета человек подвержен более интенсивным нагрузкам или переживает большой стресс, то процессы адаптации к новому часовому поясу замедляются.

Учитывая, что больше половины участников приехали из часового пояса GMT+3, нужно уделить особое внимание планированию расписаний, чтобы помочь участникам быстрее адаптироваться. Также следует учитывать, что не претерпевающие десинхроноз участники образовательного Интенсива в меньшей степени устают от нагрузок и могут показывать лучшие результаты.

Учитывая нарастающий с каждым днем средний стресс всех участников острова во время зарядки и спадающий в вечернее время, а также особенности перестройки циркадных ритмов организма при пересечении семичасовых поясов с запада на восток (как в случае с большим числом участников, прибывших из часовых поясов GMT+3 в GMT+10), одной из рекомендаций является перераспределение времени для физической активности: разбить утреннюю зарядку на две части и проводить одну из них вечером. Также, при возможности, разделение времени, отведенного под питание участников, пролетевшим больше пяти часовых поясов и меньше пяти часовых поясов.

Участникам, которые собираются посетить следующие аналогичные мероприятия, можно заранее (за 3–5 дней до отъезда) произвести сдвиг ритма сна-бодрствования на 2–3 часа. Примерный режим дня перед выездом на восток: подъем в 6 часов, отход ко сну — не позднее 21 часа. Наиболее оптимальные часы приема пищи: завтрак — 7:00–7:30, обед — 11:00–12:00, ужин — не позднее 18:00. Основной принцип планирования тренировочных нагрузок — перенесение максимума нагрузок на первую половину дня. После перелета на восток желателен послеобеденный сон, тогда как после перелета на запад после обеда участиники Интенсива дожны бодрствовать. В первые 2–3 дня целесообразно снизить учебные нагрузки, особенно в первой половине дня при перелете на восток [2–3].

Литература

1. https://www.facebook.com/groups/ostrov1021/
2. https: //en.wikipedia.org/wiki/Heart_rate_variability
3. www.cardiomood.com

УДК 004.457

Исследование влияния геомагнитной активности и резонансов Шумана на состояние человека с помощью системы Cardiomood

***Д.И. Крикунов*[1], *М.Ю. Хлызов*[1], *Р.С. Ранский*[1], *В.А. Петрухин*[1,2], *С.Х. Шайхлисламов*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины

В июле 2018 года на острове Русский был проведен образовательный интенсив в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1]. С целью персонализации образовательных траекторий участников интенсива была разработана информационной система сбора и обработки параметров сердечного ритма с учетом геолокации.

Анализ влияния влияния состояния ионосферы Земли и Солнца на образовательный процесс с целью персонализации образовательных траекторий в рамках проекта «Университет НТИ 20.35» [1] производился на основе динамики показателей пульса, индексов стресса, индекса Горго и индекса RMSSD системы Cardiomood (www.Cardiomood.com), усредненных по всем участникам образовательного Интенсива.

Как продолжение начатого ранее исследования рассмотрено влияние не только глобального резонанса Шумана на состояние человеческого организма, но и сопоставлены имеющиеся результаты с показаниями индексов геомагнитной активности. А именно, *K*, *K-p* и *A-p* индексы. Так как резонанс Шумана — глобальное явление, *K* – локальный индекс, *A-p* и *K-p* – планетарные среднеширотные индексы, то интерес представляет сравнение глобального и локального воздействия, то есть природных процессов различных масштабов, а также процессов различной природы. В свою очередь состояние человека описывается все так же записями RR-интервалов и медицинскими статистиками, посчитанными по ним. Сравнение состояний человека ведется в спокойной ионосфере и ярко выраженной неспокойной. Затем накладываются всплески геомагнитной активности. Таким образом, осуществляется попытка построения более полной картины и оценка самого влияния отдельных процессов на человека, а также их влияние в совокупности. В качестве выборки выступал набор сессий, проведённых в дни с различной динамикой ионосферы и различной геомагнитной активностью. На основе имеющихся данных делается качественное сравнение влияния процессов различной природы и масштаба [2, 3].

Литература

1. https://www.facebook.com/groups/ostrov1021/
2. https: //en.wikipedia.org/wiki/Heart_rate_variability
3. www.cardiomood.com

СЕКЦИЯ ДИНАМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Председатель: М.Ю. Овчинников (д.ф.-м.н., профессор)

Зам. председателя: С.П. Трофимов (к.ф.-м.н.)

Секретарь: Я.В. Маштаков

Дата: 19.11.2018

Время: 14:00

Место: Москва, Миусская пл., д. 4, ИПМ РАН, конф.-зал

УДК 521.98, 521.131, 521.131

Высокие круговые орбиты вокруг Луны для размещения окололунной станции

А.А. Целоусова[1,2], М.Г. Широбоков[1], С.П. Трофимов[1]

[1]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В настоящее время крупнейшие мировые космические агентства (NASA, Роскосмос, JAXA, ESA и др.) совместно участвуют в разработке проекта под названием Lunar Orbital Platform-Gateway [1–4]. Данный проект посвящен созданию международной обитаемой окололунной станции, предназначенной для изучения Луны и дальнего космоса. Планируется, что проектируемая станция будет использоваться в качестве стартовой платформы для будущих пилотируемых и роботизированных лунных миссий, а также в качестве промежуточного пункта для первого пилотируемого полета к Марсу.

На настоящий момент главным кандидатом на место размещения окололунной станции являются почти прямолинейные гало-орбиты (Near Rectilinear Halo Orbits, NRHO [5–12]). Данные орбиты удобны тем, что требуют относительно низкие затраты на поддержание, а перелет на них может быть осуществлен с низкой околоземной орбиты. Кроме того, некоторые из этих гало-орбит не пересекают земную и лунную тень на протяжении десятилетий. Также среди южных гало-орбит этого семейства есть орбиты, апоселений которых расположен над южным полюсом Луны, что удобно для установления радиосвязи с будущими лунными базами.

В работе рассматривается альтернативный вариант размещения окололунной космической станции – высокие круговые околополярные орбиты вокруг Луны (высотой 10-15 тыс. км). Целью работы является сравнение данных орбит с резонансными NRHO-орбитами L2 4:1 и L2 9:2. Анализируется устойчивость и освещенность предложенных высоких круговых орбит, а также радиовидимость с поверхности Луны и земных пунктов наблюдения, включая российские центры дальней космической связи и комплексы дальней космической связи NASA Deep Space Network.

Все расчеты проводятся в эфемеридной модели движения, которая учитывает гравитационные возмущения от Солнца и всех планет Солнечной системы (согласно эфемеридам JPL DE430), а также силу светового давления. Нецентральное гравитационное поле Луны моделируется с помощью сферических гармоник вплоть до 8-й степени и порядка (модель GRGM1200A).

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00621).

Литература

1. Gateway Memorandum for the Record.
URL: https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/gateway_domestic_and_international_benefits-

memo.pdf
2. URL: https://www.roscosmos.ru/24136/
3. URL: https://spacenews.com/european-space-officials-outline-desired-contribution-to-deep-space-gateway/
4. URL: http://global.jaxa.jp/press/2018/01/20180126_nasa.html
5. *Howell K.C., Breakwell J. V.* Almost rectilinear halo orbits // Cel. Mech. Dyn. Astron. 1984. V. 32. N 1. P. 29–52.
6. *Zimovan E.M., Howell K.C., Davis D.C.* Near Rectilinear Halo Orbits and Their Application in Cis-Lunar Space // 3rd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems. Moscow. 2017. Paper IAA-AAS-DyCoSS3-125. 20 p.
7. *Williams J.* [*et al.*]. Targeting Cislunar Near Rectilinear Halo Orbits for Human Space Exploration // 27th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, San Antonio. 2017. Paper AAS 17-267. 20 p.
8. *Whitley R., Martinez R.* Options for staging orbits in cislunar space // Aerospace Conference IEEE, Big Sky, MT, USA. 2016. 9 p.
9. *Guzzetti D. et al.* Stationkeeping analysis for spacecraft in lunar near rectilinear halo orbits // 27th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. San Antonio. 2017. Paper AAS 17-395. 20 p.
10. *Guzzetti D., Bosanac N., Howell K.C.* A framework for efficient trajectory comparisons in the earth-moon design space // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. San Diego. 2014. Paper AIAA 2014-4110. 26 p.
11. *Grebow D.J. et al.* Multibody orbit architectures for lunar south pole coverage // J. Spacecr. Rockets. 2008. V. 45. N 2. P. 344–358.
12. *Davis D.C. et al.* Orbit maintenance and navigation of human spacecraft at cislunar near rectilinear halo orbits // 27th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. San Antonio. 2017. Paper AAS 17-269. 20 p.

УДК 629.782

Моделирование вращательного движения опытного образца малого космического аппарата АИСТ по данным тока зарядки панели солнечных батарей на программно-аппаратном стенде

Т.А. Ивашова, Е.С. Хнырева, С.Л. Сафронов

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева

Функционирование космической техники связано с дистанционным поддержанием в работоспособном состоянии бортовых систем и программного обеспечения. При выходе из строя элемента бортовой системы возникают задачи анализа состояния, выяснения причин отказа и восстановления функционала элемента бортовой системы с использованием доступных программно-технических и алгоритмических средств. В работе проведен анализ токов с панели солнечных батарей малого космического аппарата (МКА) АИСТ в целях оценки параметров вращательного движения спутника после значительной деградации аккумуляторной батареи. При этом целевая аппаратура и бортовые средства измерений оказались практически неработоспособны из-за отсутствия электропитания. Опытный образец МКА АИСТ не обладал полноценной системой управления. Однако существовала возможность снижения угловой скорости его вращения с помощью магнитных исполнительных органов научной аппаратуры МАГКОМ. Первичной информацией для работы магнитных исполнительных органов служили измерения магнитометрами вектора индукции магнитного поля Земли. После деградации аккумуляторной батареи исполнительные органы и средства измерений не могли выполнять свою функцию. Резервная система ориентации не была предусмотрена. Исходной информацией для оценки вектора угловой скорости стали данные о токе с панелей солнечных батарей (СБ). Однако для получения приемлемой оценки вектора угловой скорости необходимы более точные измерения токов, чем реализовано на борту МКА. Для моделирования вращательного движения МКА и сравнения результатов с оценками, полученными по результатам анализа телеметрической информации (ТМИ), был использован программно-аппаратный стенд моделирования систем малых космических аппаратов HIL US-03.

УДК 629.78

Расположение двигателей коррекции с учетом ограничений на изменение импульса в плоскости локального горизонта

А.С. Охитина, Я.В. Маштаков, С.С. Ткачев, С.А. Шестаков

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

В работе рассматривается задача расположения двигателей коррекции на борту геостационарного космического аппарата, стабилизированного в орбитальной системе координат. Из-за внешних возмущений, таких как влияние Луны, Солнца и несферичности земной поверхности, параметры орбиты спутника со временем меняются, и она перестает быть геостационарной. Для поддержания орбиты, как правило, используются реактивные двигатели коррекции. В общем случае реактивная тяга двигателей влияет не только на орбитальное движение аппарата, но также создает дополнительные моменты сил, которые, в свою очередь, должны быть скомпенсированы маховичной системой ориентации. В результате, маховики накапливают избыточный кинетический момент, для разгрузки которого расходуется рабочее тело. Такое решение, очевидно, является неоптимальным с точки зрения времени жизни аппарата. Рациональным было бы использование двигателей коррекции в том числе и для разгрузки маховиков.

Основной целью настоящей работы является разработка методики подбора количества и положения двигателей орбитальной коррекции. При этом полученная конфигурация двигателей должна удовлетворять нескольким условиям. Во-первых, должно обеспечиваться заданное изменение импульса аппарата в плоскости локального горизонта. Во-вторых, при этом необходимо обеспечивать разгрузку избыточного кинетического момента, накопленного маховиками. Кроме этого, при выходе из строя одного из двигателей коррекции работоспособность системы должна быть сохранена.

В работе найдены необходимые и достаточные условия для обеспечения коррекции параметров орбиты и разгрузки избыточного кинетического момента маховиков с учетом ограничений на изменение импульса аппарата в плоскости локального горизонта. Приведено численное решение задачи оптимального расположения двигателей.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда (№ 17-71-20117).

УДК 531.6

Проблемы наивного управления ориентацией спутника магнитной катушкой

Д.Н. Федянин

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Institute of Electrical and Electronics Engineers

Правильная ориентация спутника при движении по орбите важна для фото- и видеосъёмки поверхности земли, астрономических наблюдений и т. д. Использование магнитной катушки является одним из методов стабилизации ориентации. Взаимодействие с магнитным полем Земли магнитной катушки спутника приводит к возникновению момента силы. Таким образом управление величиной тока в магнитной катушке может иногда уменьшать энергию вращения спутника. Это происходит, когда правильным выбором величины магнитного момента совершается отрицательная работа.

Далее будем предполагать, что спутник снабжен устройствами определения своей ориентации, своего вращения (например, гироскоп из немагнитных материалов) и вычисления магнитного поля Земли (при заданной орбите и модели магнитного поля может вычисляться по времени пребывания спутника на траектории, однако тогда любые возмущения магнитного поля могут приводить к существенным ошибкам алгоритма управления и т. д.).

Три магнитных катушки позволяют выбирать произвольное направление магнитного момента и соответственно момента силы [4–6]. Если можно выбирать также произвольно малую величину и продолжительность тока, то при положительной кинетической энергии всегда можно

выбрать такое управление, что работа всегда будет отрицательной. Такое управление существует и для управления двумя магнитными катушками. Стабилизация ориентации спутника только одной катушки в общем случае недостаточно. Для этого необходимо использовать дополнительные устройства, например, демпфер, построенный на диссипации энергии через трение.

Существенными ограничениями применимости таких устройств являются: слабость магнитного поля Земли, зависимость большинства известных алгоритмов управления от точности определения ориентации спутника и вектора его вращения [3]. Тем не менее, подобные системы довольно распространены (рис. 1a [7]) и, в частности, используются на всемирно известном спутнике-телескопе Хаббл [2].

Рис. 1. (a) Пример устройства управления тремя катушками индуктивности Magnetorquer “SatBus MTQ”. (b) Макет интерактивного демонстрационного стенда [8]. (c) Интерактивный стенд для проверки алгоритма управления при вращении на плоскости

Оптимальные алгоритмы управления ориентацией спутника электромагнитными методами известны давно [1]. Примером такого управления может быть следующий простой наивный алгоритм (будем считать время действия тока достаточно малым по сравнению с изменением ориентации спутника):

1. Вычислим магнитные моменты и моменты сил катушки, для трех альтернатив: (1) ток включен в некотором направлении *a*, (2) ток включен в направлении *b*, противоположном направлению *a*, (3) ток выключен.
2. Для каждой из альтернатив вычислим сумму вектора вращения и возникающего момента, зависящего от ориентации спутника, и таким образом найдем предполагаемую изменившуюся энергию вращения спутника (определяемую через вектор кинетического момента).
3. Выбираем то действие, которое приведет к уменьшению энергии.

Результаты двух численных экспериментов на модели, разработанной в среде моделирования Unity3D (рис. 1c) приведены на рис. 2. Предварительная интерактивная версия модели (для ознакомления с точностью моделирования) размещена на сайте [8] (рис. 1b).

Рис. 2. Результат трех экспериментов. Момент включения тока выбирается произвольно (пользователем), а направление и величина тока – автоматически, в соответствии с алгоритмом управления. Горизонтальная ось – ось времени (секунды). Первые два эксперимента – вектор начального кинетического момента параллелен вектору момента силы, третий эксперимент – направление вектора начального кинетического момента не совпадает с направлением вектора момента силы

Помимо сильного предположения о кратковременном воздействии алгоритм содержит также очевидные недостатки:

1. Все три варианта могут никак не влиять на энергию. Такой случай возникает, когда катушка параллельна вектору магнитного поля Земли.
2. Если сила тока задана, то энергия в некоторых случаях не уменьшаться во всех трех

случаях. Например, когда вращение, вызванное магнитным моментом, в разы превосходит то вращение, которое требуется снизить. Но есть и менее очевидные случаи.

В тоже время алгоритм обладает некоторыми преимуществами и возможностями для устранения недостатков: (1) алгоритм просто и интуитивно понятен, (2) если есть возможность использования двух катушек, то очевидно, что параллельности суммарного (векторная сумма) магнитного момента магнитному полю Земли можно избежать, (3) уменьшив продолжительность тока, можно почти неограниченно уменьшать величину магнитного момента, что помогает в некоторых случаях устранять недостаток 2.

Литература

1. *White J.S., Shlgemoto F.H., Bourquin K.* Satellite attitude control utilizing the Earth's magnetic field // Technical note D-1068. Ames Research Center. National aeronautics and space administration. Washington. 1961.
2. *Beals G. A., Crum R. C., Dougherty H. J., Hegel D. K., Kelley J.L.* Hubble Space Telescope precision pointing control system // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1988. V. 11. N 2. P. 119–123.
3. *Dougherty H., Tompetrini K., Levinthal J., Nurre G.* Space telescope pointing control system // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1982. V. 5. N 4. P. 403–409.
4. *Ролдугин Д.С.* Исследование быстродействия и точности алгоритмов активной магнитной системы ориентации малого спутника: диссертация к. ф-м. н. М.: ИПМ РАН, 2013. 129 с.
5. *Ivanov D., Ovchinnikov M., Penkov V., Roldugin D., Doronin D., Ovchinnikov A.* Advanced numerical study of the three-axis magnetic attitude control and determination with uncertainties // Acta Astronautica. 2017. V. 132. P. 103–110.
6. *Ovchinnikov M.Yu., Ivanov D.S.* Overview of Attitude Control Systems for Cubesats // Proceedings of the 1st IAA Conference on University Satellites Mission and Cubesat Workshop. IAA Book Series. 2012. V. 2. N 1. P. 503–514.
7. Описание продукта Magnetorquer “SatBus MTQ” на сайте производителя. URL: https://n-avionics.com/subsystems/cubesat-magnetorquer-satbus-mtq/
8. Предварительный макет демонстрационного стенда. URL: http://mtas.ru/satweb/index.html

УДК 629.78

Исследование возможности управления групповым полетом на низких околоземных орбитах с помощью магнитной системы ориентации

***У.В. Монахова*[1,2], *Д.С. Иванов*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Использование группового полета малых спутников обещает прорыв в решении ряда фундаментальных и прикладных задач в космосе. Группа космических аппаратов, летающих на небольших относительных расстояниях, могла бы решить ряд амбициозных задач, таких как сборка орбитальной станции или строительство распределенной системы дистанционного зондирования. Основными преимуществами применения мультиспутниковых систем являются: способность одновременно выполнять множество экспериментов и повышение эффективности всей группы [1]. Однако для проведения исследований требуется навигация и управление относительным движением отдельного аппарата в группе. Малые спутники имеют значительные ограничения по массе, топливу и потребляемой энергии, поэтому наиболее интересными являются алгоритмы управления относительным движением без затраты ресурсов. В настоящей работе для формирования группового полета спутников, летящих на низкой околоземной орбите, будет рассмотрено управление с использованием аэродинамических сил. Аэродинамическая сила, действующая на космический аппарат, зависит от его ориентации, поэтому для достижения желаемого относительного движения на борту спутника требуется система управления ориентацией. Наиболее точными являются активные маховичные системы ориентации, однако такой подход затрагивает проблему насыщения и требуются энергетические затраты, что не всегда возможно для нано- и фемтоспутников. В настоящей работе рассматривается система управления ориентацией с использованием магнитных катушек для реализации необходимой величины аэродинамических сил. Для достижения ориентации на спутнике обрабатываются только измерения

магнитометра [2]. В данной работе рассматривается проблема построения группового полета малых спутников с использованием магнитных катушек для определения ориентации. Поскольку существуют определенные ошибки по скоростям отделения аппаратов от ракеты-носителя, относительные дрейфы неизбежны между спутниками. Для достижения ограниченных относительных траекторий требуется децентрализованное управление с помощью аэродинамических сил [3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №17-01-00449_а.

Литература

1. *Sabatini M., Reali F., Palmerini G.B.* Autonomous behavioral strategy and optimal centralized guidance for on-orbit self assembly // IEEE Aerosp. Conf. Proc. 2009. P. 12.
2. *Ivanov D.S.* [*et al.*]. Advanced numerical study of the three-axis magnetic attitude control and determination with uncertainties // Acta Astronaut. Elsevier. 2017. V. 132. P. 103–110.
3. *Монахова У.В., Иванов Д.С.* Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений. Препринт. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2018. № 151. С. 32.

УДК 629.78

Управление относительным движением двух космических аппаратов с солнечными парусами с изменяемой отражательной способностью

***Я.В. Маштаков*[1,2], *С.С. Ткачев*[1,2], *Т.Ю. Петрова*[1,2]**

[1] Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
[2] Московский физико-технический институт (государственный университет)

Спутниковые формации широко используются в космосе и позволяют решать ряд новых прикладных и научных задач. Более того, подобные конфигурации более надёжны по сравнению с одиночным спутником. В случае если один из аппаратов выйдет из строя, группа остальных сможет продолжить выполнение поставленной задачи. Основная проблема, возникающая при использовании формаций — удержание спутников на малом расстоянии друг от друга [1]. Из-за внешних возмущений спутники разлетаются, и формация разваливается.

Возможности управления относительным движением спутников разделяются на топливные (реактивные двигатели) и бестопливные (например, использование аэродинамического сопротивления или силы давления солнечного излучения [2]). В силу того, что топливо является ограниченным ресурсом, бестопливные способы управления набирают популярность. В настоящей работе рассматривается использование силы давления солнечного излучения.

В работе управление осуществляется с помощью поворота солнечного паруса [3] и изменения оптических свойств (коэффициент отражения) отдельных его частей. Рассматривается квадратный парус. Требуемое относительное движение является периодическим решением возмущенной задачи Хилла. Управление обеспечивает асимптотическую устойчивость заданной конфигурации при наличии внешних возмущений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты №№ 16-01-00739, 17-01-00449.

Литература

1. *Williams T., Wang Z.-S.* Solar Radiation Pressure and Formation-Keeping in Highly Elliptical Orbits // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. 2002. P. 1–14.
2. *Kumar K.D.* [*et al.*]. Maintenance of satellite formations using environmental forces // Acta Astronaut. 2014. V. 102. P. 341–354.
3. *Wie B.* Solar sail attitude control and dynamics. P. 1. // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2004. V. 27. N 4. P. 526–535.

УДК 629.785

Поддержание формаций спутников в окрестности коллинеарных точек либрации

***М.Ю. Воронина*[1], *М.Г. Широбоков*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

В настоящее время групповые полеты космических аппаратов получили широкое применение для решения фундаментальных и прикладных задач. Группы спутников используются для изучения магнитосферы Земли, поиска экзопланет и черных дыр [1–4]. Основной сложностью реализации группового полета являются поддержание пространственного положения космических аппаратов относительно друг друга и управление ориентацией спутников относительно объекта исследований. Важно отметить, что для исследования глубокого космоса рассматриваются групповые полеты на орбитах вблизи точек либрации. Рассмотрим наиболее известные работы по данной теме.

Для поиска экзопланет в работах [5, 6] исследуется формация двух спутников на близких гало-орбитах в окрестности точки L2 системы Солнце-Земля. Изучается эволюция расстояния между спутниками на орбитах с разной амплитудой. Обнаружено, что на высокой гало-орбите со временем спутники минимально смещаются относительно друг друга.

В работах [7–10] для нахождения устойчивой геометрии системы трех космических аппаратов используются параметры формы и размера формации, которые показывают, соответственно, изменение формы треугольной конфигурации и расстояния между спутниками со временем. Исследуется значение параметров в зависимости от типа орбиты вблизи точек либрации системы Солнце-Земля. Наиболее устойчивая формация наблюдается на гало-орбитах и орбитах Ляпунова вблизи точки L3.

Данная работа представляет собой обзор исследований и анализ методологии построения и поддержания формации спутников. Работа будет использована для разработки методов аналитического построения формаций космических аппаратов.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект 17-71-20117).

Литература

1. Understanding Earth: what the Cluster mission has taught us so far. http://sci.esa.int/jump.cfm?oid=59954
2. Darwin overview. http://www.esa.int/science/darwin
3. Official U.S. government information about the Global Positioning System. https://www.gps.gov/systems/gps/space/
4. Прикладной потребительский центр ГЛОНАСС https://www.glonass-iac.ru/guide/gnss/glonass.php#og/
5. *Heritier A., Howell K. C.* Dynamical evolution of natural formations in libration point orbits in a multi-body regime // Acta Astronautica. 2013. V. 102. P. 332–340.
6. *Heritier A., Howell K. C.* Regions Near the Libration Points Suitable to Maintain Multiple Spacecraft // Astrodynamics Specialist Conference. 2012. P. 1–20.
7. *Ferrari F., Lavagna M.* Suitable configurations for triangular formation flying about collinear libration points under the circular and elliptic restricted three-body problems // Acta Astronautica. 2016. V. 147. P. 374–382
8. *Dellnitz M.* [*et al.*]. Efficient Control of Formation Flying Spacecraft // New Trends in Parallel & Distributed Computing. 2006. P. 235–247.
9. *Ferrari F., Lavagna M.* Optimization of Triangular Formation Flying Configurations Under the Circular and Elliptic Three-Body Problem Dynamics Modelling // 25th International Symposium of Space Flight. 2015. P. 1–17
10. *Hao Peng, Xiaoli Bai.* New Natural Formation Flying Configurations in the Earth-Moon Elliptic Three-Body System // 9th International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying. 2017. P. 17–38.

УДК 629.785

Расчет траекторий перелёта за пределы Солнечной системы с использованием гравитационного манёвра у Юпитера

***Е.Р. Зайкова*[1], *М.Г. Широбоков*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

На сегодняшний день изучение космического пространства за пределами Солнечной системы происходит преимущественно на Земле и с орбит вокруг неё. В последнее десятилетие для сбора информации об объектах дальнего космоса активно используется метод гравитационного линзирования, который основан на эффекте преломления волн под действием гравитации звёзд и планет, галактик, скоплений галактик и масштабных структур [1]. Данный метод позволяет собрать информацию о самом объекте-линзе (или группе объектов) и о том, что находится за этим объектом. Проект Hubble Frontier Fields, основанный на эффекте линзирования, описан в работе [2]. Только в этом исследовании было обнаружено до 50 кандидатов в новые галактики, которые обнаружить современным инструментарием без применения гравитационного линзирования не представлялось возможным. Таким образом можно собрать информацию о тех системах, фокус которых лежит в окрестности околоземного пространства.

Ближайший к Земле фокус — это фокус солнечной гравитационной линзы. Отправка аппарата к этому фокусу поможет собрать данные о космических объектах, находящихся по другую от фокуса сторону Солнца. Однако для достижения этого фокуса требуется выйти далеко за пределы Солнечной системы в межзвёздное пространство.

9 октября 2018 года аппарат Voyager-2 достиг границы межзвёздного пространства. Это уже второй аппарат, покидающий пределы Солнечной системы. Первым был Voyager-1, который достиг границ Солнечной системы в 2012 году. Несмотря, на то, что основная задача этих аппаратов заключалась не в исследовании межзвёздного пространства, их выход за пределы системы дал старт для работы уже над межзвёздными миссиями. Такие миссии направлены на более детальное изучение космического пространства и расширяют круг возможностей для исследований.

В работе [3] описаны оптимальные траектории для достижения межзвёздного пространства с пролётом через объект пояса Койпера. В данной работе было показано, что применение пассивного гравитационного манёвра у Солнца и активный гравитационный манёвр у Юпитера значительно сокращают время выхода аппарата из Солнечной системы и позволяют существенно снизить необходимое значение отлётной скорости с орбиты Земли.

На расстояние до перигелия для гравитационного манёвра у Солнца имеется естественное ограничение. В заметке [4] рассматривалась миссия к Солнцу Parker, и минимальное расстояние, на которое аппарат сможет подойти к нему, равно 9.86 солнечным радиусам. Этим, на сегодняшний день, ограничены технические возможности аппаратов.

В настоящей работе получены численные характеристики для траектории полёта к фокусу солнечной гравитационной линзы, который находится на расстоянии 550 а.е. от Солнца. В расчётах использованы модель сопряженных конических сечений и модель точечных сфер действия. Исходя из данных статьи [3], для достижения необходимых скоростей вылета за пределы Солнечной системы используется гравитационный манёвр у Юпитера и последующий гравитационный манёвр у Солнца. Для первоначальной оценки траектории в расчётах используются только пассивные гравитационные маневры. Как и в заметке [4], наложено ограничение на минимальное расстояние до перигелия при гравитационном манёвре у Солнца.

В работе представлены результаты расчёта времени полёта в зависимости от расстояния до перигелия, расстояния до перицентра пролётной траектории у Юпитера, расстояния до перигея околоземной орбиты старта и начальной скорости аппарата в точке старта. Полученные данные ограничены предполагаемыми возможностями запуска современных космических аппаратов.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект №14-11-00621).

Литература

1. *Bartelmann M.* Gravitational lensing // Classical and Quantum Gravity. 2010. V. 27. N. 23. P. 292–377.
2. *Atek H.* [*et al.*]. New constraints on the faint end of the UV luminosity function at z ~ 7-8 using the gravitational lensing of the Hubble Frontier Fields Cluster A2744 // The Astrophysical Journal. 2015. V. 800. N. 1. P. 18–32.

3. *Arora N., Strange N., Alkalai L.* Trajectories for a Near Term Mission to the Interstellar Medium // Advances in the Astronautical Sciences. 2015. V. 156. P. 2678–2698.
4. *Fox N. J.* [*et al.*]. The Solar Probe Plus Mission: Humanity's First Visit to Our Star // Space Science Reviews. 2016. V. 204. P. 7–48.

УДК 004.93, 629.78

Определение углового движения по видеоизображению

***J.C. Molina*[1], *С.С. Ткачев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Для построения алгоритмов управления угловым движением спутника необходимо точно знать его текущую ориентацию и угловую скорость. Для решения этой задачи могут применяться различные датчики: солнечные, звездные, магнитометры и многие другие. В частности, достаточно популярным в настоящее время является использование распознавания фото- и видеоизображений. Как правило, такие системы устанавливаются на наземных испытательных стендах. Они позволяют проводить независимые измерения ориентации и угловой скорости, и, таким образом, служат для оценки корректности работы бортовых систем определения ориентации.

В настоящей работе рассматривается задача определения ориентации макета спутника по видеоизображению. При этом предполагается, что на макет нанесены специальные метки, положение и ориентация которых определяется в автоматическом режиме. Затем при помощи информации о положении меток восстанавливается ориентация макета.

Для улучшения работы алгоритма также необходимо провести калибровку камеры. В частности, требуют определения как внутренние параметры камеры (дисторсия, фокальное расстояние и др.), так и внешние (положение и ориентация камеры относительно лабораторной системы координат). Для этого, например, может использоваться метод Direct Linear Transformation [1–2].

Определение параметров камеры проходит в два этапа. На первом этапе при помощи шахматной доски, длина ячеек которой известна с высокой точностью, определяются все внутренние параметры камеры. Учитывая, что внутренние параметры являются постоянными и не меняются со временем, можно сделать большое количество различных положений шахматной доски и, таким образом, увеличить точность определения калибровочных параметров.

На втором этапе требуется определить положение камеры относительно некоторой лабораторной системы координат. Эта система координата также задается при помощи шахматной доски: одна ось ортогональна плоскости доски, еще две направлены по ее границам.

В настоящей работе для поиска калибровочных коэффициентов решается оптимизационная задача. Помимо этого, проводится анализ ошибок определения калибровочных коэффициентов в зависимости от разрешения камеры и количества опорных точек.

Литература

1. *Richard Hartley, Andrew Zisserman.* Multi View Geometry in computer vision, 2nd Edition.
2. *Richard J. Radke.* Computer Vision for Visual Effects.
3. *Aiqi Wang, Tianshuang Qiu, Longtan Shao.* A Simple Method of Radial Distortion Correction with Centre of Distortion Estimation. 2009.
4. *Paul Beardsley and David Murray*. Camera Calibration using Vanishing Points. Oxford: Department of Engineering Science, University of Oxford.
5. *Zhang.* A Flexible New Technique for Camera Calibration // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2000. V. 22(11). P. 1330–1334.
6. *Bouguet J.Y.* MATLAB calibration tool. http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/

УДК 629.785, 004.032.26

Управление и прогнозирование движения космического аппарата с малой тягой при помощи искусственных нейронных сетей

***А.В. Сорокин*[1], *М.Г. Широбоков*[2], *С.П. Трофимов*[2], *Ю.А. Худайбердиев*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Работа посвящена применению искусственных нейронных сетей в задаче оптимального перелета из точки в точку в рамках возмущенной модели задачи двух тел. Рассматривается задача оптимального по энергии перелета с двигателями малой тяги. Поставленная задача решается в ограниченной области фазового пространства.

Предполагается, что бортовой компьютер космического аппарата оснащен искусственной нейронной сетью, отвечающей за прогноз движения, и сетью, отвечающей за управление. Прогнозирующая нейронная сеть по текущему фазовому вектору и времени полета аппроксимирует фазовый вектор, в котором окажется космический аппарат через заданное время. Управляющая нейронная сеть аппроксимирует управление в соответствии с некоторой оптимальной траекторией, лежащей в рассматриваемой ограниченной области фазового пространства. Обе нейронные сети обучены в рамках невозмущенной задачи двух тел. Состояние аппарата и управление описываются в терминах фазовых и сопряженных переменных принципа максимума Понтрягина.

В докладе описывается реализация предлагаемых нейронных сетей, обосновывается выбор используемых алгоритмов обучения и архитектур нейронных сетей, а также приводятся результаты проектирования оптимальных траекторий.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) 18-31-00403.

УДК 629.785

Проектирование низкоэнергетических траекторий перелёта между системами Солнце–Земля и Солнце–Венера

***В.В. Шипицин*[1], *М.Г. Широбоков*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Хорошо известно, что с периодическими орбитами вокруг точек либрации в рамках круговой ограниченной задачи трёх тел связаны устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия [1]. Такие многообразия для различных систем трёх тел могут пересекаться как в фазовом, так и в координатном пространстве, или быть близкими, что позволяет с относительно малыми затратами топлива перемещаться между этими системами, а значит, и между соответствующими планетами/спутниками [2].

В работе проектируется траектория перелёта космического аппарата (КА) между системами Солнце–Земля и Солнце–Венера. Идея проектирования траектории схожа с рассматриваемым в [3] и [4] методами перелета к Марсу и Венере, соответственно. Цель же данной работы состоит в том, чтобы найти затраты характеристической скорости на двухимпульсные перелеты между целыми семействами неустойчивых периодических орбит в системах Солнце–Земля и Солнце–Венера.

Схема полёта КА строится следующим образом: в системе Солнце-Земля выбирается гало-орбита вокруг одной из коллинеарных точек либрации и вычисляется её неустойчивое многообразие; далее выбирается гало-орбита в системе Солнце-Венера и вычисляется её устойчивое многообразие; наконец, между найденными многообразиями ищется двухимпульсный перелёт.

Построение всей траектории производится в результате решения задачи оптимизации расхода топлива для перелёта, с помощью численных методов программного пакета MATLAB.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект №14-11-00621).

Литература

1. *Koon W.S.* [*et al.*]. Dynamical Systems, the Three-body Problem and Space Mission Design. Springer, 2008.

2. *Kakoi M.* [*et al.*]. Access to Mars from Earth-Moon Libration Point Orbits: Manifold and Direct Options // Acta Astronautica. 2014. V. 102. P. 269–286.
3. *Alonso G.P.* The Design of System-to-System Transfer Arcs Using Invariant Manifolds in the Multi-Body Problem: PhD Thesis. West Lafayette: Purdue University, 2006.
4. *Finocchietti C. et al.* Venus Transfer Design by Combining Invariant Manifolds and Low-Thrust Arcs // Acta Astronautica. 2014. V. 94. N 1. P. 351–362.

УДК 629.78

Программный комплекс для моделирования движения макетов микроспутников на аэродинамическом столе

Д.С. Иванов, М.О. Шачков, С.С. Ткачев

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Для проведения полунатурных испытаний системы управления движением космических аппаратов используются наземные стенды, позволяющие имитировать в усеченном виде его орбитальное и угловое движение. В ИПМ им. М.В. Келдыша РАН совместно с ОАО Спутникс создан стенд, представляющий собой аэродинамический стол, по которому на воздушной подушке движутся управляемые макеты спутников с тремя степенями свободы: одной вращательной и двумя поступательными. Макеты микроспутников оснащены вентиляторными двигателями, имитирующими двигатели малой тяги. На верхней крышке каждого макета закреплена специальная контрастная метка. Над столом установлена веб-камера, с помощью обработки снимков которой на стационарном компьютере определяется положение и ориентация макетов на столе, а также их линейная и угловая скорость. Эти измерения отсылаются по Wi-Fi на бортовой компьютер макетов, и по ним рассчитываются управляющие команды на актюаторы. Также на макетах установлены датчики для автономной навигации и определения углового движения.

С помощью стенда можно протестировать адаптированные для макетов алгоритмы управления как одиночным аппаратом, так и группой микроспутников. В частности, на стенде исследуются алгоритмы реконфигурации группы аппаратов, стыковки с некооперируемым объектом для имитации захвата космического мусора, алгоритмы управления спутниками с массивными нежесткими элементами конструкции.

Для упрощения проведения работ на стенде разработано программное обеспечение (ПО), реализующее методы взаимодействия пользователя со стендом. Перед началом проведения экспериментов с помощью ПО проводится автоматическая процедура калибровки возмущений, оказывающих влияние на поступательное и угловое движение, и калибровки двигателей макетов. ПО реализует базовые алгоритмы, позволяющие продемонстрировать возможности стенда. Для исследования конкретного алгоритма или для реализации сценария эксперимента также предоставлена возможность реализовать пользовательские функции как на стороне бортового компьютера макета, так и на стационарном компьютере. В докладе будет описана архитектура разрабатываемого комплекса ПО и приведены предполагаемые типовые сценарии использования стенда.

Исследование поддержано Министерством образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.607.21.0144, уникальный идентификатор ПНИЭР – RFMEFI60716X0144).

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Председатель: Ю.Г. Евтушенко (д.ф.-м.н., акад. РАН, профессор)

Зам. председателя: В.М. Кривцов (к.ф.-м.н., доцент)

Дата: 24.11.2018

Время: 14:00

Место: Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, стр. 2, ауд. 202 ЛК, МФТИ

УДК 625.76.08

Математическое моделирование влияния конструктивных факторов на характеристики процесса противогололёдной обработки покрытий

Я.С. Садовникова[1]

[1]Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет

Математическое описание движения капель жидкого противогололёдного реагента (ПГР) по распределительному диску, в кожухе которого установлены гидравлические форсунки, сводится к составлению системы дифференциальных уравнений, записанных для выбранных систем координат методом уравнений Ньютона. Введём систему координат $x'y'z'$, связанную с форсункой, и ось x, направленную вдоль лопатки диска.

Пусть конусообразная или веерообразная струя реагента, образованная каплями, истекает из сопла форсунки под некоторым давлением и углом α, создавая на поверхности диска зону распыления в виде круга или эллипса. При этом на каждую движущуюся к диску изолированную каплю действуют сила тяжести, сила инерции и сила сопротивления движению.

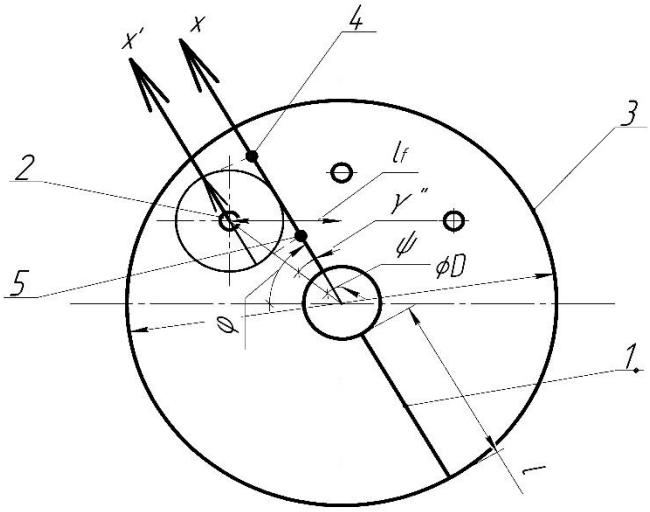


Рис. 1. Схема рабочего оборудования: 1 – лопатка диска, 2 – форсунка, 3 – диск, 4 – точка с координатой $x_{н\max}$, 5 – точка с координатой $x_{н\min}$

Запишем в общем виде уравнение движения капли по оси z' с учётом действующих сил:

$F_T = F_И + F_C$, где F_T – сила тяжести, Н; $F_И$ – сила инерции, Н; F_C – сила сопротивления движению капли, Н.

Или: $\ddot{z}' = g - (\frac{k_1 V_{z'}}{m_1})$, (1)

где m_1 – масса капли, кг; g – ускорение свободного падения, м/с^2; $V_{z'}$ – скорость движения капли по оси z', м/с; k_1 – коэффициент сопротивления движению, кг/с. При движении капли ПГР по оси x' на неё будут оказывать воздействие сила инерции и сила сопротивления воздушной среды. Уравнение движения по оси x' принимает вид

$$m_1 a_{x'} = F_C, \quad (2)$$

где F_C – сила сопротивления воздушной среды, Н.

Расчёт ведётся для условного диаметра сферической капли d_1. Начальная скорость капли при истечении из форсунки определяется величиной расхода реагента, диаметром сопла форсунки d_c и плотностью ПГР. Решение уравнений (1) и (2) предоставит возможность определить траекторию полёта капли в плоскости $x'z'$, а также начальную координату x'_0 капли, попадающей на диск. После достижения каплей диска процесс истечения заканчивается и начинается второй этап движения капли – перемещение её по диску. Принимая во внимание сложность изучения всех возможных траекторий движения капли по диску, рассмотрим движение капли вдоль лопатки из двух начальных положений, обозначенных точками 4 и 5 (рис. 1). При попадании капли на диск (в конце процесса истечения) её положение в системе координат $x'y'z'$ характеризовалось координатой x'_0. Для перехода к оси x, связанной с лопаткой диска и вращающейся вместе с ней, следует использовать информацию о расположении форсунок в кожухе диска. Чтобы определить значение $x_{н\max}$ (соответствующее точке 4 на схеме) и $x_{н\min}$ (соответствующее точке 5), используем следующие параметры: l_f – расстояние от продольной оси диска до продольной оси форсунки, м, γ — угол, характеризующий положение капли в системе координат $x'y'z'$, связанной с форсункой, град.; вспомогательные углы: $\gamma' = 90 - \psi$, град.; $\gamma'' = \varphi - \gamma'$, град. В таком случае,

$$x_{н\max} = (\frac{l_f}{\cos\gamma'} + x'_0)\cos\gamma'', \quad (3)$$

$$x_{н\min} = (\frac{l_f}{\cos\gamma'} - x'_0)\cos\gamma''. \quad (4)$$

Найденные координаты капли $x_{н\max}$ и $x_{н\min}$ являются начальными условиями, необходимыми для решения уравнения движения капли вдоль лопатки диска. Полученное в результате решения уравнений 1 и 2 значение скорости капли в проекции на ось x' также будет использовано при решении уравнения движения капли вдоль лопатки. Движение капли вдоль лопатки диска под действием внешних сил рассмотрено в работе [2]. Решение уравнения движения капли по диску при прохождении каплей пути, равного длине лопатки l, позволяет определить скорость слёта капли с диска. Скорость слёта определяет длину пути, проходимого каплей до попадания на покрытия, то есть ширину полосы обработки b [3]. Движение капель ПГР в воздушной среде изучено в [1]. Из главных конструктивных параметров, определяющих кинематические характеристики движения капли реагента (длина лопатки диска, тип форсунки и диаметр сопла форсунки, угол установки форсунки в кожухе), выберем для моделирования диаметр сопла форсунки dc и длину лопатки l. Рассмотрим зависимость скорости слёта капли с диска Vc и соответствующей ей ширины полосы обработки b от диаметра сопла форсунки dc (рис. 2). Зависимость скорости слёта капель с диска Vc от длины лопатки диска l представлен на рис. 3. На рисунках: ряд 1 – скорость слёта капли с диска Vc, ряд 2 – ширина полосы обработки b.

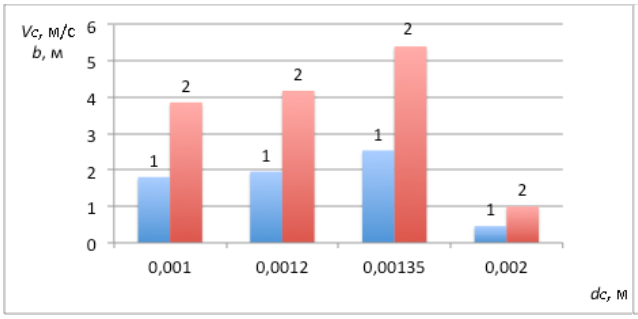


Рис. 2. Зависимость скорости слёта *Vc* капель с диска и ширины полосы обработки *b* от диаметра сопла форсунки *dc*

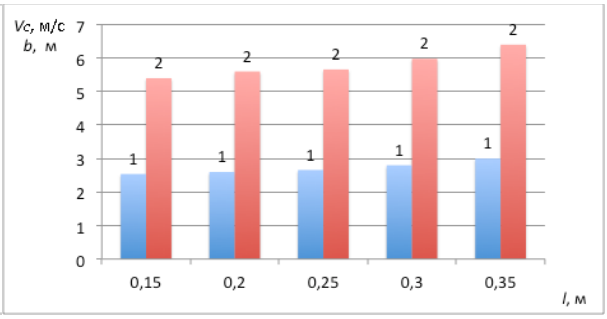


Рис. 3. Зависимость скорости слёта *Vc* капель с диска и ширины полосы обработки *b* от длины лопатки диска *l*

Литература

1. *Mandrovskiy K.P., Sadovnikova Y.S.* Characteristics of the droplet motion of a liquid antifreeze reagent // Magazine of Civil Engineering. 2018. N 03. P. 14–26. doi: 10.18720/MCE.79.2
2. *Баловнев В.И.* Машины для содержания и ремонта городских и автомобильных дорог. — Омск: Омский дом печати, 2005. 768 с.
3. *Мандровский К.П., Садовникова Я.С.* Влияние скорости машины на равномерность распределения противогололёдных реагентов // Механизация строительства. 2018. Т. 79. № 4. С. 60–64.

УДК 51-76

Математическое моделирование методов лечения в онкологии

И.С. Французова

Санкт-Петербургский государственный университет

На сегодняшний день в разных странах ведутся исследования в области математического моделирования процессов формирования, развития и лечения новообразований. Перспективы использования таких моделей в медицинских целях для прогнозирования течения заболевания определяют фундаментальный интерес данной задачи. Все рассматриваемые модели используют математический аппарат — дифференциальные уравнения в частных производных. Решение системы, как правило, производится с помощью численных алгоритмов.

В работе представлены математические модели лечения новообразований с учетом физиологических, патофизиологических и биохимических особенностей строения и функционирования рассматриваемых органов и систем жизнеобеспечения организма. Полученные численные решения исследованы на устойчивость, приведен анализ погрешностей полученных модельных результатов.

Рассматриваются основные наиболее распространённые методы лечения опухолевых процессов: криогенный метод, химиотерапия, таргет-медицина, лучевая терапия и иммунный ответ. Во всех подходах полагаем, что рост опухоли происходит в пространстве.

Криодеструкция — это хирургический метод лечения опухолей на начальных стадиях, зачастую наружных локализаций. Криогенное воздействие на клетку приводит к запуску сложных биохимических и физических процессов, в результате которых, клетка теряет жизнеспособность из-за необратимого разрушения. Вследствие процессов заморозки или оттаивания, ткани подвергаются дегидратации, а микрокристаллы льда, в свою очередь, вызывают повреждение мембран в клетках.

Положим u — плотность делящихся клеток. Рост клеток описывается уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mu u(1-u), \qquad (1)$$

В уравнении (1) Δ — оператор Лапласа, $\mu(1-u)$ — скорость изменения численности опухолевых клеток [1].

В случае лечения опухоли криогенным методом уравнения представляются в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mu u(1 - T_* / T - u)\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T\,. \tag{3}$$

где T_* — пороговое значение температуры, при которой прекращается размножение опухолевых клеток.

Химиотерапия — это нехирургический метод лечения злокачественных новообразований, путем применения специальных токсических препаратов, для уничтожения активно делящихся клеток. При этом здоровые клетки не подвергаются вредному воздействию, либо его стараются свести к минимуму. Химиотерапевтический метод — это яд для раковых клеток, который гарантирует их уничтожение путем нарушения процессов деления.

Уравнения для химиотерапевтического метода представлены следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial D_r}{\partial t} = \Delta D_r - aD_r u\,, \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mu u(1 - u) - bD_r u\,, \tag{5}$$

$$D_r\big|_{r=g} = f(t) \tag{6}$$

где D_r — концентрация химических препаратов, $aD_r u$ — скорость расхода лекарства на лечение, $f(t)$ — программа ввода препаратов [2].

Таргетная терапия — это разновидность химиотерапии, в которой используются препараты, блокирующие рост и распространение опухоли в организме. Специальные химические соединения непосредственно воздействуют на особые молекулы внутри раковой клетки, которые участвуют в росте и развитии опухолевой ткани, при этом практически не затрагивая здоровые клетки. Лекарство подавляет рост и развитие неоангиогенеза в злокачественном новообразовании и блокирует доступ кислорода к клеткам, в результате чего опухоль не имеет возможности дальнейшего роста и метастазирования. Лекарство осуществляет направленное движение к месту локализации опухолевых клеток.

Данный метод описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mu u(1 - u) - bD_r u\,, \tag{7}$$

$$\frac{\partial D_r}{\partial t} = \Delta D_r - \chi div\left(D_r gradu\right) - aD_r u\,, \tag{8}$$

$$D_r\big|_{r=g} = f(t)\,. \tag{9}$$

где $f(t)$ — программа ввода препаратов, $bD_r u$ — скорость уменьшения числа опухолевых клеток за счет действия лекарства, χ — коэффициент, характеризующий подвижность лекарств по направлению к опухолевым клеткам [3].

Лучевая (радио-) терапия — это применение ионизирующего излучения для уменьшения размеров новообразования путем уничтожения раковых клеток. Направленный поток энергии воздействует непосредственно на генетический материал клетки и повреждает его, вследствие чего, атипичные клетки теряют способность к дальнейшему росту, развитию и делению. При случайном воздействии на соседние здоровые клетки большинство из них могут восстановиться и вернуть способность к нормальному функционированию.

Метод лучевой терапии и иммунный ответ описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \mu u(1 - u) - a_1 Lu - bR(t)\,, \tag{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = V(L_0 - L) - a_2 uL\,, \tag{11}$$

где $R(t)$ — программа облучения, L — генерируемые иммунной системой «киллеры» опухолевых клеток [4].

Решение представленных систем производится с помощью численного алгоритма для нелинейной граничной задачи с использованием метода конечных разностей.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ «мол_а» № 18-31-00323.

Литература

1. *Zhukova I.V., Kolpak E.P., Balykina Y.E.* Mathematical model of growing tumor // Applied Mathematical Sciences. 2014. V.8. N 30. P. 1455–1466.
2. *Kolpak E.P., Frantsuzova I.S.* Causes of morbidity and mortality from breast cancer // Eurasian Journal of Analytical Chemistry. 2017. V. 12, 5b. P. 779–791.
3. *Абузярова Р.Т., Колпак Е.П.* Математическая модель лейкоза // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. № 12 (66). Часть 5. С. 6–12.
4. *Ovsyannikov D.A., Kotina, E.D. and Shirokolobov A.Y.* Mathematical methods of motion correction in radionuclide studies // Problems of Atomic Science and Technology. 2013. V. 88. N 6. P. 137–140.

УДК 534.11

Погрешность метода вычисления периода колебаний математического маятника.

***И.Д. Кисляков*[1], *А.А. Домунян*[2]**

[1]ГБОУ школа №67

[2]Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

В статье приводятся результаты математического моделирования колебаний маятника, приводится зависимость погрешности метода пренебрежения $\sin(\varphi) = \varphi$.

Рассмотрим математический маятник (рис. 1). В начальном состоянии маятник отведён на угол φ по вертикали и отпущен без начальной скорости. Рассчитаем ускорение и численно решим задачу Коши.

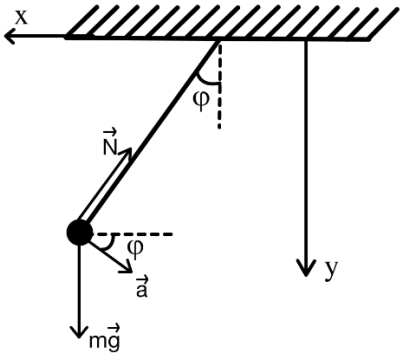


Рис. 1. Математический маятник

$$\sin(\varphi) = \frac{x}{l}\ , \tag{2}$$

$$a\sin(\varphi) = \frac{mg - N\cos(\varphi)}{m}, \tag{3}$$

$$a\cos(\varphi) = \frac{N\sin(\varphi)}{m}\ . \tag{4}$$

Из полученных уравнений следует:

$$a = g\sin(\varphi)\ , \tag{5}$$

$$a_x = g\sin(\varphi)\cos(\varphi)\,. \tag{6}$$

Обычно, считая угол φ малым, округляют $\sin(\varphi) \approx \varphi$ и считают $\cos(\varphi) \approx 1$, и тем самым уравнение (5) упрощается до

$$a_x = \frac{g * x}{l} \quad . \tag{7}$$

Проинтегрировав его, получим период колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \tag{8}$$

Числено проинтегрируем уравнение (5), которое справедливо при любых начальных углах отклонения φ и сравним полученные результаты периода колебаний с расчётными, вычисленными по формуле (7). Результаты для некоторых углов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Погрешность формулы (7) относительного проинтегрированного уравнения (5) в зависимости от начального угла отклонения маятника

φ	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	89°
формула (7)	2,006	2,006	2,006	2,006	2,006	2,006	2,006	2,006	2,006
числ. интегр.	2,018	2,053	2,115	2,207	2,336	2,515	2,765	3,135	3,793
погрешность	0,6%	2,3%	5,2%	9,1%	14,1%	20,2%	27,5%	36,0%	47,1%

Нарисуем графики колебаний маятника при различных углах φ и сравним его с эталонной синусоидой для того, чтобы увидеть, насколько реальные колебания маятника отличаются от синусоиды, которой принято обычно представлять колебания.

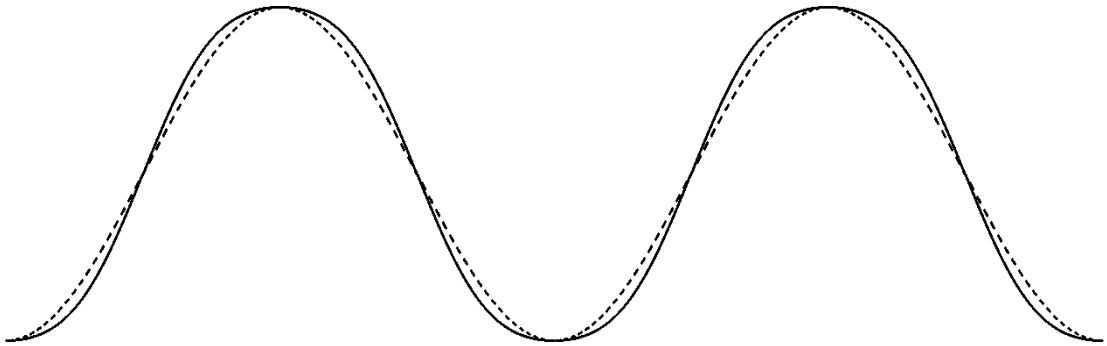


Рис. 2. График колебаний маятника при начальном отклонении 80° и синусоида

На Рис.2 изображен график колебаний маятника при начальном угле отклонения 80° (обозначен сплошной линией) и синусоида (обозначена пунктиром) с периодом численно равным периоду полученных колебаний маятника и амплитуде равной амплитуде колебаний маятника. Мы можем видеть, что сам график внешне напоминает синусоиду, хотя ею и не является. Чем больше начальный угол отклонения, тем меньше график похож на синусоиду. На Рис.3 изображены те же колебания, но с начальным углом отклонения маятника в 89°.

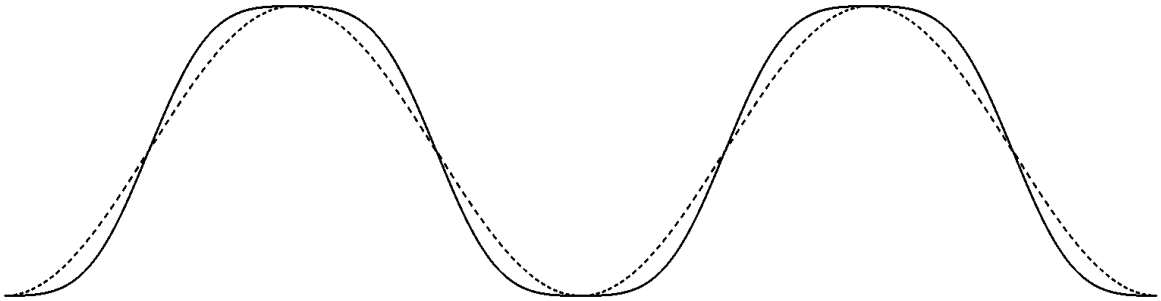


Рис. 3. График колебаний маятника при начальном отклонении 89° и синусоида.

При моделировании колебаний реального маятника с начальным углом отклонения меньше 80° вполне можно считать гармоническими, но частоту колебаний и период в формуле (7) домножать на поправочный коэффициент, полученный в результате матмоделирования и указанный в табл.1 в строке «погрешность».

Литература

1. *Мякишев Г.Я., Синяков А.З.* Физика. Колебания и волны. 11 класс профильный уровень. 10-е издание. М.: Дрофа, 2012. 288 с.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Том 1. Механика. 4-е издание. М.: Физматлит, 2005. 560 с.

УДК 51-76

Алгоритмы на графах в задаче выделения информативной части из общей сети белок-белковых и белок-метаболитных взаимодействий

***А.С. Красиков*[1], *А.А. Сорокин*[1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Приложения теории графов находят широкое применение в различных областях науки, начиная от экономики, коммуникационных систем и заканчивая химией и биологией. С точки зрения молекулярной биологии реакции, происходящие в клетках, естественно представлять в виде ориентированного графа. Узлами в нем являются вещества, а наличие ребра свидетельствует о возможной реакции. На сегодняшний день существует много баз данных, в которых содержится огромное количество информации о возможных реакциях. Сконструированные из таких баз данных графы могут иметь ~10^4 вершин и ~10^6 ребер. Разработка алгоритмов для выделения биологически значимой информации из такого большого объема данных становится весьма трудной задачей.

Особого внимания заслуживают сети, представляющие белок-белковые взаимодействия, а также взаимодействия между продуктами метаболизма. Например, анализ таких сетей вместе с данными, полученными из эксперимента, позволяет определять пути, которые обычно не активны в здоровых клетках, но наблюдаются в больных. Это является ключом к пониманию причин заболевания. Для того чтобы проводить такое сравнение, необходимо по заданному набору веществ, концентрации которых различны в тканях больных и здоровых пациентов, выделять возможные промежуточные элементы метаболического или сигнального пути, используя граф, полученный из баз данных.

Такая задача имеет свой аналог в теории графов: проблема Штейнера о минимальном дереве. Ее классическая постановка имеет следующий вид. Дан связный невзвешенный граф $G=(V,E)$ и множество узлов, называемых терминалами $S \subset V$. Требуется найти минимальный связный подграф $G'=(V',E')$, такой что:

1. $S \subseteq V' \subseteq V$,
2. $E' \subseteq E$.

Известно, что это NP-полная задача [1]. В работе рассматриваются различные эвристические подходы для поиска дерева Штейнера.

Биологические данные, которые содержатся в базах данных, не являются абсолютно точными, поэтому каждому ребру и каждому узлу присваивается вес, который отражает степень достоверности данных. Для повышения степени релевантности результирующей сети задача обобщается на случай взвешенных графов. В теории графов такая постановка известна как Prize-Collecting Steiner Tree Problem (PCST) и формулируется она следующим образом. Дан связный взвешенный граф $G=(V,E)$ с весами узлов $p(v)$ и весами ребер $c(e)$, а также набор терминалов $S \subset V$. Требуется найти подграф $G'=(V',E')$, такой что $S \subseteq V' \subseteq V, E' \subseteq E$, который минимизирует следующую функцию:

$$f(G') = \beta \sum_{v \notin V'} p(v) + \sum_{e \in E'} c(e).$$

Помимо рассмотрения алгоритмов решения этой оптимизационной задачи, в работе обсуждаются вопросы оценки качества результирующего дерева и способы обобщения на случай

несвязного входного графа.

Язык программирования R очень часто используется в биоинформатических исследованиях. Для решения классической задачи Штейнера существует пакет `SteinerNet`, который сейчас доступен в официальном репозитории CRAN. Результатом работы является рефакторинг и расширенное тестирование кода этого пакета. Для решения PCSTP был создан пакет `pcSteiner`, который в отличие от существующих адаптирован для работы с биологическими сетями: он может работать с несвязным входным графом; определенным образом объединять результирующие деревья, для получения более сложного графа, который способен отразить сложность метаболических путей; оценивать качество решения. Исходный код опубликован на платформе GitHub.

Литература

1. *Sadeghi A., Froehlich H.* Steiner tree methods for optimal sub-network identification: an empirical study // BMC Bioinformatics. 2013. V. 14. P. 144.
2. *Bailly-Bechet M., Borgs C., Braunstein A., Chayes J., Dagkessamanskaia A., Francois J.M., Zecchina R.* Finding undetected protein associations in cell signaling by belief propagation // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2011. V. 108 (2). P. 882–887.
3. *Bayati M.* [*et al.*]. Statistical mechanics of Steiner trees // Phys Rev Lett. 2008. 101:037208.
4. *Pirhaji L., Milani P., Leidl M., Curran T., Avila-Pacheco J., Clary B. Clish, White F., Saghatalian A., Fraenkel E.* Revealing Disease-Associated Pathways by Network Integration of Untargeted Metabolomics // Nature Methods. 2016. V. 13. P. 770–776.
5. *Mezard M., Montanari A.* Information, Physics and Computation. — New York: Oxford University Press, 2009. 584 p.

УДК 519.688

Комплекс программ для решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка

Я.Ю. Кузив

Российский университет дружбы народов

В этой работе рассматривается решение дифференциальных уравнении в частных производных первого порядка, коэффициенты которых заданы на нескольких подобластях различными символьными выражениями, и описание метода ее решения.

Задача решается в пространстве R^5, точками которого служат всевозможные наборы $\{x, y, z, p, q\}$. Пусть это пространство поделено на несколько областей $G_1 \ldots G_k$, причем условия точки принадлежности к той или иной области заданы в виде неравенств. Также пусть заданы такие символьные выражения $F_1 \ldots F_k$, что $F|_{G_i} = F_i \quad \forall i = 1 \ldots k$. Для решения системы дифференциальных уравнений используется метод Рунге–Кутты четвертого порядка. Общее нелинейное уравнение в частных производных первого порядка с двумя независимыми переменными имеет вид

$$F(x, y, u, p, q) = 0, \tag{1}$$

где $p = \dfrac{\partial u}{\partial x}, q = \dfrac{\partial u}{\partial y}$. Такие уравнения часто встречаются в аналитической механики, теории оптимального управления, динамическом программировании, геометрической оптике и во многих других областях. Например, мы можем решать уравнения геометрической оптике, такие как уравнение эйконала [1]. Уравнения будут решаться с помощью метода характеристик. Для этого надо свести уравнение к характеристической системе обыкновенных дифференциальных уравнений [2]

$$\frac{dx}{F_p} = \frac{dy}{F_q} = \frac{du}{pF_p + qF_q} = \frac{-dp}{F_x + pF_u} = \frac{-dq}{F_y + qF_u}, \tag{2}$$

где $F_x = \frac{\partial F}{\partial x}, F_y = \frac{\partial F}{\partial y}, F_u = \frac{\partial F}{\partial u}, F_p = \frac{\partial F}{\partial p}, F_q = \frac{\partial F}{\partial q}$.

Из (2) мы можем найти кривые, именуемые характеристиками. Вначале мы задаем начальные значения для каждой характеристики, определяющие его поведение в начальный момент времени, так чтобы (1) являлось тождеством. Можно задавать условия двумя способами: в виде «светящейся точки» и в виде кривой. В случае «светящейся точки» мы задаем переменные *x, y, u*, которые задают значение функции в начальный момент, а переменные *p* и *q* задают начальные скорости изменения *u* (углы под которыми выходят характеристики). Кроме этого можно задать условия в виде кривой. В данном случае каждая точка кривой задается с помощью переменных *x, y, u* и скоростями *p* и *q*, задающими угол, под которыми характеристики будут двигаться в начальный момент. Так же надо следить, чтобы эти условия удовлетворяли (1).

Этот метод был реализован на объектно-ориентированном языке программирования Python в среде программирования Jupyter Notebook с использованием пакета Sympy. Рассмотрим в качестве примера уравнение эйконала $p^2 + q^2 = n^2(x, y)$, где n^2 имеет следующий вид:

$$n^2(x, y) = \begin{cases} 2 - x^2 - y^2, & x^2 + y^2 < 1, \\ 1, & x^2 + y^2 < 1 . \end{cases}$$

В данном примере подразумевается, что мы имеем две области: круглую линзу Люнебурга и среду, в которой она находится (например, воздух) [3]. Решение, полученное из набора характеристик, продемонстрировано на рис. 1.

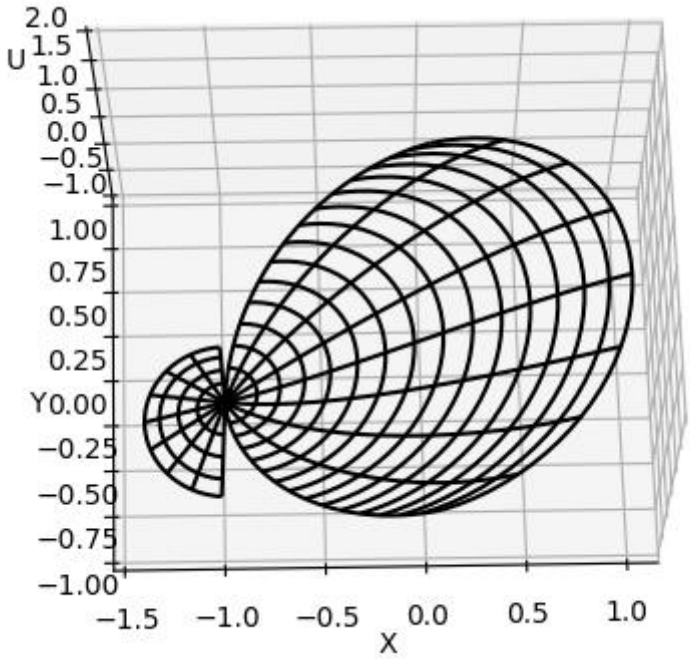


Рис. 1. График поверхности, описывающей частное решение уравнения эйконала

Результаты проведенных вычислений сравнивались с частными случаями решения уравнения эйконала.

Литература

1. *Enquist B., Runborg O.* Computational high frequency wave propagation // Acta Numerica. Unuversity Press. 2003. V. 12. P. 181–266.
2. *Зайцев В.Ф., Полянин А.Д.* Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка М.: Физматилит, 2003. 416 с.
3. *Lock J.* Scattering of an Electromagnetic Plane Wave by a Luneburg Lens // Journal of the Optical Society of America A: Optics Image Science and Vision. 2008. V. 25. P. 2980—2990.

УДК 51-74:662.61

Особенности численного моделирования сжигания кислых газов в реакционных печах Клауса

И.Р. Каримов, Л.Р. Минибаева, А.В. Клинов

Казанский национальный исследовательский технологический университет

Для разработки новых конструкций горелочных устройств, а также анализа работы существующих с целью увеличения их эффективности все большее распространение получают методы вычислительной гидродинамики, позволяющие получить детальную картину по полям скорости, температур, компонент и др. При этом частично отпадает необходимость в дорогостоящих физических экспериментах, поскольку появляется возможность усовершенствования конструкции аппарата на основе результатов моделирования. Сущность процесса Клауса заключается в переработке сероводородного газа в серу по окислительному методу с применением термической и каталитической ступеней [1].

Поставленные задачи связаны с численным решением системы дифференциальных уравнений сохранения массы, импульса и энергии, законов кинетики с использованием метода контрольного объема с привлечением вычислительного комплекса Ansys Fluent [2]. Учитывая вычислительную сложность и большой размер аппарата, расчетная область разбивается на части: 1 и 2 — области подачи кислого газа и окислителя, которые решаются в трехмерной постановке, результаты по составляющим скорости используются в качестве граничных условий на входе для расчета горения в печи; 3 — область горения в печи Клауса в двумерной постановке.

Для проведения численного эксперимента определен следующий алгоритм:

I. Расчет поля скорости в области подачи кислого газа в трехмерной постановке задачи.

Во внешней CAD-системе Solidworks создается геометрия области подачи кислого газа, которая импортируется в модуль Design Modeler, в котором задаются все необходимые сопряжения тел и типы граничных условий. Далее выполняется пространственная дискретизация расчетной области: в модуле Meshing производится автоматическое построение расчетной сетки [3]. На следующем шаге модель загружается в Solver (решатель), непосредственно в Ansys Fluent, в котором выбирается модель турбулентности — RNG k-ε модель с опцией преобладания закрученного потока (Swirl Dominated Flow), подключается уравнение энергии, задаются исходный состав кислого газа и его физические свойства, задаются массовый расход, температура и избыточное давление для входного потока, задается давление граничного условия на выходе. Расчет продолжается до тех пор, пока значения невязок не станут меньше 10^{-3} и среднее значение скорости в заранее выбранной точке не выйдет на постоянную величину. Из данной задачи извлекаются тангенциальная, радиальная и осевая составляющие скорости на выходе из области подачи кислого газа.

II. Расчет поля скорости в области подачи окислителя в трехмерной постановке задачи.

По аналогии с I задачей решается задача расчета поля скорости в области подачи окислителя, из которой также извлекаются тангенциальная, радиальная и осевая составляющие скорости на выходной границе, которые в дальнейшем послужат граничными условиями для входных границ непосредственно в область горения печи Клауса.

III. Расчет процесса горения в печи Клауса.

Данная задача решается в двумерной постановке с осесимметричным завихрением (Axisymmetric Swirl). Посредством CAD-системы Solidworks создается геометрия симметричной модели реакционной печи с разделением на участки (горелка, ячеистая перегородка, камера реакционной печи) в двумерном пространстве. Для обозначения типов границ и их сопряжения модель импортируется в Design Modeler. На следующем шаге в Meshing выполняется автоматическое построение расчетной сетки. Непосредственно в Ansys Fluent подключается уравнение энергии; выбирается RNG k-ε модель турбулентности с масштабируемыми пристеночными функциями (Scale wall function) и опциями преобладания закрученного потока (Swirl Dominated Flow) и дифференциально-вязкостной моделью (Differential Viscosity Model); задаются избыточное давление, температура и рассчитанные в первых двух задачах составляющие скорости на входе, как для кислого газа, так и для окислителя; задается граничное условие на выходе — Outlet; задается ось симметрии — Axis; выбираются объемные реакции (Volumetric) с механизмом Eddy Dissipation и задается информация по химическим реакциям (в свойствах смеси —взаимодействующие компоненты и продукты реакций, стехиометрия – в настройках реакций).

В результате выполненных расчетов могут быть получены поля скоростей, температур,

распределение компонентов и другие интересующие величины.

В качестве примера на рисунке приведены результаты расчетов по распределению массовой доли серы в печи Клауса для задачи окисления кислого газа, содержащего 80% масс. сероводорода и 20% масс. диоксида углерода, для задач с различным содержанием кислорода в окислителе. Из рисунка видно, что увеличение кислорода вдвое дает увеличение максимального выхода серы в 1,6 раз, а при обогащении кислородом до 100% об. — в 2,2 раза.

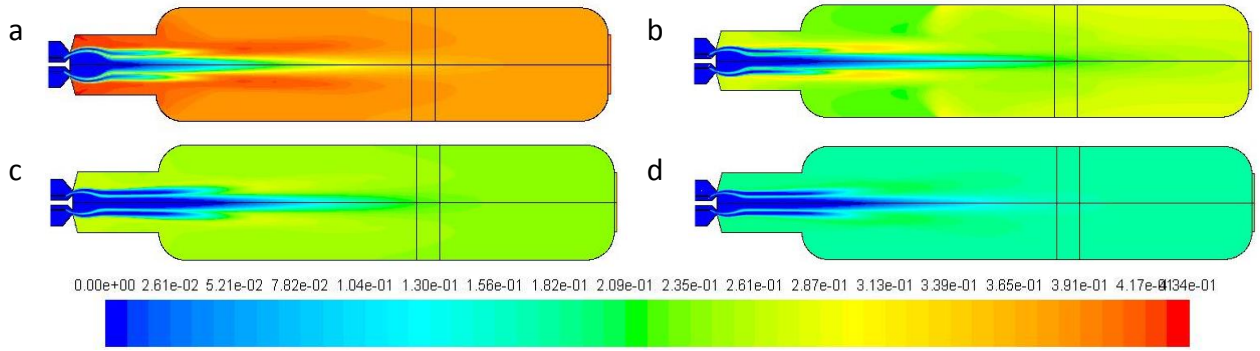


Рис. 1. Распределение массовой доли серы в реакционной печи Клауса в зависимости от содержания кислорода в окислителе: a —100% O_2, b — 40% O_2, c — 28% O_2, d — 21% O_2

Литература

1. *Голубева И.А., Морозкин Ф.С.* Основные направления повышения эффективности процесса Клауса // Нефтегазохимия. 2015. № 3. С. 77–84.
2. *Каримов И.Р., Клинов А.В., Минибаева Л.Р.* Моделирование процесса вихревого горения кислого газа в программе Ansys Fluent на примере реакционной печи установки Клауса // Вестник технологического университета. 2017. Т. 20. № 17. С. 112–116.
3. *Федорова Н.Н., Вальгер С.А., Данилов М.Н., Захарова Ю.В.* Основы работы в ANSYS 17. — М.: ДМК Пресс, 2017. 210 с.

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Председатель: В.К. Леонтьев (д.ф.-м.н., профессор)

Зам. председателя: С.П. Тарасов (к.ф.-м.н.)

Секретарь: С.А. Довгаль (асс.)

Дата: 24.11.2018

Время: 10:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 903 КПМ, МФТИ

УДК 519.17

О вероятностных распределениях на независимых множествах в графах

М.Н. Вялый

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Московский физико-технический институт (государственный университет)
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Одним из методов в построении приближенных алгоритмов является порождение близких к равномерному распределений на сложных комбинаторных структурах. В частности, на этом пути были построены эффективные и достаточно точные приближенные алгоритмы вычисления перманента (0-1)-матриц (что то же самое, подсчета количества совершенных паросочетаний в двудольном графе), см. [1].

Эти методы основаны на построении случайного блуждания по паросочетаниям графа. Аналогичные методы рассматривались и для многих других задач, в частности, для задачи о максимальном независимом множестве (см. [2]).

Однако задача о максимальном независимом множестве устроена хуже задачи о подсчете количества совершенных паросочетаний. В частности, имеет место следующий результат.

Теорема 1. ([2]) *Если существует полиномиальный по времени алгоритм порождения равномерного распределения на независимых множествах графа, то класс NP совпадает с классом RP.*

Учитывая связи между равномерным порождением и приближёнными алгоритмами, этот факт не выглядит удивительным. Хорошо известна трудность приближённого решения задачи о максимальном независимом множестве.

Теорема 2. ([3]) *Из существования приближенного полиномиального алгоритма для задачи о максимальном независимом множестве с мультипликативной точностью, ограниченной любой степенью от числа вершин графа, меньшей единицы, следует совпадение классов P и NP.*

Из этой теоремы нетрудно также вывести аналогичное утверждение при условии существования вероятностного приближённого алгоритма для задачи о максимальном независимом множестве. В этом случае получаем включение класса NP в класс BPP, которое также представляется маловероятным.

Целью данной заметки является усиление теоремы 1, основанное на теореме 2.

Теорема 3. *Включение класса NP в класс BPP следует из существования полиномиального вероятностного алгоритма, порождающего на независимых множествах графа распределение, статистическое расстояние от которого до равномерного меньше максимально возможного расстояния на величину, убывающую с ростом количества вершин как обратный полином.*

Напомним, что статистическое расстояние между двумя вероятностными распределениями — это максимум разности между вероятностями одного и того же события по этим двум распределениям. Поэтому статистическое расстояние ограничено сверху единицей. Так что теорема

3 утверждает по сути, что в предположении о том, что класс NP не включен в класс BPP, все полиномиально порождаемые распределения на независимых множествах удалены от равномерного на «почти максимальное» расстояние.

Лемма 1. *Если выбирать независимые множества в графе по равномерному распределению на всем семействе независимых множеств, то математическое ожидание размера случайного независимого множества не меньше, чем размер максимального независимого множества с точностью до множителя, ограниченного обратным двоичным логарифмом от количества вершин в графе.*

Эта лемма получается несложными оценками математического ожидания. Они основаны на том простом соображении, что средний размер случайного подмножества в независимом множестве равен половине размера множества, а самих подмножеств максимального независимого множества достаточно много.

Аналогичными соображениями получается также оценка на вероятность того, что размер случайного независимого множества, выбранного по равномерному распределению, меньше размера максимального независимого множества на множитель, который ограничен степенью от количества вершин графе. Назовем такое независимое множество полиномиально малым.

Лемма 2. *Для любого положительного показателя степени и достаточно большого количества вершин в графе вероятность выбрать полиномиально малое множество экспоненциально убывает в зависимости от величины максимального независимого множества.*

Из этой леммы несложными рассуждениями следует основная теорема 3.

Из алгоритма, указанного в условии теоремы, построим полиномиальный вероятностный алгоритм, который решает задачу о максимальном независимом множестве в условиях теоремы 2. Отсюда получаем искомое включение сложностных классов, используя сводимости, описанные в работе [3].

Искомый алгоритм строит достаточно много независимых множеств, выбираемых по распределению, порождаемому алгоритмом из условия теоремы, и выдаёт в качестве ответа множество наибольшего размера. Точное количество множеств, которые использует алгоритм, определяется оценкой на стастисическое расстояние до равномерного распределения.

Оценим вероятность ошибки этого алгоритма, то есть вероятность события «ответ алгоритма меньше размера максимального независимого множества на множитель, который ограничен некоторой положительной степенью количества вершин». Если размер максимального независимого множества в графе не превосходит этого множителя, то ошибки заведомо нет. В противном случае применяем лемму 2. Из этой леммы следует, что вероятность ошибки при выборе одного множества отличается от единицы на величину, не меньшую обратного многочлена от количества вершин в графе. Завершает доказательство стандартное усиление вероятностей.

Замечание. Оценка леммы 2 используется в доказательстве теоремы 3 не самым сильным образом. Аналогичными рассуждениями можно построить для задачи о максимальном независимом множестве приближённый алгоритм, который работает за субэкспоненциальное время (в показателе степени стоит какая-то положительная степень количества вершин), если предположить существование алгоритма, который порождает распределение на кликах, статистическое расстояние от которого до равномерного отличается от максимально возможного (единицы) на субэкспоненциально убывающий множитель. Отсюда и из результата работы [3] следует, что для любой задачи из класса NP существуют алгоритмы, работающие за субэкпоненциальное время со сколь угодно малым показателем степени. Это не влечет сомнительных включений стандартных сложностных классов, однако противоречит гипотезе экспоненциального времени (ETH, см. [4]).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, номер проекта 17-01-00300, программы 0063-2016-0017 III.1 ОМН РАН. Исследование также финансировалось в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Литература

1. *Jerrum M., Sinclair A., Vigoda E.* A polynomial-time approximation algorithm for the permanent of a matrix with nonnegative entries // J. ACM. 2004. V. 51. P. 671–697.
2. *Sinclair A.* Algorithms for Random Generation and Counting: A Markov Chain Approach. — Springer Science & Business Media, 2012. 147 p.
3. *Håstad J.* Clique is hard to approximate // Acta Math. 1999. V. 182. N 1. P. 105–142.
4. *Impagliazzo R., Paturi R.* On the Complexity of k-SAT // Journal Computer and System Sciences. 2001. V. 62. P. 367–375.

УДК 512.77

Эллиптические точки на графиках многочленов третьей степени

А.В. Селиверстов

Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

Вещественная проективная гиперповерхность служит множеством нулей некоторой формы, то есть однородного многочлена от однородных координат, над полем вещественных чисел. Например, все плоские кривые, а также поверхности в трехмерном пространстве – это гиперповерхности. Гиперповерхность может иметь особые точки. В особой точке градиент соответствующей формы обращается в нуль.

Гладкая точка P гиперповерхности F называется *эллиптической*, если P является изолированной вещественной точкой пересечения гиперповерхности с касательной гиперплоскостью к F в этой точке P и вторая фундаментальная форма положительно определена; это свойство можно эффективно проверить. Для аффинных гиперповерхностей можно предположить, что метрика индуцируется некоторой евклидовой метрикой в объемлющем аффинном пространстве. На самом деле определение не зависит от выбора конкретной метрики. Более того, аффинную часть можно выбрать произвольно. Таким образом, существование эллиптической точки является свойством проективной гиперповерхности. В достаточно малой аналитической окрестности эллиптической точки гиперповерхность аппроксимируется эллиптическим параболоидом. В проколотой окрестности гиперповерхность находится в одном открытом полупространстве, ограниченном касательной гиперплоскостью.

Теорема 1. *Дана вещественная проективная кубическая гиперповерхность F. Если на F существует эллиптическая точка P, то на F не лежит никакая вещественная прямая, состоящая из особых точек на F.*

Доказательство от противного. Предположим, что существуют эллиптическая точка P и вещественная проективная прямая L, состоящая из особых точек гиперповерхности F. Обозначим через T проективную касательную гиперплоскость к F в точке P. Точка P служит изолированной вещественной точкой сечения F гиперплоскостью T, поскольку P эллиптическая. С другой стороны, это сечение содержит две особые точки: точку P и некоторую точку Q на прямой L. Следовательно, это сечение содержит вещественную прямую PQ. Но это противоречит изолированности вещественной точки P. Теорема доказана.

Рассмотрим гиперповерхности, которые являются проективными замыканиями графиков (неоднородных) многочленов третьей степени. Интерес к ним обусловлен следующей теоремой.

Теорема 2. *Если график многочлена третьей степени от нескольких переменных содержит эллиптическую точку, то проективное замыкание множества нулей этого многочлена не содержит вещественных особых точек на бесконечно удалённой гиперплоскости.*

Если график многочлена с рациональными коэффициентами содержит эллиптическую точку, то он содержит и рациональную эллиптическую точку. Легко проверить, является ли данная рациональная точка эллиптической, например, используя пакеты программ для символьных вычислений [1]. Таким образом, поиск эллиптической точки, когда она существует, позволяет решить алгоритмически трудную задачу проверки гладкости вещественной кубической гиперповерхности. В частности, задача о разбиении множества сводится к поиску вещественной особой точки, лежащей одной из двух данных гиперплоскостей, каждая из которых может быть выбрана в качестве бесконечно удалённой [2, 3]. При некоторых дополнительных предположениях этот метод приводит к успеху в большой доле случаев, хотя не всегда. Существование эллиптической точки на графике многочлена не противоречит существованию пары комплексно-сопряжённых особых точек на бесконечно удалённой гиперплоскости, определяемой этим многочленом, хотя эти особые точки не могут быть вещественными.

Теорема 3. *Для почти всех неоднородных кубических многочленов от двух переменных график многочлена содержит эллиптическую точку.*

С другой стороны, существуют гладкие плоские кривые, для которых графики соответствующих многочленов не содержат эллиптических точек. Например, такой график может быть обезьяньим седлом. Однако сколь угодно малое изменение коэффициентов многочлена может приводить к появлению эллиптической точки на его графике.

Эллиптической точки нет на линейчатых поверхностях [4]. Над полем комплексных чисел

прямые заметают всю трёхмерную кубическую гиперповерхность. Если это свойство выполняется над полем действительных чисел, то гиперповерхность не имеет эллиптической точки. Однако существует большое множество вещественных гиперповерхностей, имеющих эллиптическую точку. Например, если проективная кубическая гиперповерхность имеет две вещественные компоненты связности, то одна из них ориентируемая и ограничивает выпуклую область. Поэтому ориентируемая компонента содержит эллиптическую точку. Более того, если бесконечно удалённая гиперплоскость не пересекает ориентируемую компоненту, то график соответствующего неоднородного многочлена тоже содержит эллиптическую точку.

В высоких размерностях существование эллиптической точки на графике неоднородного многочлена связано со свойствами разложения Варинга формы, получаемой при гомогенизации этого многочлена. Отметим, что для кубических форм от четырёх переменных над полем вещественных чисел существуют два типичных значения ранга: пять и шесть [5].

Теорема 4. *Для почти всех неоднородных кубических многочленов от n переменных, равных сумме (n + 1) кубов линейных функций, график многочлена содержит эллиптическую точку.*

Типичный ранг тернарных кубических форм равен четырём [5]. Поэтому обобщением теоремы 3 служит следующая гипотеза: для почти всех неоднородных кубических многочленов от n переменных, равных сумме (n + 2) кубов линейных функций, график многочлена содержит эллиптическую точку.

Теоремы 1–3 могут применяться в области компьютерной графики [4, 6]. С другой стороны, теорема 4 может быть использована для обоснования новых генерических алгоритмов, пример которых можно найти в работе [7].

Литература

1. *Малашонок Г.И.* Система компьютерной алгебры MathPartner // Программирование. 2017. № 2. С. 63–71.
2. *Латкин И.В.*, *Селиверстов А.В*. Вычислительная сложность фрагментов теории поля комплексных чисел // Вестник Карагандинского университета. Серия: Математика. 2015. № 1 (77). С. 47–55.
3. *Селиверстов А.В*. Распознавание вещественных кубических гиперповерхностей без прямой из особых точек // Международная алгебраическая конференция, посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша. Тезисы докладов. М.: МГУ, 2018. С. 177–179.
4. *Vršek J*. Contour curves and isophotes on rational ruled surfaces // Computer Aided Geometric Design. 2018. V. 65. P. 1–12. DOI:10.1016/j.cagd.2018.06.006
5. *Bernardi A.*, *Blekherman G.*, *Ottaviani G*. On real typical ranks // Bollettino dell'Unione Matematica Italiana. 2018. V. 11. N 3. P. 293–307. DOI:10.1007/s40574-017-0134-0
6. *Савчик А.В.*, *Николаев П.П*. Метод проективного сопоставления для овалов с двумя отмеченными точками // Информационные технологии и вычислительные системы. 2018. № 1. С. 60–67.
7. *Рыбалов А.Н.* О генерической сложности проблемы разрешимости систем диофантовых уравнений в форме Сколема // Прикладная дискретная математика. 2017. № 37. С. 100–106. DOI:10.17223/20710410/37/8

УДК 519.163

Анализ возмущений весов графов в задаче построения системы хабов

А.Г. Ключиков[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматриваются так называемые «шевеления» весов графов — малые возмущения на ребрах, которые позволяют перейти к графам с уникальными кратчайшими путями. Система хабов HL — это система множеств $\{H_v\}_{v\in V} : H_v \subseteq V$, сопоставляемых каждой вершине, для которой выполняется свойство покрытия: для любой пары вершин (u,v) существует такая вершина w, что $w \in H_u \bigcap H_v$ и w лежит на некотором кратчайшем пути, соединяющем (u,v). Такие вершины w будем называть хабами для вершин u и v. Задача состоит в построении системы хабов, минимизируя l_p – норму [1], [2].

Дается описание теоретических методов получения верхних и нижних оценок на $\|HL\|_1$ — l_1-нормы системы хабов — для графов, с большим числом симметрий и, как следствие, большим числом различных кратчайших путей, которые и представляют трудность. В частности, в применении к гиперкубу получаются следующие оценки:

$$\Omega\left(\frac{n^{5/4}}{\sqrt{\log n}}\right) = \|HL\|_1 = \mathrm{O}\left(3^{\log n}\right).$$

Рассмотрены свойства возмущений весов графа: $\|HL\|_1$ не является непрерывным функционалом; существуют графы и системы хабов на них такие, что они не сохраняют свойство покрытия ни при каких возмущениях.

Доказана трудность нахождения возмущения, которое бы сохраняло l_1-норму системы хабов с множителем $\mathrm{O}(\log n)$. Для этого использовался граф сводимости из работы Макарычева и др. [3].

Литература

1. *Cohen E., Halperin E., Kaplan H., Zwick U.* Reachability and distance queries via 2-hop labels // SIAM J. Comput. 2003. P. 1338–1355.
2. *Melvin M.* Coding the vertexes of a graph // IEEE Trans. Information Theory. 1996. P. 148–153.
3. *Angelidakis H., Makarychev Y., Oparin V.* Algorithmic and hardness results for the Hub Labeling Problem // Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. 2017. P. 1442–1461.

УДК 519.115.6

Подсчет решеточных путей с периодическими запретами

С.П. Тарасов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Решеточным путем называется путь шагами (1, 1), (1, –1) по целым точкам двумерной целочисленной решетки. Число шагов пути называется *длиной пути*. *Путем Дика* называется решеточный путь (четной длины), который стартует из начала координат, проходит только по точкам с неотрицательными ординатами и заканчивается на оси абсцисс (но не пересекает ее).

Назовем *профилем* любую конечную {0,1}-последовательность. По определению, решеточный путь *согласован* с некоторым профилем $[b_0, b_1, \ldots, b_k]$, если он не проходит через точки $\{(2i, 0) \mid b_{i \bmod k} = 0\}$. *Путем с периодическими запретами* называется путь, который согласован с каким-то профилем.

Задачи подсчета числа решеточных путей широко известны. Например, им посвящена отдельная глава в книге [1]. Собственно, задачи подсчета путей с периодическими запретами рассматриваются, например, при моделировании явления абсорбции для полимеров (см. [2]).

В настоящей работе подсчет числа решеточных путей, согласованных с данным профилем, сводится к решению системы линейных уравнений для производящих функций. Для некоторых профилей удается получить явные аналитические решения, и, в частности, подтвердить комбинаторные гипотезы, высказанные в [3].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, номер проекта 17-01-00300.

Литература

1. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и её приложения. Том 1–2. — М.: Мир, 1984.
2. *Janse van Rensburg E.J.* The Statistical Mechanics of Interacting Walks, Polygons, Animals and Vesicles. 2nd Edition. — Oxford University Press, 2015. 640p.
3. *Hajnal P., Nagy G.V.* A bijective proof of Shapiro's Catalan convolution // The electronic journal of combinatorics. 2014. V. 21.

СЕКЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Председатель: Ю.В. Василевский (д.ф.-м.н., член-корр. РАН, профессор)

Зам. председателя: Р.Ю. Фадеев (к.ф.-м.н.)

Секретарь: Т.Л. Гренков

Дата: 24.11.2018

Время: 11:00

Место: Москва, ул. Губкина, д. 8, ИВМ РАН, ауд. 727

Математическое моделирование коллоидного переноса примесей в подземных водах

Д.В. Ануприенко

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Коллоиды различного происхождения, присутствующие в подземных водах, могут оказывать значительное влияние на распространение загрязнений, сорбируя на своей поверхности частицы примеси и перенося их со скоростями, близкими к скорости течения воды [1]. В этой работе описывается модель коллоидного переноса, внедряемая в разрабатываемый в ИВМ РАН и ИБРАЭ РАН программный комплекс GeRa (Геомиграция Радионуклидов) [2]. Модель основывается на трех уравнениях адвекционно-диффузионно-дисперсионного типа, описывающих перенос коллоидов, растворенной в воде примеси и сорбированной на коллоидах примеси соответственно. Уравнения содержат дополнительные члены, описывающие равновесную сорбцию коллоидов и примеси на породе и примеси на коллоидах, и имеют вид

$$\frac{\partial\left(\left(\theta+\rho_b k_{d,coll}\right)C_{coll}\right)}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\vec{u}C_{coll}\right)-\nabla\cdot\left(D\nabla C_{coll}\right)=f_{coll}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\left(\left(\theta+\rho_b k_{d,i}+C_{coll}k_{d,i,coll}\right)C_i\right)}{\partial t}+k_{d,i,coll}\frac{\partial C_{coll}}{\partial t}C_i+\nabla\cdot\left(\vec{u}C_i\right)-\nabla\cdot\left(D_i\nabla C_i\right)=f_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\left(\left(\theta+\rho_b k_{d,coll}\right)C_{i,coll}\right)}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\vec{u}C_{i,coll}\right)-\nabla\cdot\left(D\nabla C_{i,coll}\right)=f_{i,coll}+C_{coll}k_{d,i,coll}\frac{\partial C_i}{\partial t}+\frac{\partial C_{coll}}{\partial t}k_{d,i,coll}C_i. \quad (3)$$

Здесь использованы следующие обозначения (M – единицы массы, L – единицы длины, T – единицы времени):

C_i, C_{coll} – концентрации i-го компонента-загрязнителя и коллоидов соответственно, находящихся в воде, [ML^{-3}];
$C_{i,coll}$ – концентрация i-го компонента-загрязнителя, адсорбированного на коллоидах, находящихся в воде, [ML^{-3}];
θ – объёмное влагосодержание, [-];
$k_{d,coll}$, $k_{d,i}$, $k_{d,i,coll}$ – коэффициенты распределения для сорбции коллоидов на породе, примеси на породе и примеси на коллоидах соответственно, [$M^{-1}L^3$],
ρ_b – плотность породы, [ML^{-3}].
$\vec{u}$ – скорость Дарси, [LT^{-1}];
D_i – тензор диффузии-дисперсии для i-го компонента-загрязнителя, определяемый выражением $D_i = d_i I + D = d_i I + \|\vec{u}\|(\alpha_l E(\vec{u}) + \alpha_t (I - E(\vec{u})))$, где d_i – коэффициент молекулярной диффузии i-го компонента, [L^2T^{-1}], I – единичная матрица размерности 3x3, D – тензор гидродинамической

дисперсии, $E(\vec{u})$ – матрица 3x3 с компонентами $E_{ij}(\vec{u}) = \frac{u_i u_j}{\|\vec{u}\|^2}, i, j \in \{1,2,3\}$, $\alpha_{l,t}$ – продольная и поперечная дисперсивности, [L],

f_{coll}, f_i, $f_{i,coll}$ – функции источников и стоков, [$ML^{-3}T^{-1}$].

Для численного решения уравнений (1) – (3) на неструктурированных треугольнопризматических сетках и гексаэдральных сетках типа восьмеричное дерево используются ранее реализованные в GeRa для уравнений переноса схемы метода конечных объёмов (МКО):

полностью неявная схема, использующая для дискретизации диффузионно-дисперсионного члена О-схему МКО с линейной многоточечной аппроксимацией потока [3] или классическую линейную двухточечную схему и противопотоковую аппроксимацию 1-го порядка аппроксимации для адвекционного члена,

явно-неявные схемы расщепления, разбивающие шаг по времени на адвективный подшаг, выполняемый с помощью явной схемы, и дисперсионно-диффузионный подшаг (куда входят и все сорбционные члены), выполняемый с помощью неявной схемы. Для дискретизации диффузионно-дисперсионного члена может использоваться двухточечная схема или О-схема, а для адвективного – противопотоковая схема 1-го порядка аппроксимации или схема 2-го порядка аппроксимации, использующая кусочно-линейное восполнение концентрации на ячейках сетки.

Результаты расчетов показывают, что для хорошо сорбируемых примесей модель воспроизводит эффект переноса этих примесей на коллоидах на большие расстояния, чем перенос в растворенном виде в воде.

Литература

1. *Румынин В.Г.* Геомиграционные модели в гидрогеологии. — СПб.: Наука, 2011. 1158 с.
2. *Капырин И.В., Уткин С.С., Василевский Ю.В.* Концепция разработки и использования расчетного комплекса GeRa для обоснования безопасности пунктов захоронения радиоактивных отходов // Вестник атомной науки и техники, серия «Математическое моделирование физических процессов». 2014. № 4. С. 44–54.
3. *Aavatsmark I., Eigestad G. T., Klausen R. A.* Numerical convergence of the MPFA O-method for general quadrilateral grids in two and three dimensions // Compatible spatial discretizations. Springer New York, 2006. P. 1–21.

УДК 551.510.53:551.55

Воспроизведение индексов погодно-климатической экстремальности моделью климата INMCM5

М.А. Тарасевич

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Институт вычислительной математики РАН

Современные модели климата Земли могут воспроизводить не только среднее состояние климата, но и экстремальные погодно-климатические явления. Поэтому возникает задача сравнения климатических моделей по наблюдаемым экстремальным погодным явлениям.

Воспроизведение различных экстремальных погодно-климатических ситуаций наиболее полно описано в [1]. Согласно предложенному там подходу определяются 27 индексов экстремальности, характеризующих различные ситуации с высокой и низкой температурой, с сильными осадками или с их отсутствием.

Сравнение воспроизведения индексов экстремальности климатической моделью INMCM4 с данными других моделей, участвовавших в проекте CMIP5 (Coupled Model Intercomparison Project, Phase 5) [1], показывает, что эта модель воспроизводит неплохо многие индексы, однако по воспроизведению индексов, связанных с минимальной температурой, она является одной из худших.

В следующей версии модели INMCM5 параметризации физических процессов были заменены или перенастроены [2], так что можно ожидать и изменения воспроизведения индексов

экстремальности.

Целью данной работы является изучение и при необходимости повышение качества воспроизводимости индексов экстремальности погоды климатической моделью INMCM5.

Для оценки качества воспроизведения экстремальных погодных событий по данным двух версий климатической модели (INMCM4, INMCM5) и реанализа ERA Interim были вычислены индексы экстремальности, а также среднеквадратичная ошибка индексов по данным модели и соответствующим данным реанализа, осреднённая по узлам сетки, соответствующим суше.

Среднеквадратичная ошибка по большинству из индексов экстремальности, зависящих от температуры, стала значительно (на 20–50%) меньше в модели INMCM5 по сравнению с INMCM4. В модели INMCM5 среднеквадратичная ошибка для индексов, связанных с общей величиной осадков, несколько уменьшилась. При этом для индексов, связанных с интенсивностью осадков в очень дождливые дни, среднеквадратичная ошибка значительно увеличилась. Таким образом, модель INMCM5 не вполне корректно описывает выпадение экстремальных осадков.

Для уменьшения интенсивности экстремально больших осадков в модели INMCM5 было реализовано вертикальное перемешивание скорости ветра, обусловленное потоком осадков, и проварьирован параметр, влияющий на вертикальное перемешивание скорости ветра влажной конвекцией. В результате для индексов, связанных с интенсивностью осадков в очень дождливые дни, среднеквадратичная ошибка уменьшилась на 5–10%.

В дальнейшем планируется реализовать учёт сопротивления воздуха, действующего на падающие дождевые капли, и исследовать чувствительность индексов экстремальности к изменениям климата.

Работа выполнена в рамках гранта РНФ №14-27-00126.

Литература

1. *Sillmann J., Kharin V.V., Zhang X., Zwiers F.W., Bronaugh D.* Climate extremes indices in the CMIP5 multimodel ensemble: Part 1. Model evaluation in the present climate // J. Geophys. Res. Atmospheres. 2013. V 118. P. 1716–1733.
2. *Володин Е.М., Мортиков Е.В., Кострыкин С.В., Галин В.Я., Лыкосов В.Н., Грицун А.С., Дианский Н.А., Гусев А.В., Яковлев Н.Г.* Воспроизведение современного климата в новой версии модели климатической системы ИВМ РАН // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 2. С. 164–178.

УДК 519.6

Моделирование F-слоя Земной ионосферы

П.А. Останин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассмотрены методы решения уравнений динамической модели F-слоя Земной ионосферы, являющейся вычислительным блоком совместной модели термосферы-ионосферы. Информация о состоянии системы термосфера-ионосфера требуется для решения ряда задач космической отрасли, определяет характеристики движения низкоорбитальных спутников, а также играет определяющую роль для навигационных систем и радиосвязи, что обуславливает актуальность задачи.

Основное уравнение модели представляет собой уравнение неразрывности для концентрации свободных электронов. В работе рассмотрен только F-слой ионосферы, при этом используются стандартные приближения относительно этой области: одноионная формулировка модели (в силу фотохимического преобладания ионизации атомарного кислорода и рекомбинации его иона с главными компонентами воздуха), квазинейтральности плазмы (в силу которой предполагается равенство электронной и ионной концентраций $n_i = n_e$), преобладание амбиполярной диффузии вдоль магнитных силовых линий среди динамических процессов, преобладание электромагнитного поперечного дрейфа в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля, а также приближение дипольного магнитного поля Земли и совпадение географических и магнитных полюсов. В этих предположениях уравнение неразрывности можно записать в виде

$$\frac{\partial n}{\partial t} = P - kn - \mathrm{div}(n\vec{u}_{n||}) - \mathrm{div}\left(n\frac{[\vec{E}\times\vec{B}]}{B^2} \right) + \mathrm{div}\left(D\left[\vec{\nabla}_{||} n + n\frac{1}{T_p}\vec{\nabla}_{||} T_p - \frac{nm_i}{2kT_p}\vec{g}_{||} \right] \right). \qquad (1)$$

Здесь $D = \dfrac{2kT_p}{m_i \nu_{in}}$ – коэффициент амбиполярной диффузии, $\nu_{in} \approx 10^{-14} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(T_i + T_n)} \cdot n_O [\mathrm{c}^{-1}]$ – частота столкновений O^+ с нейтралами, m_i – атомная масса иона, $\vec{g}$ – гравитационное поле Земли, $\vec{E}$ – электрическое поле внешней природы, $\vec{B}$ – магнитное поле Земли, $\overrightarrow{u_n}$ – скорость нейтрального ветра, T_n – температура нейтралов, $T_p = \frac{1}{2}(T_e + T_i)$ – полусумма электронной и ионной температур, индекс $||$ отвечает проекции на силовые линии поля $\vec{B}$ [3]. Слагаемые P, kn выражают процессы ионизации O в O^+ и рекомбинации. Температуры T_i, T_e, T_n вычисляются по аналитическим формулам, согласующимся с эмпирическими данными.

В данной работе уравнение (1) записывается в сферической системе координат в приближении тонкого сферического слоя. Такой выбор системы координат согласован с постановкой модели циркуляции термосферы. В основу численного моделирования положен метод расщепления по физическим процессам. Первый шаг расщепления включает процесс амбиполярной диффузии и плазмохимические процессы. Второй шаг расщепления отвечает трёхмерному адвективному переносу, связанному с электромагнитным дрейфом и нейтральным ветром. В работе рассматривается первый шаг расщепления как отдельная двумерная задача, в первом приближении описывающая динамику ионосферы. Особенности рассматриваемого уравнения приводят к тому, что требуется использовать монотонные и консервативные схемы.

Уравнение амбиполярной диффузии со включением плазмохимических процессов, отвечающее первому шагу расщепления, имеет вид

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = EYZ(n_i) + DTr(n_i) + \left[P - k_i n_i \right],$$

где

$$EYZ(n_i) = \frac{1}{a^2 \cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[D\cos^2 I \frac{\partial n_i}{\partial\varphi}\cos\varphi \right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[D\sin^2 I \frac{\partial n_i}{\partial z} \right] -$$

$$-\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[D\sin I\cos I \frac{\partial n_i}{\partial z}\cos\varphi \right] - \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial z}\left[D\sin I\cos I \frac{\partial n_i}{\partial\varphi} \right],$$

$$DTr(n_i) = \frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\left(\frac{1}{a} D\cos^2 I \frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial\varphi} - D\sin I\cos I \left(\frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial z} + \frac{1}{H} \right) \right) n_i \cos\varphi \right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(-\frac{1}{a} D\sin I\cos I \frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial\varphi} + D\sin^2 I \left(\frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial z} + \frac{1}{H} \right) \right) n_i \right].$$

В качестве краевых условий на нижней границе ставится условие Дирихле: $n_i = P / k_i$, а на верхней границе смешанное условие вида

$$D\left(\left(\frac{\partial n_i}{\partial z} + \frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial z} n_i + \frac{1}{H} n_i \right)\sin^2 I - \left(\frac{1}{a}\frac{\partial n_i}{\partial\varphi} + \frac{1}{T_p}\frac{\partial T_p}{\partial\varphi} n_i \right)\cos I \sin I \right) = Fz(\varphi).$$

Пространственная аппроксимация системы реализуется на девятиточечном шаблоне, причем для диффузионных слагаемых используется стандартная консервативная аппроксимация второго порядка точности, а для смешанных производных используется схема, представляющая собой полусумму аппроксимаций смешанной производной в точках с дробными индексами. Производная $\partial n / \partial\varphi$ в верхнем краевом условии аппроксимируется по тому же принципу.

В работе рассмотрены два метода аппроксимации по времени. Первый метод использует неявную схему первого порядка, что позволяет выбирать шаги по времени, согласованно с моделью

термосферы. Для решения возникающих систем линейных уравнений используется стабилизированный метод бисопряженных градиентов. Второй метод представляет метод расщепления, использование которого обусловлено применением в задаче усвоения данных. Расщепление производится для дифференциально-разностной задачи с отнесением диффузии вдоль вертикали и обеих смешанных производных к первому шагу, а оставшейся части оператора ко второму шагу. Для решения систем на обоих шагах использованы одномерные прогонки. Уменьшение ошибки аппроксимации достигается с помощью двуциклического варианта.

Для верификации численной реализации и исследования точности применяемых схем рассмотрена модельная задача, правая часть которой рассчитана по заданному точному решению, которое на качественном уровне отражает характеристики реальной ионосферы. Численные эксперименты показали, что максимальная численная ошибка обоих методов наблюдается в области приэкваториальных широт в верхних слоях ионосферы, а также в области полюсов, причем структуры распределения ошибки близки для обоих методов. Для метода расщепления ошибка аппроксимации по времени выше, а для достижения той же точности, что и в неявной схеме, необходимо выбирать шаг по времени порядка 1 с. При этом точность в 10% достигается при шагах по времени порядка 30 секунд.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-17-01305).

Литература

1. *Kulyamin D.V., Dymnikov V.P.* A three-dimensional model of general theromspheric circulation // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2013. V. 28(4). P. 353–380.
2. *Кулямин Д.В., Дымников В.П.* Моделирование климата нижней ионосферы // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51(3). С. 317–337.
3. *Schunk R.W., Nagy A.F.* Ionospheres Physics, Plasma Physics, and Chemistry. New York: Cambridge University Press, 2008. 628 p.
4. *Останин П.А., Кулямин Д.В., Дымников В.П.* Численное моделирование F-слоя Земной ионосферы // Международная молодежная школа и конференция по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде CITES-2017. С. 121–124.

УДК 517.929, 517.958:57

Анализ устойчивости стационарных состояний моделей динамики вирусных инфекций на примере модели ВЛХМ

М.Ю. Христиченко

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Анализ устойчивости стационарных состояний моделей динамики вирусных инфекций, представляющих собой системы дифференциальных уравнений с запаздыванием, является необходимым для исследования заболеваний в хронической стадии. В первой части данного доклада на примере модели динамики инфекции, вызванной вирусами лимфоцитарного хориоменингита обсуждается оригинальный алгоритм гарантированного нахождения всех стационарных состояний модели при фиксированном значении параметров, использующий стандартные процедуры FZERO и FMIN, включенные во многие пакеты прикладных программ. Во второй части доклада излагается технология анализа устойчивости стационарных состояний с использованием метода сингулярной функции [2] и метода частичных линейных проблем [1, 3]. В дальнейшем разработанный анализ предполагается использовать как основу для построения оптимальных возмущений стационарных состояний моделей динамики вирусных инфекций, основанного на подходе, описанном в работах [4–6].

Разработка и реализация используемых алгоритмов выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект N 17-71-20149). Численные эксперименты выполнены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00572.

Литература

1. *Effenberger C.* Robust successive computation of eigenpairs for nonlinear eigenvalue problems // SIAM J. Matrix Anal. Applic. 2013. N 34. P. 1231–1256.
2. *Nechepurenko Yu.M.* On the singular-function approach to eigenproblems // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1998. V. 13. N 3. P. 219–233.
3. *Demyanko K.V., Nechepurenko Yu. M., Sadkane M.* A Newton-type method for non-linear eigenproblems // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2017. V. 32. N 4. P. 237–244.
4. *Bocharov G.A., Nechepurenko Yu.M., Khristichenko M.Yu., Grebennikov D.S.* Maximum response perturbation based control of virus infection model with time-delays // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2017. V. 32. N 5.
5. *Бочаров Г.А., Нечепуренко Ю.М., Христиченко М.Ю., Гребенников Д.С.* Управление моделями вирусных инфекций с запаздывающими переменными на основе оптимальных возмущений // Препринт ИПМ им. Келдыша. 2017. N 52.
6. *Bocharov G.A., Nechepurenko Yu.M., Khristichenko M.Yu., Grebennikov D.S.* Optimal Disturbances of Bistable Time-Delay Systems Modeling Virus Infections // Doklady Mathematics. 2018. V. 98. N 1. P. 313–316.

УДК 519.63

Как оптимизировать предобуславливатели в методе сопряжённых градиентов: стохастический подход

А.М. Катруца

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается задача нахождения оптимальных параметров предобуславливателя из некоторого параметрического класса для метода сопряжённых градиентов. Предобуславливатели для этого метода решения линейных систем с симметричной положительно определённой матрицей хорошо изучены [1–2], однако практический выбор параметра предобуславливателя часто является нетривиальной задачей. Для определения оптимальных параметров ранее были предложены различные функционалы, однако они оценивают скорость сходимости предобусловленного метода для *всех* начальных векторов, то есть дают оценку в худшем случае. В работе предлагается стохастический функционал сходимости метода, основанный на усреднении по начальным векторам нормы невязок после некоторого фиксированного числа итераций. Элементы начальных векторов генерируются из некоторого распределения с нулевым средним и единичной дисперсией, например из стандартного нормального распределения или из распределения Радемахера. В случае линейных стационарных итерационных методов этот функционал даёт классическую оценку линейной сходимости, где в качестве коэффициента используется спектральный радиус матрицы итераций. Однако в случае использования нелинейного метода эмпирически наблюдаемая скорость сходимости может быть быстрее, чем оценка в худшем случае.

В работе рассмотрены два семейства предобуславливателей: неполное разложение Холецкого с релаксацией (RIC) [3] и симметризованный метод релаксации (SSOR) [1]. Оба семейства параметризуются скалярными параметрами, выбор которых существенно влияет на скорость сходимости предобусловленного метода сопряжённых градиентов. Для предобуславливателя RIC выбор параметра влияет на то, как будет кластеризован спектр предобусловленной матрицы. При сильной кластеризации спектра матрицы наблюдается сверхлинейная сходимость метода сопряжённых градиентов [4]. С другой стороны, для предобуславливателя SSOR существует аналитическое выражение для оптимального параметра, однако оно получено в предположении сходимости итерационного метода Якоби для решения данной системы [1], что зачастую может не выполняться. Таким образом, предложенный метод даёт практический способ получения оптимального параметра для случаев, когда неприменима теоретическая оценка в методе SSOR.

Для проверки эффективности предложенного стохастического функционала были проведены эксперименты с системами линейных уравнений, полученных из различных задач. В частности, рассматривалась конечно-разностная дискретизации краевого уравнения второго

порядка с разрывными коэффициентами, а также системы с матрицами жёсткости, взятыми из набора Matrix Market. Эксперименты показали, что параметры, минимизирующие предложенный функционал, приводят к более быстрой сходимости предобусловленного метода сопряжённых градиентов по сравнению с параметрами, которые минимизируют классическую оценку, основанную на числе обусловленности. В случае RIC также показана более сильная кластеризация спектра предобусловленной матрицы. Рассмотренные классы предобуславливателей параметризуются скалярным параметром, поэтому для оптимизации использовался безградиентный метод Брента [5], основанный на комбинации методов золотого сечения и обратно-квадратичной аппроксимации целевой функции. Одна итерация метода Брента требует единственного вычисления целевой функции. Таким образом, вычислительная сложность оптимизации предложенного функционала пропорциональна числу начальных векторов, по которым выполняется усреднение, числу итераций при вычислении функционала, а также сложности умножения предобусловленной матрицы на вектор. В связи с этим предложенный метод целесообразно использовать, когда необходимо решать набор линейных систем с различными правыми частями и одинаковой матрицей системы, поскольку оптимизация параметров требует многократного применения метода. В то же время проведённые эксперименты показали, что обычно необходимо несколько десятков вычислений функционала для получения оптимального параметра с точностью 10^{-5}. В дальнейшем предполагается исследовать возможность применения стохастического функционала для оптимизации предобуславливателей, которые параметризуются более сложным образом. В этом необходимо использовать градиентные методы для получения оптимальных параметров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-31-20069).

Литература

1. *Saad Y.* Iterative methods for sparse linear systems // SIAM. 2003. V. 82.
2. *Axelsson O.* Iterative solution methods. — Cambridge university press, 1996.
3. *Axelsson O., Lindskog G.* On the eigenvalue distribution of a class of preconditioning methods // Numerische Mathematik. 1986. V. 48. N 5. P. 479–498.
4. *Van der Sluis A., Van der Vorst H.A.* The rate of convergence of conjugate gradients // Numerische Mathematik. 1986. V. 48. N. 5. P. 543–560.
5. *Brent R. P.* Algorithms for minimization without derivatives. — Courier Corporation, 2013.

УДК 519.6

Задача вариационной ассимиляции данных об уровне на «жидкой» (открытой) границе в модели гидротермодинамики Балтийского моря

Т.О. Шелопут

Институт вычислительной математики РАН

Настоящая работа посвящена исследованию и численному решению задачи вариационной ассимиляции данных наблюдений об уровне, возникающей при моделировании гидротермодинамики в акваториях с «жидкими» границами. Под «жидкими» (открытыми) границами акватории подразумеваются границы типа «вода-вода», например, границы, проходящие по проливам, устьям рек и т. д. Проблема задания граничных условий на «жидких» границах является одной из важных проблем современной геофизики. Одним из существующих методов, которые можно применить для учета «жидких» границ в моделях, является использование вариационной ассимиляции данных наблюдений, в том числе данных об уровне. Так, имея данные наблюдений в некоторый момент времени, можно поставить обратную задачу о восстановлении потоков через открытую границу.

Задача ассимиляции данных об уровне является актуальной, однако ее решение может быть сопряжено с рядом следующих проблем. Во-первых, для достижения приемлемой точности данных требуется применение целого ряда процедур обработки данных [1–2], которые, в свою очередь, могут занимать достаточно много времени, из-за чего данные поступают с задержкой. Во-вторых, ассимиляция «вдоль-трековых» данных может повлечь появление «шума» в полученном решении [3].

В настоящей работе рассмотрена задача ассимиляции данных об уровне для восстановления

граничных функций на «жидких» границах в модели гидротермодинамики Балтийского моря. Модель представлена системой уравнений гидротермодинамики в приближении Буссинеска и гидростатики. Полная система уравнений вместе с граничными и начальными условиями приведена в работе [4]. Для аппроксимации по времени используется метод расщепления, который позволяет представить решение исходной нелинейной системы последовательными решениями более простых подзадач (шагов метода расщепления). При этом возможно рассмотрение процедуры ассимиляции данных об уровне на том шаге метода расщепления, где решается задача для баротропной составляющей скорости и уровня. Граничное условие на «жидкой» границе в этой задаче формулируется следующим образом [5]:

$$H\bar{U}\cdot\bar{n}+m_{w,op}\sqrt{gH}\xi=m_{w,op}\sqrt{gH}d_s\,,$$

где H — глубина, $\bar{U}$ — баротропная скорость, $\bar{n}$ — внешняя нормаль к границе области, $m_{w,op}$ — характеристическая функция «жидкой» границы, ξ — уровень моря. Функция d_s считается дополнительным неизвестным, и ставится обратная задача о ее восстановлении. Важным допущением является предположение о наличии данных наблюдений за уровнем на «жидкой» границе: с этим условием были доказаны теоремы об однозначной и плотной разрешимости задачи. Для решения обратной задачи был сформулирован итерационный алгоритм, который был реализован в численной модели гидротермодинамики Балтийского моря.

Отдельного внимания заслуживает вопрос о доступности реальных данных наблюдений. На практике доступны следующие данные об уровне — данные спутниковой альтиметрии и данные наблюдений на уровнемерных постах. В работе были использованы данные DUACS DT2014 (Data Unification and Altimeter Combination System, delayed time) об аномалиях уровня и динамической топографии, полученные по данным спутниковой альтиметрии. Данные поступают со спутников Jason-3, Sentinel-3A, HY-2A, Saral/AltiKa, Cryosat-2, Jason-2, проходят несколько этапов обработки [2] и размещаются на сайте [6] спустя несколько месяцев после даты измерений. Что касается данных наблюдений с уровнемерных постов, их получают в фиксированных точках вблизи берега (на измерительных прибрежных станциях) с определенной заранее известной частотой. В работе были использованы данные центра INSTAC (In Situ Thematic Assembly Centre), доступные на сайте [6]. Также в работе предложены методы интерполяции данных наблюдений, учитывающие специфику задачи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00096.

Литература

1. *Лебедев С.А.* Методика обработки данных спутниковой альтиметрии для акваторий Белого, Баренцева и Карского морей // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13. № 6. С. 203–223.
2. *Pujol M.-I.* [*et al.*]. *DUACS DT2014:* the new multi-mission altimeter data set reprocessed over 20 years // Ocean Science. 2016. V. 12. P. 1067–1090.
3. *Ngodock H.* [*et al.*]. On the direct assimilation of along-track sea-surface height observations into a free-surface ocean model using a weak constraints four-dimensional variational (4D-Var) method // Quarterly Journal of the Royal Meteorological society. 2016. V. 142. P. 1160–1170.
4. *Agoshkov V.I.* Statement and study of some inverse problems in modelling of hydrophysical fields for water areas with ‘liquid’ boundaries // RJNAMM. 2017. V. 32. N 2. P. 73–90.
5. *Agoshkov V.I.* Inverse problems of the mathematical theory of tides: boundary-function problem // RJNAMM. 2005. V. 20. N 1. P. 1–18.
6. Copernicus Marine Environment Monitoring Service. URL: http://marine.copernicus.eu/. Дата обращения: 30.09.2018.

УДК 532.5

Анализ параметризаций подсеточной двумерной турбулентности в задаче моделирования неустойчивой баротропной струи

П.А. Пережогин

Институт вычислительной математики РАН

В данной работе рассматривается задача развития баротропной неустойчивости струи под

воздействием стохастического внешнего воздействия. Физическим аналогом такой задачи является меандрирование струйных течений в океане, таких как Гольфстрим, которые существуют под воздействием быстро изменяющегося атмосферного форсинга, моделируемого нами с помощью белого шума по времени. Уравнения баротропной жидкости имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\left(u\cdot\nabla\right)u=-\nabla p+D+F,\qquad \nabla\cdot u=0, \tag{9}$$

где $u=(u_x,u_y),\ p,\ \nabla=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y}\right),\ D,\ F$ — вектор скорости, давление, оператор Набла, мелкомасштабная диссипация и внешнее воздействие соответственно. Данные уравнения рассматриваются в двоякопериодическом канале $\Omega=[0,2\pi)^2$. Мелкомасштабная диссипация D имеет вид бигармонического оператора $D_i=-2\frac{\partial}{\partial x_j}(\nu\Delta S_{ij})$, где $\nu=C_{smag}h^4\,|\,S\,|,S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right),|\,S\,|=\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ [1]. Для построения F мы генерируем бездивергентные поля скорости $(u_x^{\ F},u_y^{\ F})$ со спектром энергии $E(k)=k^{-5/3}$. Далее по этим полям скорости рассчитывается внешнее воздействие: $F_i=u_i^F\,|\,u^F\,|$, которое нормируется по притоку энергии так, чтобы на всем времени расчета на него приходилась генерация энергии, равная 1% от энергии начального состояния. Начальные условия выбираются следующим образом [2]:

$$u_x\,|_{t=0}=\exp(\frac{\pi^2}{2\sigma^2})\exp\left(\frac{\pi^4}{2\sigma^2}\frac{1}{y(y-2\pi)}\right),u_y\,|_{t=0}=0.$$

Данная функция бесконечно дифференцируема в каждой точке расчетной области, при этом обращается в ноль на вертикальных ее границах. В центре области, с точностью до первых членов разложения экспоненциального множителя в ряд Тейлора, начальный профиль скорости имеет гауссовый вид со стандартным отклонением $\sigma=\frac{1}{4}$ и максимальной скоростью 1. Численное решение уравнений (1) производится с помощью проекционного метода. Расчет произведен на интервале времени $T=[0,25]$ для ансамбля из 100 реализаций стохастического внешнего воздействия. Все результаты приведены для средних по ансамблю величин.

Численное интегрирование уравнений произведено при разрешениях 32×32 и 512×512. На рис. 1 показан рост турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) для грубой модели (32^2, синяя линия) и модели высокого разрешения (512^2, пунктирная линия). Как следует из рисунка, рост баротропной неустойчивости сильно замедлен в грубой модели. Было показано, что замедление обусловлено двумя причинами: сглаживанием струйного течения силами вязкости и ошибками аппроксимации схемы адвекции, причем первая причина оказалась наиболее существенной. Для восстановления роста ТКЭ мы рассмотрели две параметризации: модель отрицательной вязкости (neg visc.) [1] и модель подобия масштабов (SS) [3], результаты для которых изображены красной и фиолетовой линиями соответственно. Обе модели ускоряют развитие неустойчивости, и более того, воздействуют на решение по-разному: neg. visc. модифицирует среднее по ансамблю течение, а SS модифицирует отклонения от среднего. По этой причине параметризации могут применяться совместно, и эффективность их совместного применения подтверждается зеленой линией на рис. 1. Для более подробного статистического анализа решений мы сравнили развитие нормальных мод в грубых моделях и в модели высокого разрешения.

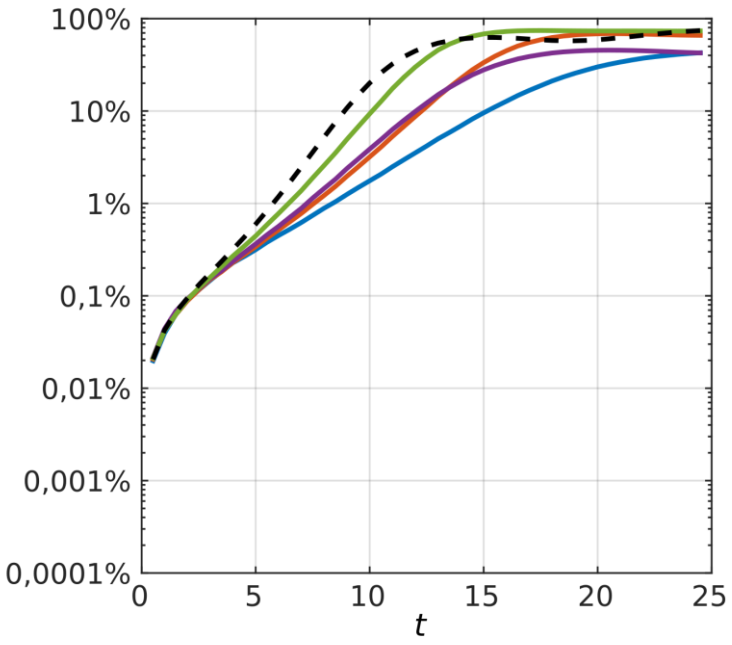


Рис. 1. Турбулентная кинетическая энергия в процентах от энергии начального состояния в грубой модели 32^2 без параметризаций (голубым) и с параметризациями neg. visc. (красным), SS (фиолетовым) и neg.vis+SS (зеленым). Пунктирной линией обозначены результаты для модели высокого разрешения (512^2)

Литература

1. *Jansen M., Held I., Adcroft A., Hallberg R.* Energy budget-based backscatter in an eddy permitting primitive equation model // Ocean Modelling. 2015. V. 94. P. 15–26.
2. *Galewsky J., Scott R. K., Polvani L. M.* An initial-value problem for testing numerical models of the global shallow-water equations // Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography. 2004. V. 56. N 5. P. 429–440.
3. *Meneveau C., Katz J.* Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annual Review of Fluid Mechanics. 2000. V. 32. N 1. P. 1–32.

УДК 551.581:551.583

Воспроизведение циркуляции Северной Атлантики в различные фазы Атлантической мультидекадной осцилляции

В.А. Багатинский[1], ***Н.А. Дианский***[1,2,3]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
[2]Институт вычислительной математики РАН
[3]Государственный океанографический институт им. Н.Н. Зубова

В настоящее время актуальны задачи диагноза и прогноза изменений климата и выявления причин, которые эти изменения обуславливают. Атлантический океан является важным звеном климатической системы Земли. Имеются основания, что мультидекадные изменения климата во многом порождаются долгопериодными собственными изменениями в термохалинной циркуляции Северной Атлантики, природа которых до сих пор до конца не изучена. Эти мультидекадные (главным образом квази-шестидесятилетние) колебания климата хорошо проявляются в индексе АМО — Атлантической Мультидекадной Осцилляции.

Временной ход индекса АМО рассчитывается как аномалия температуры поверхности океана (ТПО) относительно среднего значения ТПО за рассматриваемый период, осредненная по акватории Северной Атлантики от экватора до 70° с.ш. [1] за вычетом линейного тренда, который связан с антропогенным воздействием. В эволюции индекса АМО хорошо выделяются периоды положительных и отрицательных фаз долгопериодных колебаний.

Для изучения состояния вод и термохалинной циркуляции Северной Атлантики в различные фазы АМО по данным EN4, подготовленных в MetOffice, Великобритания [2], были рассчитаны средние климатические состояния температуры и солёности для двух «тёплых» периодов, когда наблюдаются значительные (по модулю больше 0.1°C) положительные значения индекса АМО — с 1951 по 1959 гг. и с 2000 по 2008 гг., двух «холодных» периодов, когда наблюдаются значительные отрицательные значения индекса АМО — с 1973 по 1981 гг. и с 1982 по 1990 гг, а также для двух периодов в переходной зоне от «тёплой» фазы к «холодной» с 1961 по 1969 гг. и от «холодной» к «тёплой» с 1991 по 1999 гг.

Данные анализировались путем сравнения полей температуры и солёности в различные периоды, а также для анализа данных использовался композитный анализ, который основан на расчете разности композитов. Разность композитов какой-либо рассматриваемой характеристики определяется как разность между детрендированными (с вычетом линейного тренда) аномалиями этой характеристики, осредненными за все периоды, когда фаза индекса АМО положительна (все «теплые» периоды), и детрендированными аномалиями, когда фаза индекса АМО отрицательна (все «холодные» периоды) в каждой точке сетки [3]. Таким образом, разность композитов к-л характеристики будет отражать сигнал, соответствующий потеплению, с точки зрения индекса АМО.

Из анализа разности композитов температуры, осредненной в слое от 0 до 400, видно, что наблюдается «похолодание» в области протекания течения Гольфстрим.

Из анализа аномалий полей температуры в различные периоды было установлено, что если рассмотреть аномалии температуры в зонально осредненном состоянии, то можно увидеть «нагрев» в верхнем 1-км слое Северной Атлантики и «похолодание» ниже в «тёплые» периоды индекса АМО. В «холодные» периоды происходит в точности наоборот. В переходные периоды, в случае перехода от «тёплой» к «холодной» фазе аномалии, поля температуры по всей толще океана от 55° с.ш. до 65° с.ш. – положительны, а от экватора до 45° с.ш. — отрицательны. В случае перехода от «холодной» к «тёплой» фазе аномалии температуры от 30° с.ш. до 40° с.ш. – положительны и в остальных областях – отрицательны. В аномалиях солёности то же самое, там, где растёт температура, то растёт и солёность, и наоборот. Можно предположить, что океаническая циркуляция переносит «тёплые» и «холодные» воды по часовой стрелке с периодом около 60 лет, не перемешивая («незначительно») их — благодаря этому наблюдаются «тёплые» и «холодные» фазы индекса АМО.

Такая интересная структура наблюдается в Северной Атлантике, которой до сих пор нет объяснения. Было интересно понять, почему наблюдается именно такая структура, для этого была воспроизведена циркуляция Северной Атлантики в рассматриваемые периоды.

Для воспроизведения циркуляции океана была выбрана модель циркуляции океана INMOM [4]. Модель была настроена на акваторию Северной Атлантики от 100° з.д. до 15° в.д. и от 0° с.ш. до 80° с.ш. с пространственным разрешением 0.5°×0.5° по долготе и широте. А также подготовлены данные о батиметрии дна ETOPO5 [5], поле температуры, солёности EN4 и атмосферном воздействии по данным CORE [6] для запуска модели. Для всех используемых данных были найдены средние состояния по следующим временным интервалам: «тёплые» периоды — лето 1951–1959 гг., зима 1951–1959 гг.; лето 2000–2008 гг., зима 2000–2008 гг.; «холодные» периоды — лето 1973–1981 гг., зима 1973–1981 гг.; лето 1982–1990 гг., зима 1982–1990 гг., а также переходные зоны — лето 1961–1969 гг., зима 1961–1969 гг.; лето 1991–1999 гг., зима 1991–1999 гг.

Эксперименты ставились следующим образом. Сначала, начиная с исходных полей температуры и солености, модель из состояния покоя рассчитывалась на 1 месяц в режиме диагноза. За этот промежуток времени течения выходят на квазиустановившийся сезонный ход. Результаты диагностического эксперимента становились контрольной точкой для следующего эксперимента, в котором осуществлялось интегрирование модели еще на три месяца в режиме адаптации, чтобы сгладить ошибки в исходных данных. Так были проведены 12 экспериментов.

Расчеты показали, что модель Мирового океана адекватно воспроизводит наблюдаемую структуру основных гидрофизических полей. Полученные результаты были осреднены за два сезона (зиму и лето) для каждого периода, чтобы убрать сезонные колебания.

С помощью анализа аномалий температуры, а также восстановленных с помощью модели, скорости течения и меридиональной функции тока был выявлен динамический отклик на изменение термохалинного состояния в Северной Атлантике в различные фазы АМО. Показано, что в периоды положительной фазы индекса АМО (по сравнению с периодами отрицательной фазы АМО) происходит замедление Гольфстрима. А также выявлено, что океаническая циркуляция в «тёплые»

периоды индекса АМО, а также при переходе от «тёплого» к «холодному» периоду способствует опусканию «тёплых» вод в глубинные слои ниже 1 км и поднятию «холодных» вод из глубинных слоев на поверхность, и, наоборот, происходит в «холодные» периоды и при переходе от «холодного» к «тёплому» периоду, когда циркуляция способствует опусканию «холодных» и поднятию «тёплых» вод.

Литература

1. *Enfield D.B., Mestas-Nunez A.M., Trimble P.J.* The Atlantic multidecadal oscillation and its relation to rainfall river flows in the continental // U.S. Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28(10). P. 2077–2080.
2. *Good S.A., Martin M.J. and Rayner N.A.* EN4 (EN.4.2.0.): quality controlled ocean temperature and salinity profiles and monthly objective analyses with uncertainty estimates // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2013. V. 118, P. 6704–6716.
3. *Diansky N.A., Sukhonos P.A.* Multidecadal Variability of Hydro-Thermodynamic Characteristics and Heat Fluxes in North Atlantic // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes / ed. by Karev V., Klimov D., Pokazeev K. 2018. P. 125–137.
4. *Дианский Н.А.* Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия. — М.: Физматлит, 2013. 272 с.
5. National Geophysical Data Center/NESDIS/NOAA/U.S. Department of Commerce (1986): ETOPO5 Global Earth Topography, 5-minute, from NGDC. Research Data Archive at the National Center for Atmospheric Research, Computational and Information Systems Laboratory. 2011. https://doi.org/10.5065/D62F7KG0. URL: https://rda.ucar.edu/datasets/ds759.1/
6. *Griffies S.M., Winton M., and Samuels B.L.* The Large and Yeager (2004) dataset and CORE // NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory PO Box 308, Forrestal Campus Princeton, New Jersey, 08542 USA (Manuscript last edited 28 September 2004), 2004.

УДК 004.942

Методы решения нелинейных уравнений динамики морского льда с использованием библиотеки Fenics

***С.С. Петров*[1], *Н.Г. Яковлев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт вычислительной математики РАН

В данной работе построена одномерная конечно-элементная модель динамики морского льда с вязко-пластичной реологией [1]. Система уравнений, описывающая процесс:

$$m\frac{\partial u}{\partial t} = A\tau_a - A\rho_w C_w u^2 + \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\sigma = \xi\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2}P, \tag{2}$$

$$\xi = \frac{5}{8}\frac{P}{\Delta + \Delta_{min}}, \tag{3}$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{11}}{2}\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|, \tag{4}$$

$$P = \frac{\Delta h P^{¤} e^{-C(1-A)}}{\Delta + \Delta_{min}}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(um) = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(uA\right)=0, A<1, \tag{7}$$

$$m=hA\varrho_{ice}\,. \tag{8}$$

где m — масса льда, A – сплоченность льда, u – скорость льда, σ – тензор напряжений, ϱ_{ice} и ρ_w – плотности льда и воды, ξ – коэффициент вязкости, P – давление льда, h — высота льда.

Далее была введена равномерная сетка и построена конечно-элементная модель. Для аппроксимации m, A, u, h использовались кусочно-линейные базисные функции Куранта (их линейная оболочка образует пространство L), а для аппроксимации σ, ξ, Δ, P – функции, постоянные на отрезке сетки. Ставились граничные условия непротекания на концах расчетной области. Начальные условия – нулевая скорость льда повсюду m и h имеют достаточно большое значение в центре водоема. Эта ситуация соответствует рассмотрению движения льдины, находящейся в центре узкого канала, под действием ветра.

Для численного решения уравнения переноса (6) и (7) использовалась неявная схема Тейлора–Галеркина. Вариационная конечно-элементная постановка данной задачи ($\langle .,. \rangle$ – скалярное произведение в L^2):

$$\varphi^{n+1}, v+u\Delta t\frac{\partial\varphi^{n+1}}{\partial x}, v+\frac{\Delta t^2}{2}u^2\frac{\partial\varphi^{n+1}}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}=\varphi^n, v, \forall v\in L\,. \tag{9}$$

Для того чтобы избавиться от нефизичных осцилляций (эффект Гиббса) и отрицательности решения, использовалась модификация коррекции потоков [2], которая сочетает в себе достоинства схемы высокого порядка аппроксимации (9) и монотонной схемы низкого порядка аппроксимации, которая получается из схемы высокого порядка лампированием массовой матрицы (схема Лэрнера).

Для решения нелинейного уравнения (1) совместно с уравнением (2) был применен итерационный метод с пересчетом скорости и тензора напряжений:

$$\begin{cases} \alpha\left(\sigma^{m+1}-\sigma^m\right)+\sigma\left(u^m\right)=\xi\left(u^m\right)\dfrac{\partial u^m}{\partial x}-\dfrac{P\left(u^m\right)}{2}, \\ \beta m\left(u^{m+1}-u^m\right)+m\dfrac{u^{m+1}-u^n}{\Delta t}=A\tau_a-A\rho_w C_w u^{m+1}u^m+\dfrac{\partial}{\partial x}\sigma^{m+1}. \end{cases} \tag{10}$$

Здесь n – глобальный индекс шага по времени, а m – локальный индекс внутри одной глобальной итерации. Программа была написана на языке программирования Python с использованием специальной конечно-элементной библиотеки Fenics [3]. Результат выполнения программы:

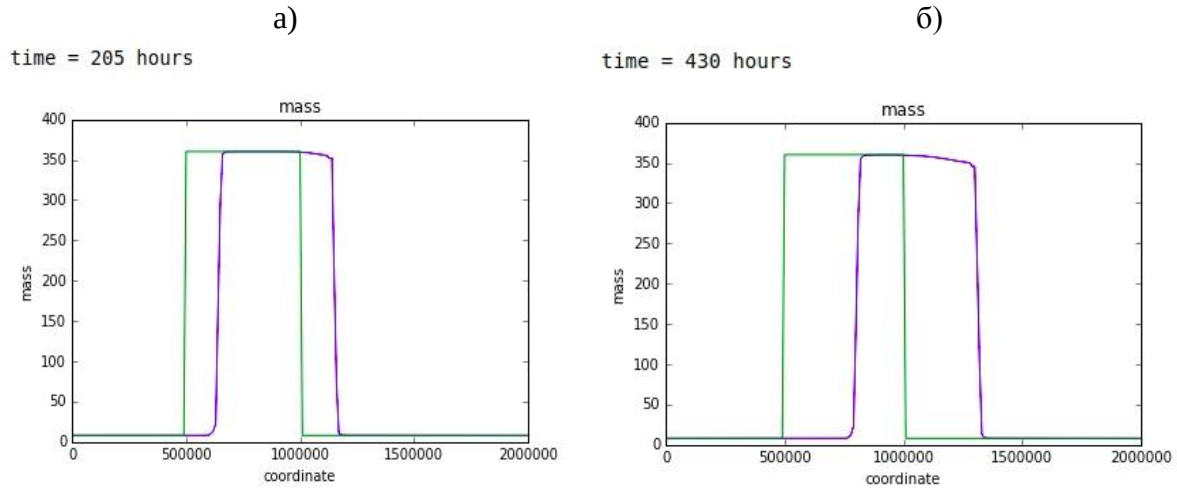


Рис. 1. Распределение массы льда (синяя линия) спустя (а) 205, (б) 430 часов после начала моделировния. Зеленая линия – начальное распределение массы льда.

Данная программа может быть использована для моделирования дрейфа льда в узком канале и расчета нагрузок на вертикальные береговые конструкции

Литература

1. *Bargmann V., Danilov S., Wang Q., Timmermann R.,Iakovlev N., Sidorenko D., Kimmritz M., Jung T., and Schroter J.* Finite-Element Sea Ice Model (FESIM) version 2. 2015.
2. *Kuzmin D., Turek S.* Flux correction tools for finite elements. 2002.
3. *Langtangen H.P., Logg A.* Solving PDEs in Python // The FEniCS Tutorial. 2017. Volume I.

УДК 004.021

Сравнение методов усвоения данных на основе классического, ансамблевого и локального фильтра Калмана на примере уравнения адвекции и задачи Лоренца

Д.А. Ростилов[1,3,4,5]***, М.Н. Кауркин***[2,3,4,5]***, Р.А. Ибраев***[2,3,4,5,6]

[1]Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
[2]Институт вычислительной математики РАН
[3]Институт океанологии им. П.П. Ширшова
[4]ФГБУ "ГИДРОМЕТЦЕНТР РОССИИ"
[5]Морской гидрофизический институт РАН
[6]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Работа посвящена сравнению трех методов ассимиляции данных наблюдений: фильтр Калмана (англ. Kalman Filter, KF), ансамблевый фильтр Калмана (англ. Ensemble Kalman Filter, EnKF), локальный фильтр Калмана (англ. Local Kalman Filter, LKF). Выполнены численные эксперименты по усвоению синтетических данных этими методами в двух разных моделях, описываемых системами дифференциальных уравнений. Первая описывается одномерным линейным уравнением адвекции, а вторая — системой Лоренца. Проведено сравнение средних ошибок и времени исполнения этих методов ассимиляции при различных размерах модели, которые согласуются с теоретическим оценками. Показано, что вычислительная сложность локального и ансамблевого фильтров Калмана растет линейно с увеличением размера модели. В то время как у KF эта сложность растет со скоростью куба. Также рассмотрена эффективность одной из возможных параллельных реализаций локального фильтра Калмана.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России (тема №0149-2018-0020) при частичной поддержке РФФИ (проект № 16-05-01101)

Литература

1. *Агошков В.И., Пармузин Е.И., Шутяев В.П.* Численный алгоритм вариационной ассимиляции данных наблюдений о температуре поверхности океана // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48. № 8. С. 1371–1391.
2. *Rabier F., Liu Z.* Variational Data Assimilation: Theory and Overview // ECMWF Seminar on Recent developments in data assimilation for atmosphere and ocean. 2003.
3. *Kalman R.E., Bucy R.S.* New Results in Linear Filtering and Prediction Theory // Journal of Basic Engineering. 1961. V. 83. Is. 1. P. 95–108. doi: 10.1115/1.3658902.
4. *Evensen G.* The Ensemble Kalman Filter: Theoretical formulation and practical implementation // Ocean Dynamics. 2003. P. 343–367. doi: 10.1007/s10236-003-0036-9.

УДК 519.6

Моделирование движения иммунных клеток: сравнение численных схем и приближение модели к данным на основе многокритериальной оптимизации

Д.С. Гребенников

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Институт вычислительной математики РАН

Характеристики подвижности клеток иммунной системы в лимфатическом узле оказывают существенное влияние на эффективность специфического иммунного ответа [1]. Коллективное двумерное движение иммунных клеток с периодическими граничными условиями можно описать в рамках классической механики в виде системы уравнений второго порядка:

$$m_i\ddot{x}_i = F_i(t, x_i, \dot{x}_i) = \sum_{j\neq i} f_{ij}^{\text{int}}(x_i - x_j, r_i, r_j) + F_i^{dis}(\dot{x}_i) + F_i^{mot}(t), i = \overline{1, N}, x_i \in [0, L]^2, \qquad (1)$$

где N – количество клеток, m_i, x_i, r_i, $\dot{x}_i$ – масса, координата, радиус и скорость i-й клетки соответственно. На каждую клетку действует сумма сил взаимодействия контактирующих клеток f_{ij}^{int}, являющихся градиентом межклеточного потенциала, диссипативная сила трения F_i^{dis}, пропорциональная скорости клетки, и сила активной внутренней подвижности клетки F_i^{mot}, представляющая собой дискретный по времени стохастический процесс с шагом Δt. Под решением системы (1) с начальными условиями $x_i(0), \dot{x}_i(0)$ понимается последовательное решение детерминистических на интервалах $(t_k, t_k + \Delta t)$ уравнений (1) с начальными условиями $x_i(t_k), \dot{x}_i(t_k)$, $t_{k+1} = t_k + \Delta t$, $i = \overline{1, N}$.

Построение модели вида (1), оценка биофизических параметров модели, численная реализация и калибровка модели по экспериментальным данным были проведены в [2]. В данной работе представлен сравнительный анализ численных методов, используемых для интегрирования уравнений типа (1), а также решена задача приближения расчётного массива данных, характеризующего движение иммунных клеток, к экспериментальному.

Для численного интегрирования уравнений движения второго порядка существует класс симплектических методов, т.е. численных схем, сохраняющих квадратичные инварианты (напр., энергию консервативных систем). Симплектические методы лучше воспроизводят длительную динамику как консервативных систем, так и диссипативных систем, по сравнению с несимплектическими аналогами [3]. Для оценивания ошибки методов было получено контрольное численное решение модели (1) на основе симплектического неявного метода Рунге–Кутты 6-го порядка, а порождающий элемент генератора псевдослучайных чисел для реализации стохастического процесса F_i^{dis} был зафиксирован. Были получены зависимости оценок ошибок методов и вычислительной сложности методов от шага по времени для методов меньшего порядка, в частности, для симплектических методов Эйлера 1-го порядка и Верле–Штёрмера 2-го порядка.

Экспериментальный массив данных, характеризующий движение иммунных клеток, состоит из трех распределений (гистограмм): поступательных скоростей клеток, скоростей поворота клеток и индексов меандрирования, опубликован в [4]. Приближение рассчитанного с

помощью модели (1) массива данных к экспериментальному проводилось на основе многокритериальной оптимизации по Парето. В качестве максимизируемых целевых функций были выбраны 3 значения статистик критерия Колмогорова–Смирнова для проверки гипотезы о соответствии одному закону распределения трех экспериментальных и расчётных эмпирических распределений профиля, по аналогии с [4]. Многокритериальная оптимизация осуществлялась с помощью эволюционного алгоритма BorgMOEA [5]. Получены распределения параметров модели, соответствующие найденному Парето-фронту.

Исследования выполнены при поддержке проекта РНФ № 18-11-00171 (построение модели, сравнение численных методов) и проекта РФФИ № 18-31-00356 (программная реализация задачи многокритериальной оптимизации).

Литература

1. *Miller M.J., Hejazi A.S., Wei S.H., Cahalan M.D., Parker I.* T cell repertoire scanning is promoted by dynamic dendritic cell behavior and random T cell motility in the lymph node // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2004. V. 101. P. 998–1003.
2. *Гребенников Д.С.* Двумерная модель передвижения клеток иммунной системы в лимфоузле // Труды 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ. Прикладная математика и информатика. 2017. С. 185–186.
3. *Hairer E., Lubich C., Wanner G*. Geometric numerical integration: structure-preserving algorithms for ordinary differential equations. — Springer Science & Business Media, 2006.
4. *Read M.N., Bailey J., Timmis J., Chtanova T.* Leukocyte Motility Models Assessed through Simulation and Multi-objective Optimization-Based Model Selection // PLOS Comp. Biology. 2016. V. 12. P. E1005082.
5. *Hadka D., Reed P*. Borg: An Auto-Adaptive Many-Objective Evolutionary Computing Framework // Evolutionary Computation. 2012. N 2 (21). P. 231–259.

СЕКЦИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ ИНФОРМАТИКИ

Председатель: Р.А. Пашков (к.т.н., доцент)

Зам. председателя: А.Д. Дяйкин (дир. академических программ Параллелз софтвер СИПИ)

Секретарь: А.В. Зырянов (старший преподаватель)

Дата: 20.11.2018

Время: 10:00

Место: Москва, Долгопрудненское ш., д. 3, ауд. 414-415, Физтех-парк

УДК 004.416.2, 004.457

Разработка метода генерации отладочных дампов гостевой ОС Windows под гипервизором QEMU/KVM

***В.В. Прутьянов*[1], *Р.В. Каган*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Virtuozzo International GmbH

В настоящее время рабочая нагрузка многих серверов, особенно в облачной инфраструктуре, выполняется с использованием технологии гипервизорной виртуализации. Один из популярных гипервизоров — QEMU/KVM — используется в том числе для запуска Windows в качестве гостевой ОС.

Во время работы ОС внутри виртуальных машин зачастую возникают проблемы, такие как аварийные завершения и зависания. Один из методов анализа проблем, возникающих при работе ОС Windows, — снятие снимка состояния системы, называемого *дампом*, и его анализ отладчиком Microsoft WinDbg. Этот метод используется при анализе проблем на физических машинах — ОС Windows может автоматически создать дамп при аварийном завершении. Но такой способ, во-первых, требует специальной настройки гостевой ОС, а, во-вторых, не позволяет создать дамп работающей системы. Кроме того, при работе ОС внутри виртуальной машины дамп может быть сгенерирован на стороне гипервизора без участия гостевой ОС. Однако, в силу особенностей подсистемы создания дампов в ОС Windows с ядром 6.2 и новее, до недавнего времени все способы создания дампов на стороне гипервизора либо опирались на предоставленные гостевой ОС данные, либо полагались на эвристические методы и не всегда давали результат. QEMU позволяет сделать дамп виртуальной машины в формате ELF и сохранить в нем данные из физической памяти и регистров виртуальных процессоров, но для отладки Windows этого недостаточно.

Рассматривается метод создания полного дампа памяти (Complete Memory Dump) 64-разрядной ОС Windows с ядром 6.1 и новее, работающей внутри виртуальной машины под управлением QEMU/KVM, который не требует никаких действий внутри гостевой ОС.

Метод реализован в виде утилиты elf2dmp, которая поставляется вместе с QEMU и конвертирует дамп из формата ELF в формат DMP, понятный WinDbg. Алгоритм работы утилиты состоит из нескольких частей. Сначала происходит определение физического адреса корня таблицы страничной трансляции либо из регистра CR3 виртуального процессора, занятого системным потоком, либо из области памяти с данными для обработчика прерываний, если все процессоры заняты пользовательскими задачами, что определяется по доступности виртуального адреса структуры PRCB.

После восстановления страничного преобразования становится доступным обращение к

памяти по виртуальным адресам и сканирование виртуальной памяти на предмет сигнатуры загруженного образа ядра ОС Windows. В качестве стартового адреса для поиска сигнатуры используется адрес из первой записи таблицы дескрипторов прерываний IDT, которая находится по адресу из регистра IDTR виртуального процессора.

Далее виртуальная память сканируется в сторону уменьшения адресов, пока не будет обнаружен заголовок PE-образа ядра ntoskrnl.exe, по данным из которого можно автоматически подобрать PDB-файл с отладочной информацией и загрузить его из хранилища PDB-файлов на сайте Microsoft. Данные из PDB-файла позволяют найти в памяти виртуальной машины и расшифровать структуру KdDebuggerDataBlock, на основе которой генерируется сперва 8Кб заголовка дампа, а затем и весь дамп.

Таким образом, был разработан и реализован как часть проекта QEMU способ генерации отладочных дампов гостевой ОС Windows, не требующий кооперации со стороны гостевой ОС.

Литература

1. *Prosek L.* Extracting Windows VM crash dumps. 2017. https://ladipro.wordpress.com/2017/01/06/extracting-windows-vm-crash-dumps/
2. The Secret to 64-bit Windows 8 and 2012 Raw Memory Dump Forensics. — Volatility Labs, 2014. https://volatility-labs.blogspot.com/2014/01/the-secret-to-64-bit-windows-8-and-2012.html
3. *Соломон Д., Руссинович М.* Внутреннее устройство Microsoft Windows. 6-е изд. — СПб.: Питер, 2013. 800 с.
4. *Gu Y., Lin Z.* Derandomizing kernel address space layout for memory introspection and forensics // Proceedings of the Sixth ACM Conference on Data and Application Security and Privacy. ACM, 2016. P. 62–72.

УДК 004.031.43

Распределенный реестр в составе гибридной системы обработки информации как альтернатива доверенной третьей стороне

***И.К. Иванов*[1], *К.Н. Мельников*[1], *В.Н. Логинов*[1], *Е.А. Поцелуев*[2], *Д.М. Костенко*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]ОАО «Российские Железные Дороги»

Распределённый реестр (blockchain) представляет собой неизменяемый и устойчивый к несанкционированному вмешательству постоянно обновляемый список транзакций, содержащих данные о правах на получение и передачу активов между потребителями, поставщиками товаров и услуг и другими заинтересованными лицами, и размещенный в узлах сети, соединяющей этих лиц.

Наличие встроенных механизмов защиты от несанкционированного доступа и механизма консенсуса позволяет автоматически выполнять задачи, обычно передаваемые непредвзятой стороне, которой доверяют все участники транзакций. Механизмы консенсуса гарантируют участникам, что на каждом узле находится точная копия распределенного реестра. В силу своей прозрачности и высокого уровня доверия участников к достоверности транзакций технология распределенного реестра всё чаще используется в таких сферах как финансы, энергетика, защита авторского права и т.д. Однако у этой технологии есть свои ограничения по масштабируемости, производительности, стоимости транзакций и другие [1].

Совместить производительность и масштабируемость не-blockchain информационных систем с прозрачностью и доверием, предоставляемыми blockchain-подходом, предоставляют гибридные информационные системы.

Гибридная система позволяет разделять выполняемые операции на децентрализованные и централизованные и выполнять их в blockchain и не-blockchain средах соответственно. На blockchain платформе могут выполняться операции, не требующие Тьюринг-полного языка для исполнения и высокой производительности, но для которых необходима доверительная валидация и верификация. И наоборот, если операция не требует проверок доверенной стороной, но при этом необходима высокая производительность, масштабируемость и т.д., она может выполняться в централизованной среде [2].

В работе на примере локомотивного хозяйства ОАО «РЖД» предложена и обоснована

архитектура гибридной системы обработки информации (ГСОИ), обеспечивающей информационное сопровождение передачи физических активов между предприятиями ОАО «РЖД» и сервисными компаниями, осуществляющими техническое обслуживание активов, а также предложено описание информационной и функциональной модели данной системы. При разработке архитектуры системы предполагалось, что часть необходимых функций обеспечивается за счет исполнения децентрализованных операций на основе смарт-контрактов на платформе Ethereum. Концептуальная схема ГСОИ представлена на рис.1.

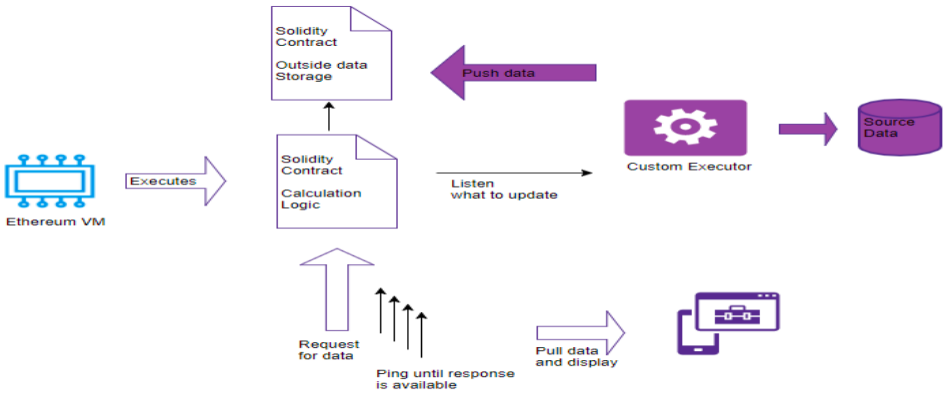


Рис.1. Концептуальная схема ГСОИ

Предложенный подход имеет следующие ключевые преимущества по сравнению с централизованным подходом:

- реализация проверки качества данных не зависит от третьей стороны, что гарантирует доверие к результатам со стороны всех участников;
- большая автономность децентрализованной системы при технических сбоях в центральных корпоративных информационных систем ОАО «РЖД»;
- гибкость интеграции с уже существующими информационными системами.

Наличие ГСОИ позволит ОАО «РЖД» быстро и эффективно реагировать на отклонения параметров состояния локомотивного комплекса от нормативных, замечать расхождения между данными, предоставляемыми сервисными компаниями, формируя тем самым «единую версию правды» (SVOT, single version of the truth) для всех участников бизнес процессов. Использование качественной SVOT поможет увеличить качество планирования ремонтных и диагностических работ в рамках обслуживания локомотивного комплекса, повысит качество мониторинга состояния локомотивного комплекса, а также, в перспективе, ускорит взаимное согласование результатов работ между ОАО «РЖД» и сервисными компаниями, от чего выиграют, безусловно, все участники процесса.

В целом реализация предложенного подхода по построению ГСОИ данного типа позволит внести существенный вклад в повышение качества обслуживания и мониторинга локомотивного комплекса ОАО «РЖД».

Литература

1. *Locher T., Obermeier S., Pignolet Y.A.* When Can a Distributed Ledger Replace a Trusted Third Party? 2018.
2. *Molina-Jimenez C., Sfyrakis I., Solaiman E., Ng I., Meng Weng Wong, Chun A., Crowcroft J.* Implementation of Smart Contracts Using Hybrid Architectures with on- and off-Blockchain Components. 2018.

УДК 004.49, 004.453, 004.451.35

Обеспечение контроля над исполнением образцов вредоносного программного обеспечения при динамическом анализе

***А.А. Переберина*[1,2], *А.В. Костюшко*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Acronis International GmbH

В данной работе рассматривается разработка инструментов для глубокого динамического анализа вредоносного программного обеспечения (ToolChain), которые будут работать на тестовом сервере программно-аппаратного комплекса Sandbox, предназначенного для запуска и анализа вредоносного ПО. Проектирование и структура Sandbox были рассмотрены нами в статье [1]. Разрабатываемые нами инструменты предназначены для анализа вредоносного ПО, ориентированного на операционные системы семейства Windows. Модуль, осуществляющий глубокий динамический анализ, следит за внутренними событиями исследуемого образца, при этом используя инвазивные методы исследования, такие как перехват вызовов системных функций или патч исполняемого файла. Разрабатываемые инструменты могут быть применены для детектирования вредоносной активности и определения подозрительных паттернов поведения с использованием модели машинного обучения.

С момента появления первых экземпляров вредоносного программного обеспечения увеличилось видовое разнообразие вредоносного ПО, его сложность, количество новых образцов и скорость их появления, а также масштабы угроз. Традиционный антивирус, ориентирующийся на проверку сигнатур по базам данных, которые пополнялись экспертом-аналитиком, не может противостоять вновь появляющимся, неизвестным ранее угрозам [2]. Поэтому появляются инструменты динамического анализа вредоносного ПО, исследующие поведение образца во время его исполнения. При динамическом анализе используется перехват вызовов функций, анализ параметров [2]. Есть техника W⊕X, которая применяется для преодоления упаковщиков, она основана на модификации прав доступа к странице. Наше решение опирается на существующие техники и предлагает новый подход. Вредоносное ПО, в свою очередь, применяет различные средства обнаружения запуска под наблюдением аналитических инструментов и уклонения от динамического анализа [3]. В своей работе мы уделяем внимание проблемам маскировки наличия аналитических инструментов, а также уменьшения влияния аналитических инструментов на производительность операционной системы. Часть механизмов маскировки будет встроена в ToolChain, часть планируется в качестве отдельных модулей (таких как управление течением времени в исследуемом процессе).

Основная идея ToolChain — обеспечить полный контроль над исполнением образца, логировать все системные вызовы и передачу управления в системный код или код приложения нестандартными способами (динамически сгенерированный код, механизм обратных вызовов, передача управления в середину функции и т. д.). Мы применяем перехват и мониторинг системных вызовов и контроль над исполнением кода. Для этого мы отделяем код приложения от системного кода путём составления карты памяти и контроля над доступом к её участкам. Был разработан прототип для анализа однопоточных 64-битных приложений, а также предложены механизмы контроля над исполнением в случае многопоточного приложения. Первый из них связан с тяжёлой задачей создания процесса-дупликата (дуплицирования VAD и поддержания нитей-близнецов), однако обеспечивает простую процедуру переключения доступных страниц памяти. Второй требует решения математических задач, связанных с разработкой планировщика для двух типов нитей. В дальнейшем планируется реализовать прототип для анализа многопоточных приложений.

На данном этапе мы рассматриваем вопросы контроля над течением времени для исследуемого образца. Ускоренное течение календарного времени может вызвать срабатывание вредоносных сценариев, привязанных ко времени (т. н. временные бомбы). Приложение может обнаружить факт запуска под анализом по падению производительности, увеличению времени исполнения инструкций, которое происходит из-за присутствия аналитических инструментов. Падение производительности маскируется с помощью «замедления» течения времени путём корректировки значений счётчиков, к которым может обращаться приложение для измерения времени. Процессы управления временем имеют сходство с эмуляцией времени в гостевой операционной системе гипервизором виртуальных машин.

Литература

1. *Переберина А.А., Костюшко А.В.* Проектирование программно-аппаратного комплекса для запуска вредоносного программного обеспечения // Научный журнал «Труды МФТИ». 2018. Т. 10, № 2 (38).
2. *Egele M., Scholte Th., Kirda E., Kruegel C.* A survey on automated dynamic malware-analysis techniques and tools // ACM Computing Surveys. 2012. V. 44, N 2. Article 6.
URL: https://www.cs.ucsb.edu/\%7Echris/research/doc/acmsurvey12_dynamic.pdf.
3. *Balci E.* Искусство антидетекта. Часть 1. — Введение в техники детектирования — securitylab.ru, 2017.
URL: https://www.securitylab.ru/analytics/485677.php, 2017.

УДК 004.457

Защита процессов системы при помощи расширения ядра macOS

Д.В. Копырин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Время жизни процессов является одним из ключевых факторов в разработке программных продуктов, так как необходимо обеспечивать постоянный доступ к приложениям сервера для, например, отправки непрерывного потока данных пользователю. Злоумышленник может намеренно пытаться убивать и останавливать процессы программного продукта, усложняя и замедляя их работу. В рамках исследования была поставлена задача защиты процессов продукта от внешних воздействий при помощи использования расширения ядра (Kext) macOS.

Исследование проблемы было разделено на 3 части: изучение принципов контроля процессов, построение Proof-of-Concept–способа убийства процессов, написание Kext для защиты процессов.

В данной работе были рассмотрены способы убийства и остановки процессов при помощи сигналов в UserSpace и их реализация в KernelSpace в операционной системе macOS. Простейший способ убить приложение – отправить сигнал SIGKILL, остановить – SIGSTOP. С точки зрения KernelSpace, процесс вызывает syscall “signal”, а в ядре вызывается функция “psignal(thread, signal)”. Однако функция “psignal" вызывается не только в обработчике системного вызова, но и из других модулей ядра XNU, которые будут рассмотрены в докладе: codesign, отладка и ограничение ресурсов процесса.

В результате исследования кода ядра macOS была обнаружена локальная уязвимость системы, которая позволяет убить любой процесс системы без прав суперпользователя, в том числе init процесс launchd и вызвать локальный DoS в операционной системе. Результатом работы стало написание Kext для защиты процессов, а также было получено знание о средствах предотвращения атак на ядро XNU.

Литература

1. *Singh, Amit.* Mac OS X internals: a system approach. — Addison-Wesley Professional, 2006.
2. *Levin J.* Mac OS X and IOS Internals: To the Apple's Core. — John Wiley & Sons, 2012.
3. macOS XNU Source Code. https://github.com/apple/darwin-xnu

УДК 004.49; 004.45

Самозащита Linux приложений с помощью перехвата системных вызовов

М.А. Молчанов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Acronis International GmbH

В данной работе рассматривается создание модуля Linux с целью защиты отдельных приложений путем перехвата системных вызовов. Такой подход поможет оставить невредимым приложение, когда злоумышленник уже имеет повышенные права доступа. То есть, если кто-то смог обойти защиту Linux и повысить свои полномочия до суперпользователя, то он все равно никак не сможет навредить защищаемой программе. Будем называть используемые ниже системные вызовы “опасными”, так как в настоящей статье они рассматриваются как способ атаки на процесс.

Целью исследования была реализация защиты от двух типов атак: завершение приложения и внедрение в процесс. Внедрение в процесс опасно тем, что с помощью него можно получить доступ к памяти процесса, в которой могут храниться конфиденциальные данные (например, пароли), а также перехватывать любой системный вызов, совершаемый данным процессом, что дает возможность получать весь входящий поток информации от пользователя и прочие возможности.

Защита от целенаправленного завершения приложения злоумышленником достигается за счет перехвата таких системных вызовов, как sys_kill, sys_tgkill и sys_tkill. Данный подход реализует защиту в нескольких случаях. Во-первых, сигнал завершения может быть послан напрямую главному процессу. Во-вторых, атакующий может намеренно завершить один из потоков защищаемого приложения. В-третьих, можно рекурсивно уничтожить процесс и все процессы им порожденные, поэтому сигнал для защищаемого процесса послан не будет, но тем не менее необходимо предотвратить данную ситуацию.

Защита от внедрения в процесс приложения возможна за счет перехвата sys_ptrace, sys_open и sys_openat. Системный вызов sys_ptrace предназначен для отладки приложений, поэтому с помощью него можно получить доступ к информации о памяти и системных вызовах любого процесса, к которому имеется доступ. Но это не единственный способ прочитать память процесса. Не менее опасным является внедрение в память с помощью системного вызова sys_open и похожего на него sys_openat. Эти системные вызовы можно эксплуатировать для чтения памяти процесса.

Защитный модуль состоит из трех частей. Первая часть — сам LKM (Linux kernel module), который загружает модуль в систему.

Вторая часть — символьное устройство, обеспечивающее взаимосвязь между окружением пользователя и ядра. С помощью данного устройства можно посылать данные модулю о том, какое приложение защищать.

Третья часть — перехват системных вызовов. В данной части происходит подмена необходимых системных вызовов на модифицированные с соответствующими проверками на безопасность действий относительно защищаемого приложения.

Вместе эти три части создают защитный модуль, работу которого можно описать следующим образом: LKM встраивается в систему, получает таблицу системных вызовов, заменяет указанные выше вызовы на измененные и ожидает информацию о приложении, для которого необходимо обеспечить защиту. Далее при получении “опасного” системного вызова следует проверка на корректность его действий, то есть проверка на то, что данный вызов не собирается навредить защищаемому приложению. Если это так, то выполняется оригинальный вызов. В противном случае, возвращается ошибка.

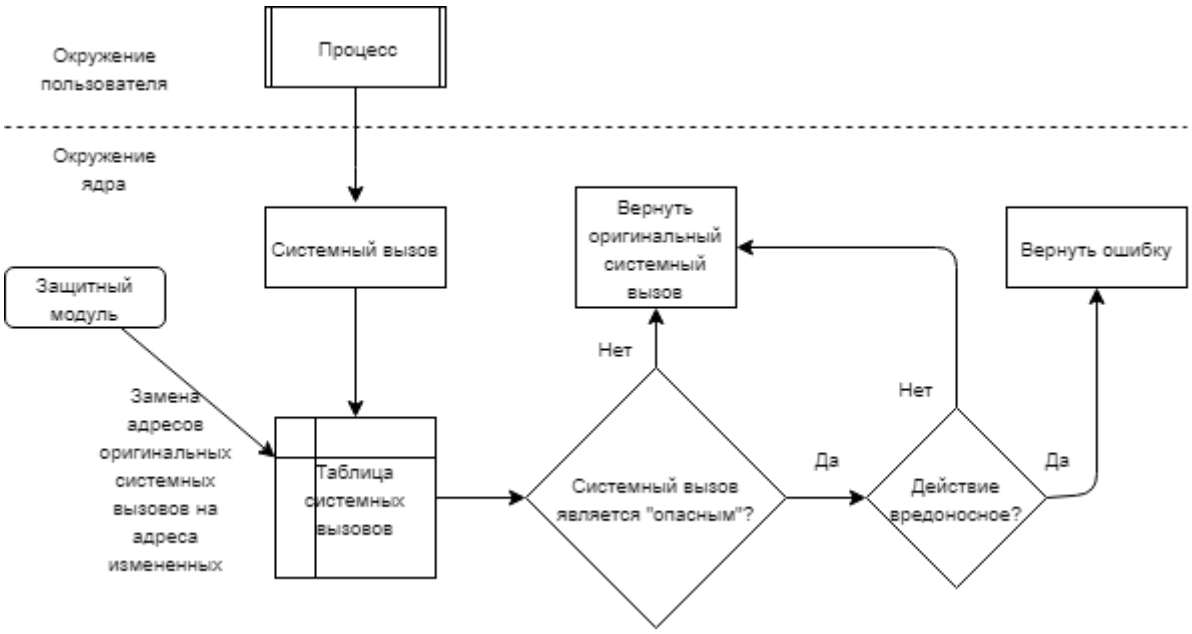


Рис. 1. Описание работы защитного модуля

Таким образом, был разработан подгружаемый Linux модуль, обеспечивающий защиту приложений от завершения злоумышленником, а также от намеренного внедрения в процесс.

УДК 519.718.2

Обеспечение надежности распределённых систем

В.А. Овчинников

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Аннотация. Рассмотрены методы обеспечения надежности и безопасности распределенных систем. Предложены способы их применения и оценки качества.

Введение. Под надежностью систем понимается способность системы сохранять свои свойства (безотказность, восстанавливаемость, защищенность и др.) на заданном уровне в течение фиксированного промежутка времени при определенных условиях эксплуатации. Термин reliability (надежность) обозначает способность системы обладать свойствами, обеспечивающими качественное выполнение функций системы в соответствии с заданными требованиями [1].

Модели надежности обеспечивают оценку состояния работоспособности (dependability) технических и программных систем.

Для обеспечения устойчивости распределённой системы к выходу из строя отдельных узлов кластера или разрывов сети применяют две стратегии. В первом случае, после обнаружения любой поломки кластер перестает оперировать и выдает ошибки до тех пор, пока проблема не будет устранена. Вторая стратегия — это использование избыточности. Каждый элемент системы представлен несколькими экземплярами, если один из этих экземпляров становится недоступен, остальные берут на себя его работу.

Использование обеих стратегий требует реализации системы мониторинга доступности узлов системы. Для реализации такой системы принято использовать механизм членства в группах. Все узлы распределенной системы включаются в одну группу, если они доступны. Когда они становятся недоступны, остальные члены группы должны исключить недоступный узел из группы. Для того чтобы проверить доступность узла используются механизмы под названием failure detectors [2]. Существует два основных подхода к реализации таких детекторов. Первый подход заключается в том, что узел, за которым необходимо наблюдать, регулярно отправляет сообщения супервизору. Второй подход предполагает, что узел рассматривает входящие сообщения и отвечает на них сообщением, содержащим его состояние. В асинхронных сетях могут возникать различные failure defects, которым ставятся такие детекторы [4–5], которые оценивают вероятность работы или недоступности узла сети. Эти механизмы позволяют динамически включать и исключать новые узлы из кластера без остановки системы.

Классификация моделей надежности

На надежность систем влияют факторы:

- риск через угрозы, приводящие к неблагоприятным последствиям и ущербу системы или среды;
- угрозы как проявление неустойчивости системы и нарушения ее безопасности;
- причины возникновения угроз, дефектов, отказов и их частоты появления и исправления;
- способность системы сохранять устойчивость работы и качество полученных результатов.

Риск уменьшает надежность, а обнаруженные ошибки могут привести к угрозе, если отказы носят частотный характер.

Большинство моделей надежности исходят из предположения, что найденные ошибки и дефекты устраняются немедленно или определяются временем их устранения и новые дефекты не вносятся. В результате количество дефектов и ошибок в системе уменьшается, а надежность возрастает, такие модели получили название *моделей роста надежности* [7–11]. G. Shick предложил следующую классификацию моделей надежности [8].

Прогнозирующие модели надежности основаны на измерении технических характеристик создаваемых программ: длина, сложность, число циклов и др. Это модели Мотли–Брукса, Холстеда, которые позволяют прогнозировать количество ошибок в программе в зависимости от ее объема и числа операций (n_1) и операндов (n_2) [9–11].

Измерительные модели предназначены для оценки надежности ПО, работающего с заданной внешней средой и следующими ограничениями:

- ПО не модифицируется во время периода измерений свойств надежности;

- обнаруженные ошибки не исправляются;
- измерение надежности проводится для зафиксированной конфигурации ПО.

Примером таких моделей является модель Нельсона, Рамамурти–Бастани и др. [9].

Модель Нельсона основывается на выполнении k-прогонов программы при тестировании и позволяет определить надежность по формуле:

$R(k) = \exp[-\sum \nabla t_j \lambda(t)]$,

где t_j – время выполнения j-прогона, $\lambda(t) = -[\ln(1-q_i)\nabla j]$ и при $q_i \leq 1$ интерпретируется как функция интенсивности отказов.

Оценочные модели основываются на серии тестовых прогонов и проводятся на этапах тестирования системы. В тестовой среде определяется вероятность отказа программы при ее тестировании или выполнении. Эти типы моделей могут применяться на этапах ЖЦ и могут быть следующих видов:

- модели без подсчета ошибок основаны на измерении интервала времени между отказами и позволяют спрогнозировать количество ошибок, оставшихся в программе. К этим моделям относятся модели Джелински и Моранды, Шика Вулвертона, и Литвуда–Вералла;
- модели с подсчетом отказов базируются на количестве ошибок, обнаруженных на заданных интервалах времени. К этому классу моделей относятся модели Шика–Вулвертона, Шумана, Пуассоновская модель и др;
- модели с подсевом ошибок, основанные на количестве устраненных ошибок и подсеве, внесенном в программу искусственных ошибок, тип и количество которых заранее известны. Этот подход базируется на тестировании и редко используется из-за дополнительного объема работ для покрытия тестами компоненты системы.

Согласно приведенной классификации моделей надежности процессы обнаружения ошибок в программах носят случайный марковский и пуассоновский характер и обеспечивают поиск ошибок, дефектов и отказов. Некоторые модели надежности позволяют прогнозировать число ошибок в процессе тестирования, другие оценивать надежность с помощью функций надежности по данным, собранным на этапах жизненного цикла разработки системы и испытания.

Таким образом, предложены методы для обеспечения надежности распределённых систем, приведены рекомендации стандартов ISO/IEC 12207 и предложены модели для оценки надежности систем с учетом ошибок, дефектов и отказов.

Литература

1. *Pakulin N.V., Lavrischeva E.M., Ryzhov A.G., Zelenov S.V.* Analysis of methods for assessing the reliability of equipment and systems. Practice of methods // Proceedings of ISP RAS. 2018. V. 30:3. P. 99–120.
2. *Kshemkalyani D.* Distributed computing: principles, algorithms, and systems // Singhal, Mukesh. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
3. *Aguilera M.K., Chen W., Toueg S.* Failure detection and consensus in the crash-recovery model // Distributed Computing. V. 13 (2): P. 99–125.
4. *Chandra T.D., Toueg S.* Unreliable failure detectors for reliable distributed systems // Journal of the ACM. V. 43. Is. 2. P. 225–267.
5. *Aguilera M.K., Toueg S.* Randomization and failure detection: A hybrid approach to solve Consensus // Distributed Algorithms. Lecture Notes in Computer Science. Springer, Berlin, Heidelberg. P. 29–39.
6. *Andon F.I., Koval G.I.* [*et al.*]. Bases of quality engineering software system — Kiev: Of Sciences. Dumka, 2007. 670 p.
7. *Lipaev V. V.* Reliability and functional safety of software systems real time. — Moscow: JSC "Svetlitsa", 2013. 193 p.
8. *Shick G.J., Wolverton R.W.* An analysis of computing software reliability models // IEEE Tras. Software Eng. 1978. V. SE–4. N 2. P. 104–120.
9. *Shanthikumar J.G.* Software reliability models: A Review // Microelectron. Reliab. 1983. V. 23. N 5. P. 903–943.
10. *Goel Amrit L.* Software reliability models: Assumptions, limitations, and applicability. // IEEE Transactions on Software Engineering. 1985. V. SE–11. N 12. P. 1411–1423.
11. *Musa J.D., Okumoto K.A.* Logarithmic Poisson Time Model for Software Reliability Measurement // Proc. 7-International Conference on Software Engineering. Orlando, Florida. 1984. P. 230–238.

УДК 004.852

Прогнозирование выхода из строя жестких дисков

Р.И. Маракулин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Жесткий диск является наиболее распространенным устройством хранения информации. Выход из строя одного жесткого диска является редким событием, но имеет регулярное явление в системах из тысяч дисков в ЦОД, на машинах пользователей по всему миру. Внезапный выход из строя жестких дисков может привести как к временной недоступности сервисов, так и к потере данных. Надежность является одной из самых больших проблем в системах хранения.

Традиционно, задача повышения отказоустойчивости систем хранения данных решается путем объединения дисков в массивы для хранения копий, хранения избыточных данных для возможности восстановления утраченных фрагментов. Такой подход можно считать экстенсивным. Для хранения одной уникальной единицы данных требуется место на несколько единиц.

Прогнозирование падений и сбоев жестких дисков является еще одним инструментом для повышения надежности систем хранения данных с возможностью автоматического создания резервных копий проблемных дисков. Однако для того чтобы предсказание отказа диска было полезным, нам нужно получать точные прогнозы. Это поможет, с одной стороны, обеспечить своевременную замену дисков только при необходимости, а, с другой, уменьшить количество реплик, тем самым повысив эффективность ЦОД.

В данной работе строится модель жесткого диска, рассматриваются методы предсказания выхода из строя жестких дисков, достоинства, недостатки решений. Исследуется применимость алгоритмов машинного обучения, моделей прогнозирования временных рядов в данной задаче предсказания отказов жестких дисков. Также в работе уделено внимание отбору атрибутов, собираемых с жестких дисков для качественного предсказания. Исследования были проведены как на открытых данных S.M.A.R.T. атрибут компании Backblaze, так и перепроверены на данных из ЦОД X. В рамках данной работы также были найдены некоторые закономерности в данных, в частности, отсутствие зависимости температуры от срока службы жесткого диска. Была получена модель, способная предсказывать выход диска из строя лучше, чем это делается на основе пороговых правил для S.M.A.R.T. атрибут.

Литература

1. *Li J.* [*et al.*]. Hard Drive Failure Prediction using Decision Trees // Reliability Engineering and System Safety. 2017. P. 55.
2. *Zhu B.* [*et al.*]. Proactive Drive Failure Prediction for Large Scale Storage Systems // IEEE 29. 2013.
3. *Yang W.* [*et al.*]. Hard Drive Failure Prediction Using Big Data // IEEE 34. 2015.
4. *Hamerly G., Elkan C.* Bayesian approaches to failure prediction for disk drives // ICML. 2001.
5. *Pinheiro E.* [*et al.*]. Failure Trends in a Large Disk Drive Population // USENIX conference on File and Storage Technologies 5. 2007.

УДК 004.051

Эффективное индексирование данных снапшотов

А.М. Неганов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В различных приложениях (виртуальные машины, системы резервного копирования) возникает задача хранения коллекции «мгновенных снимков» файловой системы (снапшотов) и организации поиска по ним.

В случае системы с большим количеством объектов и малыми (много меньше 1%) изменениями между снапшотами остро встаёт проблема разрастания метаданных, которые могут по объёму существенно превысить объём полезных данных.

В настоящей работе рассмотрена задача построения эффективного индекса для коллекции снапшотов с высокой производительностью записи и малым размером хранимых метаданных.

Проанализированы недостатки наивного подхода с независимым индексированием снапшотов, проблемы, присущие построению индекса средствами реляционной БД (на примере PostgeSQL), применимость алгоритмов, используемых в хронологических базах данных, для решения поставленной задачи. Предложен метод леса с пересекающимися ветвями и оценена его эффективность при использовании B+- и LSM-деревьев.

Литература

1. *Shaull R., Shrira L., Xu H.* Skippy: a new snapshot indexing method for time travel in the storage manager // Proceedings of the 2008 ACM SIGMOD international conference on management of data. 2008. P. 637–648.
2. *Sheng Y., Xu D., Wang D.* A high effective indexing and retrieval method providing block-level timely recovery to any point-in-time. // 2010 IEEE Fifth International Conference on Networking, Architecture, and Storage. 2010. P. 41–50.
3. *Tsotras V, Kangelaris N.* The snapshot index: an I/O-optimal access method for timeslice queries. // Information Systems. 1995. V. 20. P. 237–260.

СЕКЦИЯ ФЛЮИДОДИНАМИКИ И СЕЙСМОАКУСТИКИ

Председатель: А.В. Колдоба (д.ф.-м.н., профессор, зав. лабораторией)

Зам. председателя: Ю.И. Скалько (к.ф.-м.н., с.н.с. лаборатории)

Дата: 22.11.2018

Время: 12:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 403 КПМ, МФТИ

УДК 519.6

Применение разрывного метода Галёркина для численного решения уравнений упругости в гетерогенной среде

И.С. Насекин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

При численном моделировании задач сейсморазведки, сейсмоакустики и других упругая среда часто не является однородной, а состоит из нескольких однородных участков — блоков. На границах этих блоков могут происходить различные физические процессы. Например, в задачах сейсмоакустики пространство между блоками может быть заполнено жидкостью или газом, блоки могут проскальзывать друг относительно друга или между ними может быть трение.

В качестве численных методов для этих задач используется целый спектр схем, разработанных для систем гиперболических уравнений: сеточно-характеристичечкие схемы, методы конечных элементов, в том числе разрывный метод Галеркина, метод конечных объёмов и многие другие. Целью работы являлось рассмотрение разрывного метода Галёркина для задачи распространения акустических возмущений в блочной среде. Для реализации поставленной задачи удобно использовать разрывный метод Галёркина, так как он позволяет достаточно точно воспроизводить волновые фронты с характерной шириной менее размера ячейки. Также в данном методе возможно осуществить учет контактных условий на границах сред.

В данной работе исследовалось распространение сейсмических возмущений в породе вдоль среды, имеющей существенно более высокую проводимость, с различными условиями на границах сред.

Для численного моделирования поставленной задачи был разработан вычислительный алгоритм на основе разрывного метода Галеркина и решения задачи Римана на границах между блоками. Этот вычислительный алгоритм был программно реализован и протестирован на ряде задач, характерных для рассматриваемой предметной области. Также была проведена серия расчетов распространения упругих волн как в сплошных средах (в том числе неоднородных), так и в блочных средах различного строения. В презентации приведены результаты этих вычислительных экспериментов.

Литература

1. *Исакович М.А.* Общая акустика: учебное пособие. М.: Наука, 2009. 729 с.
2. *Toro E.* Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2009. 496 p.
3. *Raymond J. Spiteri, Steven J. Ruuth.* A New Class of Optimal High-Order Strong-Stability-Preserving Time Discretization Methods // SIAM J. Numer. Anal. 2002. V. 40. N 2. P. 469–491.
4. *Martin Kaser, Michael Dumbser.* An Arbitrary High Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes I: The Two-Dimensional Isotropic Case // Geophys. J. Int. 2000. V. 142. 000-000.

5. *Martin Kaser, Michael Dumbser.* An Arbitrary High Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes II: The Three-Dimensional Isotropic Case // Geophys. J. Int. 2000. V. 142. 000-000.

УДК 519.6

Численные алгоритмы конструктивно-нелинейных колебаний упруго-опертого стержня при движущейся нагрузке, основанные на теории обобщенных функций

***В.В. Янаева*[1], *Ю.И. Скалько*[1], *С.Ю. Гриднев*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Воронежский государственный технический университет

В работе развит подход к решению дифференциальных уравнений в частных производных с разрывными граничными условиями для исследования колебаний упруго-опертого неразрезного стержня со свободными концами и ограничителями хода по концам. Такой стержень используется в качестве расчетной схемы пролетного строения наплавного моста неразрезной системы и целого ряда упруго- и гидроупруго-опертых конструкций (рис. 1).

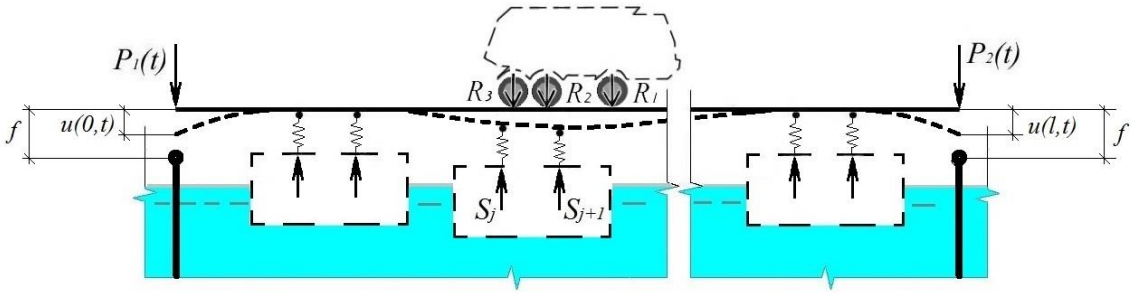


Рис. 1. Расчетная схема пролетного строения наплавного моста в виде упруго опертого стержня со свободными концами и ограничительными опорами по концам

Математическая модель, описывающая полное движение упруго опертого стержня подробно описана в [1].

Моделирование «точечных» сил, приложенных к стержню. Внешние силы со стороны опор или другой активной нагрузки передают воздействие на стержень через поверхности контакта колес автомобиля со стержнем и поверхности элементов, передающих давление стержня на опоры. Площадь этих поверхностей контакта пренебрежимо мала по сравнению с общими размерами конструкции, поэтому математическая модель сформулирована для сосредоточенных воздействий, приложенных в точке. Сделать это, ограничившись использованием классических функций, не представляется возможным. В работе предложена математическая модель с «точечными» воздействиями, сформулированная в терминах теории обобщенных функций.

Численное решение построенной математической модели. При построении вычислительного алгоритма часто используется та или иная модификация классического метода Галеркина. Значительные трудности при реализации этого метода для рассматриваемой модели связаны с большой жесткостью промежуточных опор и наличием по концам стержня ограничительных опор. В первоначальном положении без нагрузки между стержнем и ограничительными опорами имеется зазор, определяющий на концах стержня «свободные граничные условия». При движении нагрузки стержень деформируется и его концы могут опираться на ограничительные опоры. В такие моменты на концах стержня реализуются условия «фиксированной границы», то есть происходит одномоментное изменение граничных условий. При использовании метода Галеркина решение раскладывается по базису, и базисные функции должны подчиняться граничным условиям. В процессе решения уравнений модели необходима смена базисных функции в зависимости от наличия контакта крайних. Попытки реализации такого алгоритма приводят к появлению вычислительной неустойчивости и невозможности построения решений модели [2]. Такого же рода трудности возникают и при построении конечно-разностных вычислительных алгоритмов [3]. Обычно эту проблему решают заменой в модели крайних опор упругими опорами с большой жесткостью [4]. Такое решение нельзя считать удовлетворительным, поскольку оно не соответствует имеющим место физическим процессам. Также появление в модели

упругих связей с большой жесткостью ведет к существенному повышению требований к шагу интегрирования по времени для обеспечения вычислительной устойчивости. В работе предложен алгоритм, который включает граничные условия в уравнения модели и исключает необходимость изменения базиса в процессе расчета решения модели.

Математическая модель включает четвертые производные по пространственным переменным, и поэтому применение базиса из кусочно-линейных функций не представляется возможным. В работе модель сформулирована в виде системы уравнений в частных производных со вторыми производными по пространству, для решения которой реализован алгоритм с кусочно-линейными базисными функциями. Алгоритм сводится к задаче Коши для системы ОДУ относительно неизвестных, описывающих значения переменных модели в узлах пространственной сетки, решив которую получаем решение исходной начально-краевой задачи.

Для тестирования, отладки и выявления закономерностей нелинейного поведения упруго опертой системы используем расчетную схему, подробно описанную в [5]. Исследования продолжают работу в [6], где анализировалось поведение недеформируемой упруго-опертой конструктивно-нелинейной колебательной системы под действием движущейся нагрузки. Численные расчеты выполнялись с помощью программы, написанной в среде Matlab. Были выполнены сравнительные расчеты колебаний упруго-опертой системы при движущейся нагрузке в зависимости от метода решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, шага дискретизации по пространственной переменной и шага интегрирования.

На рис. 2 визуализирован один из результатов расчетов. Показаны графики перемещений сечений стержня по его длине (общий деформированный вид) в зависимости от шага дискретизации по пространству.

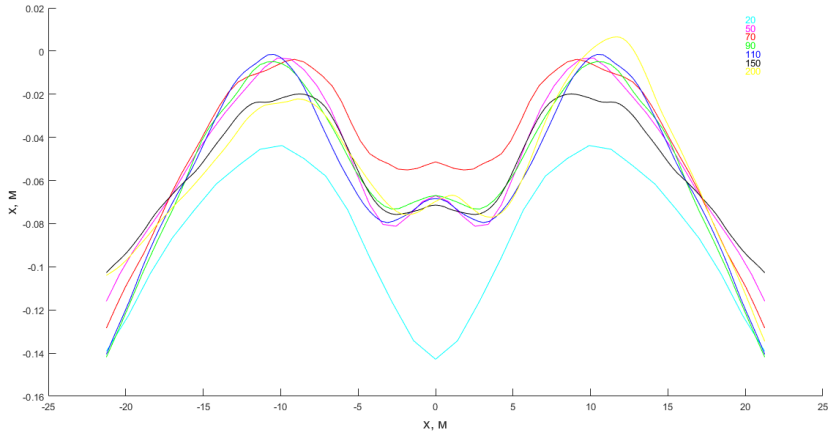


Рис. 2. Деформированный вид стержня при различном шаге дискретизации пространственной сетки

Литература

1. *Гриднев С.Ю.* Уточненная пространственная расчетная схема наплавного моста неразрезной системы // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2008. № 4(9). С. 38–47.
2. *Гриднев С.Ю.* Расчет конструктивно-нелинейных колебаний балочной системы под действием подвижной нагрузки методом Канторовича // Материалы Международного конгресса наука и инновации в строительстве. Современные проблемы механики строительных конструкций. Воронеж, 2008. С. 83–92.
3. *Гриднев С.Ю.* Расчетное моделирование поведения балочных систем под действием подвижной нагрузки с учетом конструктивной нелинейности // Приволжский научный журнал. 2008. Вып. 2. С. 64–71.
4. *Gridnev S.Yu.* Analyzing the features of oscillations of a floating bridge under a moving load in view of non-linear effects of end supports // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2014. № 3(23). P. 75–83.
5. *Гриднев С.Ю.* Численный анализ нелинейных колебаний упруго опертой деформируемой системы с ограничительными опорами по концам // Морские интеллектуальные технологии. 2017. Т. 3, № 4(38). С. 37–45.
6. *Гриднев С.Ю., Скалько Ю.И., Раводин И.В., Янаева В.В.* Моделирование колебаний упруго опертой динамической системы с ограничителями хода // Строительная механика и конструкции. Научно-технический журнал. Воронеж, 2017. № 1(14). С. 108–117.

УДК 533.539

Построение термодинамически согласованной трёхфазной композиционной модели для смеси углеводородов, воды и углекислого газа

Е.В. Колдоба

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

В работе рассматривается композиционная модель многокомпонентной системы углеводороды–вода–углекислый газ. Смесь из *N* компонентов может находиться в одно-, двух- или трехфазном состоянии. Возможное максимальное количество фаз — три: газовая, водяная и жидкая углеводородная (нефть). Предполагается, что водный компонент может находиться в водной и газовой фазах, компонент CO_2 присутствует во всех фазах, а углеводородные компоненты (УВ) в газовой и в нефтяной фазах.

В современных гидродинамических симуляторах используется следующая процедура [1]: сначала рассчитываются бинарные системы H_2O–CO_2 и УВ–CO_2, затем решения «сшиваются» и уточняются концентрации CO_2 в фазах. Если критерий устойчивости фаз Михельсона выполняется, то решение найдено. Если нет, то рассматривают другое количество фаз. Традиционно в алгоритме используют два итерационных цикла, один из которых в данной работе удалось свести к решению квадратного уравнения, что повысило устойчивость вычислений.

Кроме того, для расчета используется новое модифицированное уравнение состояния Пенга–Робинсона с зависящими от температуры коэффициентами парного взаимодействия [2], которое правильнее описывает растворение газов в воде. Чтобы повысить скорость и устойчивость расчетов фазового равновесия, константы фазового равновесия (*k*-values) вычисляются по методу, предложенному в работах [3–4]. Такой подход позволяет точнее «сшивать» решения бинарных систем. Использование новой термодинамической модели *k*-values для смеси углеводородов и неуглеводородов [3–4] дает удобные для расчетов (в аналитическом виде) формулы, учитывающие свойства реальных флюидов, причем все функции термодинамически согласованы, что повышает надежность расчетов.

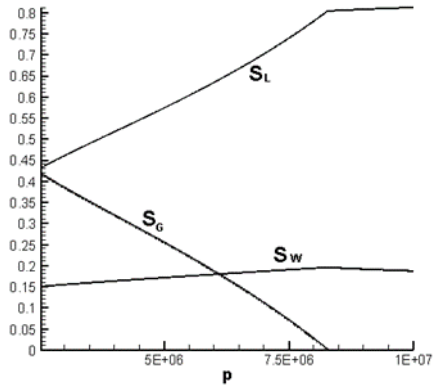


Рис. 1. Изменение фазовых насыщенностей газа S_G, жидкости S_L и воды S_W. При давлениях ниже $P = 8.3 \times 10^6$ Па флюид расслаивается на две фазы, при более высоких давлениях — на три фазы.

Литература

1. *Chang Y., Coats B.K., Nolen J.S.* A compositional Model for CO2 Floods Including CO2 Solubility in Water // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. 1998. V. 1(2). P. 155–160.
2. *Jaubert J.-N., Privat R.* Relationship between the binary interaction parameters (kij) of the Peng-Robinson and those of the Soave-Redlich-Kwong equations of state: Application to the definition of the PR2SRK model // Fluid Phase Equilibria. 2010. V. 295(1). P. 26–37.
3. *Koldoba A.V., Koldoba E.V.* Thermodynamically consistent model of a multicomponent mixture with phase transitions // Mathematical models and computer simulations. 2010. V. 2. N 6. P. 782–787.

4. *Колдоба Е.В.* Метод построения термических констант фазового равновесия многокомпонентных растворов // Математическое моделирование. 2018. V. 30. N 4. P. 84–96.

УДК 519.63

Численное моделирование распространения упругих волн, возникающих в блочно-трещиноватой среде в результате продолжительного вибросейсмического воздействия

***А.М. Ягфарова*[1], *Ю.И. Скалько*[1], *С.Ю. Гриднев*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Воронежский государственный технический университет

В промышленных экспериментах на месторождениях зафиксирован эффект увеличения нефтеотдачи на уровне 10–40% в результате продолжительного вибросейсмического воздействия на нефтесодержащие пласты. В ходе этих же экспериментов было установлено, что после продолжительной обработки месторождения виброисточником с частотой порядка 1 Гц в геологической породе ещё в течение длительного времени существуют колебания с частотой порядка 1000 Гц. К настоящему моменту остаётся непонятным, как энергия виброисточника доставляется к нефтесодержащему пласту без существенного рассеяния, а также каковы причины появления высокочастотных колебаний.

Данная работа посвящена исследованию методами математического моделирования указанных вопросов.

Одна из гипотез, объясняющих распространение упругих волн в геологической среде без существенного рассеяния, была исследована в данной работе. Она основана на представлении, что геологическая среда не является сплошной и однородной, а состоит из блоков, разделённых трещинами, и эти блоки могут смещаться друг относительно друга.

Для исследования данной гипотезы была создана математическая модель, предложен и реализован алгоритм решения начально-краевой задачи для системы уравнений модели. Алгоритм решения начально-краевой задачи основан на построении приближения фундаментального решения оператора задачи. Модель позволяет моделировать различные условия между соприкасающимися блоками, в том числе и условия проскальзывания без трения (или с трением).

При моделировании распространения упругих волн в условиях длительной работы виброисточника важным является умение задавать на внешних границах области прозрачные граничные условия. В противном случае, отражённые от внешней границы нефизичные волны могут существенно исказить наблюдаемую картину. В предложенной модели реализована возможность задания на внешних границах прозрачных граничных условий.

На основании данной модели был построен вычислительный алгоритм, который впоследствии был реализован в вычислительной среде Matlab. На его основе был проведён ряд экспериментов.

Рассматривалась прямоугольная область размером 600 на 60 м. Внутри этой области, параллельно вертикальной оси, выделены внутренние границы. На поверхности установлен периодический источник, который работает по закону $A\sin(\omega t)$, где A и ω — заданные амплитуда и частота соответственно. На поверхности (верхней границе) задавались свободные граничные условия, а на всех остальных внешних границах — прозрачные граничные условия. Исследование проводилось для ряда значений частоты работы источника в диапазоне от 1 Гц до 100 Гц.

В первой серии экспериментов на внутренних границах задавались условия «полного слипания». Численное моделирование показало, что картина распространения упругих волн полностью соответствует картине, если бы среда была сплошная. Упругие волны распространяются по всем направлениям, и на глубинах порядка 1 км плотность энергии становится пренебрежимо малой.

Во второй серии экспериментов на внутренних границах задавались условия «проскальзывания без трения». Численное моделирование показало, что при таких условиях внутренние границы ведут себя как стенки волновода, а вибрации достигают глубин порядка 1 км без существенного рассеяния. Также было установлено, что при увеличении частоты работы

источника всё большая часть упругой энергии проникает сквозь внутренние границы, и при частоте порядка 100 Гц среда ведёт себя практически как однородная.

В третьей серии экспериментов были заданы все условия, как и в предыдущей серии экспериментов, но на нижней границе граничные условия были заменены на свободные. Исследования проводились при значениях частот в диапазоне от 1 до 10 Гц. Численные эксперименты показали, что при таких условиях в среде происходит постепенное накопление вибрационной энергии при постоянно работающем источнике. Если в какой-то момент прекратить работу источника, то в области между внутренними границами ещё длительное время наблюдается повышенная плотность энергии упругих волн. Была проведена работа по исследованию частотного спектра этих колебаний при различных условиях: изменялись расстояние между трещинами (внутренними границами) и частоты работы виброисточника.

Литература

1. *Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
2. *LeVeque R.L.* Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
3. *Скалько Ю.И.* Корректные условия на границе, разделяющей подобласти // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. № 3. С. 347–356.
4. *Kaser M., Dumbser M.* An Arbitrary High Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes - I. The Two-Dimensional Isotropic Case with External Source Terms // Geophys. J. Int. 2006. V. 166. P. 855–877.
5. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Пространства основных и обобщенных функций. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958.
6. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Обобщенные функции и действия над ними. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959.
7. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. — М: Наука, 1981.
8. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958.
9. *Скалько Ю.И.* Задача Римана о распаде разрыва в случае многих пространственных переменных // Труды Московского физико-технического института. 2016. Т. 8. № 4. С. 169–183.

УДК 534-18

Применение метода спектральных элементов для моделирования акустического поля в скважине, возбуждаемого фильтрацией флюида в пласте

***Н.В. Мутовкин*[1,2], *Д.Н. Михайлов*[2], *И.Л. Софронов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Московский научный центр «Шлюмберже»

Одним из распространенных методов контроля разработки месторождений нефти и газа является пассивная акустическая шумометрия. Данный метод позволяет регистрировать широкополосный акустический шум и впоследствии анализировать его ключевые характеристики. В настоящее время, в связи с совершенствованием аппаратуры, появилась возможность регистрации относительно слабых шумов, генерируемых фильтрацией флюида через пористую среду (фильтрационный шум) [1].

Важным инструментом изучения волновых полей в околоскважинной зоне является математическое моделирование. В работах [2–4] были представлены результаты исследований пространственно-частотных характеристик (ПЧХ) акустического поля в скважине в предположении наличия вращательной симметрии. Были обнаружены интервалы резонансных частот, где спектр кардинально меняется. Получаемые ПЧХ свидетельствуют о необходимости учитывать эти резонансные явления для правильной интерпретации результатов измерений.

Следующим шагом предпринятого исследования стала задача моделирования акустического поля в трехмерной постановке, что позволяет учесть влияние геометрии перфорационных отверстий, наклона скважины и т. п. на ПЧХ, в частности, на возбуждение резонансов. В данной работе мы рассматриваем соответствующую модель и приводим первые результаты численных расчетов.

Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед, в который

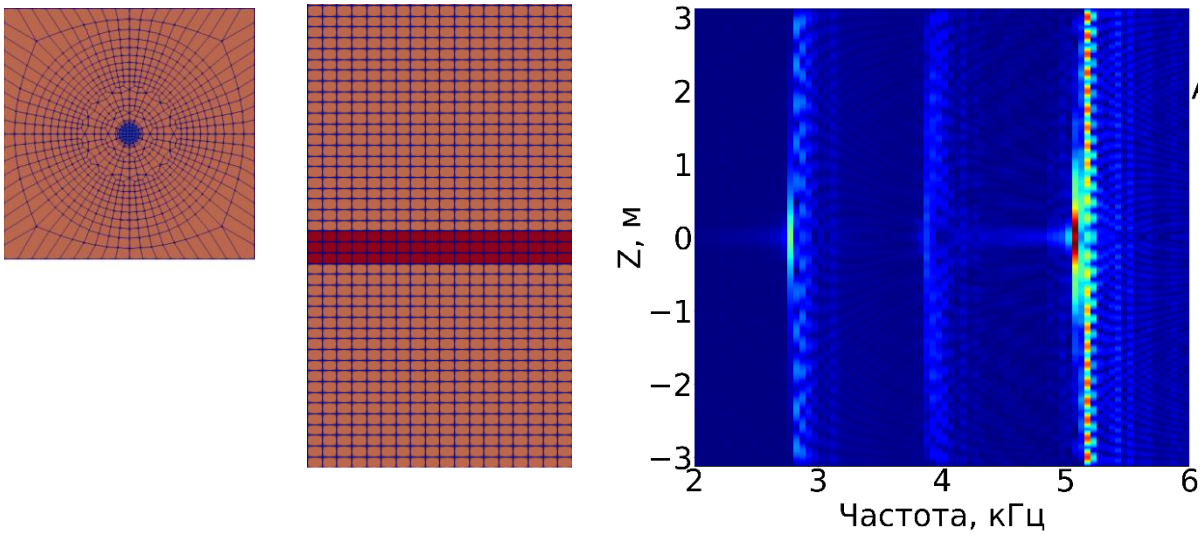
помещена цилиндрическая скважина радиусом 0.12 м. Скважину окружает пласт, который может состоять из нескольких поперечных слоев. Размеры области моделирования составляют 3 м по горизонтальным направлениям *x* и *y* и 6 м по оси *z* скважины. Геометрия модели и характерное разбиение на элементы сетки представлены на Рис. 1*а, б*.

Распространение волн в пласте описывается уравнениями линейной упругости для сплошных пластов и линеаризованными уравнениями модели Био для пластов, представляющих собой насыщенную пористую среду [5]. Для расчета используется метод спектральных элементов (SEM), в котором в качестве базисных функций на элементах используются полиномы высоких порядков, что позволяет добиться высокой точности решения [6]. Данный метод реализован в коде SPECFEM 3D с открытой лицензией. Мы добавили в алгоритм источниковые члены, отвечающие за возбуждение акустических колебаний в породе около скважины. Диапазон спектра составляет 2–20 кГц, что соответствует экспериментальным данным [7]. На внешности расчетной области заданы неотражающие граничные условия.

Вначале была рассмотрена осесимметричная 3D-задача с кольцевым источником, чтобы провести сравнения с предыдущими расчетами [2] по 2D-алгоритму с разностной схемой [8]. Затем с целью изучения эффекта шума от источника, локализованного по азимуту (первый шаг к моделированию шума из перфорационного отверстия), был рассмотрен точечный источник акустических колебаний в пласте, расположенный в точке (0.15, 0, 0), т. е. справа снаружи скважины.

В докладе представлено описание постановки задачи и метода моделирования. Рассмотрены вопросы сеточной сходимости решения и чуствительности к размерам области моделирования. Приведено обсуждение результатов численного моделирования акустических полей в скважине на примере кольцевого и точечного источников. Для точечного источника наблюдаются дополнительные резонансы в районе 4 кГц, связанные с возбуждением азимутальных мод, Рис. 1*в*.

Работа выполнена в Московском научно-исследовательском центре Шлюмберже.



а *б* *в*

Рис. 1. Типичная геометрия модели и разбиение на элементы: вид сверху (*а*) и вид сбоку (*б*); ПЧХ для акустического поля скважины, возбуждаемого точечным источником (*в*)

Литература

1. *Ипатов А.И., Кременецкий М.И.* Геофизический и гидродинамический контроль разработки месторождений углеводородов. М.: РХД, 2010. 780 с.
2. *Мутовкин Н.В., Михайлов Д.Н., Софронов И.Л.* Моделирование акустического волнового поля в системе скважина–пласт, обусловленного генерацией шума флюидом вне скважины // Материалы 60-й научной конференции МФТИ. 2017.
3. *Мутовкин Н.В.* Моделирование акустических полей в скважине, обусловленных фильтрационным шумом в пласте // Сборник тезисов 72-й международной молодежной научной конференции «Нефть и газ – 2018». Т. 1. С. 65.
4. *Mutovkin N.V., Mikhailov D.N., Sofronov I.L.* Analysis of Modeling of Acoustic Fields by the Flow Noise in the

formation Inflow Zones // 20th conference on oil and gas geological exploration and development «Geomodel 2018».
5. *Biot M.A.* Theory of propagation of elastic waves in fluid saturated porous solid. I Low frequency range // JASA. 1956. N 2. P. 168–178.
6. *Komatitsch D., Tromp J.* Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation // Geophysical Journal International. 1999. V. 139. N 3. P. 806–822.
7. *Sergeev S.I., Ryzhikov N.I., Mikhailov D.N.* Laboratory investigation of sound induced by gas flow in porous media // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2018.
8. *Plyushchenkov B.D., Turchaninov V.I.* Acoustic logging modeling by refined Biot's equations // Int. J. Mod. Phys. C. 2000. V. 11. N 2. P. 365–396.

УДК 532.685

Обобщение неравновесной модели Кондаурова двухфазного течения в трещиновато-пористых средах

А.С. Волошин[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Известно, что капиллярные силы, будучи макроскопическим проявлением сложных молекулярных взаимодействий между жидкостями и твёрдыми телами внутри порового пространства, являются важным механизмом добычи нефти из трещиноватых коллекторов, подвергнутых обводнению. В случае, когда среда состоит из непересекающихся неоднородных матричных блоков, разделённых системой трещин, различные части матричного блока не находятся в капиллярном равновесии друг с другом. Это неравновесное состояние может влиять на обмен между матрицей и трещинами и должно учитываться в усреднённых моделях двухфазного течения в таких трещиновато-пористых средах.

В работе выводится обобщённая модель Кондаурова неравновесного двухфазного течения в трещиновато-пористой среде, состоящей из непересекающихся неоднородных пористых блоков, окружённых высокопроницаемой системой трещин. На первом этапе производится обобщение мезоскопической модели Кондаурова [1–3] неравновесного течения. Полученная модель учитывает капиллярную неравновесность течения в блоках и трещинах. Последующее усреднение обобщённой мезоскопической модели приводит к обобщённой макроскопической модели Кондаурова. Процесс усреднения подтверждается численными расчётами.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 16-08-01071а в лаборатории флюидодинамики и сейсмоакустики МФТИ. Автор благодарен А.В. Конюхову и Л.С. Панкратову за постановку задачи и плодотворные дискуссии.

Литература

1. *Konyukhov A., Pankratov L.* Upscaling of an immiscible non-equilibrium two-phase flow in double porosity media // Applicable Analysis. 2016. V. 95, I. 10. P. 2300–2322.
2. *Konyukhov A., Pankratov L.* New non-equilibrium matrix imbibition equation for double porosity model // Comptes Rendus M'ecanique. 2016. V. 344, I. 7. P. 510–520.
3. *Konyukhov A., Pankratov L., Voloshin A.* Homogenized non-equilibrium models of two-phase flow in fractured porous media. Moscow: Fizmatkniga, 2017.

СЕКЦИЯ ПРОБЛЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ, АНАЛИЗА ДАННЫХ И ОПТИМИЗАЦИИ

Председатель: А.Н. Соболевский (д.ф.-м.н., профессор)

Зам. председателя: А.В. Гасников (к.ф.-м.н., доцент)

Секретарь: И.Е. Лазурская

Дата: 19.11.2018

Время: 12:00

Место: Москва, Большой Каретный пер., д. 19, стр. 1, ИППИ РАН, ауд. 603

УДК 519.872.8:004.7

Имитационное моделирование процессов диспетчеризации телекоммуникационной сети в программной среде Riverbed

К.А. Батенков

Академия ФСО России

Riverbed предлагает большое разнообразие экспериментальных статистик и возможностей настройки режимов их сбора. Однако Riverbed автоматически не выбирает статистику, которая собирается во время моделирования [1]. По умолчанию при моделировании статистические данные не регистрируются вообще. Имитация производится, даже если никаких статистических данных не выбрано. Подобные эксперименты бесполезны, поскольку не предоставляют информации о том, что произошло в моделируемой системе. Обязанность пользователя — определить, какие статистические данные подходят для исследования и должны быть собраны во время имитации.

Поэтому при моделировании необходимо решить, какая статистика должна быть выбрана для сбора во время эксперимента [2]. Ясно, что не хорошей идеей является настройка регистрации всех доступных статистических данных. Такая конфигурация значительно замедлит выполнение эксперимента и будет потреблять существенное количество вычислительных ресурсов. Вместо этого требуется собирать только те статистические данные, которые необходимы для данного исследования.

В целом выбор собираемых при моделировании статистик является итеративным процессом [2]. При исследовании модели иногда требуется отладка, заключающаяся в необходимости настройки сбора большего объема статистических данных для лучшего понимания поведения моделируемой системы. Как только большинство проблем с настройкой модели устраняется и процесс имитации стабилизируется, невостребованные статистические данные могут быть удалены из настроек для ускорения его проведения. Окончательный эксперимент может собирать только те статистики, которые помогают пояснить сущность исследования.

В работе проведено экспериментальное исследование параметров мультисервисного трафика данных и показателей качества его обслуживания на имитационной модели транспортной сети.

Топология сети представлена на рис. 1 [3, 4].

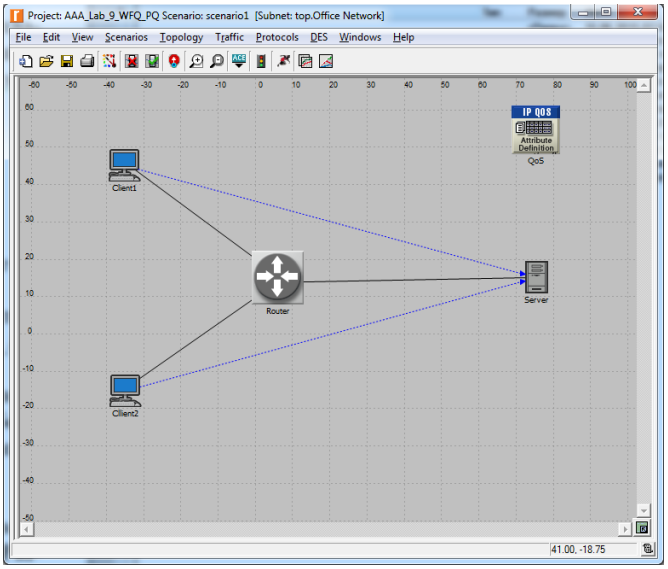


Рис. 1. Топология сети

В исследовании определялись параметры при различных значениях интенсивности поступающего потока. Варьирование интенсивности поступающего потока выполняется изменением поля **Traffic (bits/second)** первого потока. Смена алгоритма диспетчеризации осуществляется путем изменения значения полей **Type** и **Name** из выпадающих списков **IP**, **IP QoS Parameters**, **Interface Information** и **QoS Scheme** маршрутизатора **Router** (*ethernet4_slip8_gtwy*). Для алгоритма PQ в поле **Type** устанавливается значение *Priority Queuing*. в поле **Name** – *ToS 2 [Global]*. а для алгоритма WFQ в поле **Type** – *WFQ (Class Based)*. в поле **Name** – *ToS 2 [Global]* [5, 6].

Используемые статистики (среднее время ожидания в очереди для алгоритма PQ: **PQ Queuing Delay (sec)**, для алгоритма WFQ: **WFQ Queuing Delay (sec)**; среднеквадратическое отклонение времени ожидания для алгоритма PQ: **PQ Queue Delay Variation (sec)**, для алгоритма WFQ: **WFQ Queue Delay Variation (sec)**) находятся в раскрывающихся списках **Object Statistics** окна **Results Browser**. Данные статистики анализировались в режиме усредненных значений по временному окну (*time_window_average*) с началом в момент 5 мин. и окончанием в момент 20 мин.

Графики оцененных зависимостей среднего и среднеквадратического отклонения времени ожидания от интенсивности первого потока для различных алгоритмов диспетчеризации приведены на рис. 2 и 3.

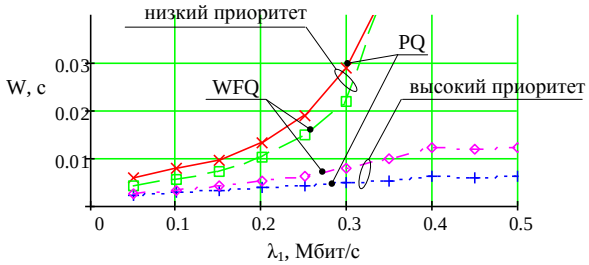


Рис. 2. Зависимости среднего времени ожидания W от интенсивности первого потока λ_1 для различных алгоритмов диспетчеризации

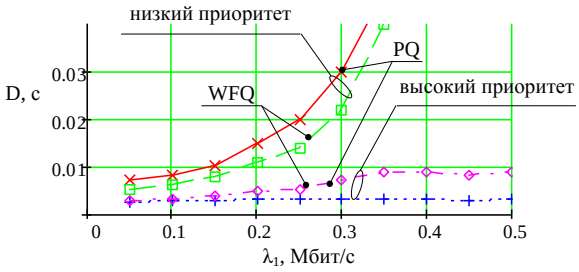


Рис. 3. Зависимости среднеквадратического отклонения времени ожидания D от интенсивности первого потока λ_1 для различных алгоритмов диспетчеризации

В целом можно утверждать следующее: реализуемые на программной среде Riverbed имитационные модели обладают достаточной простотой восприятия, поскольку, по сути, воспроизводят реальную телекоммуникационную сеть на уровне не отдельных функциональных блоков, а на уровне отдельных сетевых устройств [7]. Анализ получаемой статистики программой Riverbed обладает одновременно существенной гибкостью и простотой настройки, что, несомненно, повышает удобство использования этого программного продукта.

Литература

1. *Sethi A.S.* The Practical OPNET User Guide for Computer Network Simulation / Adarshpal S. Sethi, Vasil Y.

Hnatyshin — CRC Press Taylor & Francis Group, 2013. 480 p.
2. *Чечик В.В.* Имитационное моделирование трафика HTTP с помощью программной среды Riverbed / Чечик В.В., Батенков К.А. // Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. 2016. Т. 1. № 9. С. 273–277.
3. *Батенков К.А.* Общие подходы к анализу и синтезу структур сетей связи // Современные проблемы телекоммуникаций: Материалы Российской научно-технической конференции. 2017. С. 19–23.
4. *Батенков К.А.* Числовые характеристики структур сетей связи // Труды СПИИРАН. 2017. № 4 (53). С. 5–28.
5. *Hawa M.* M/G/FQ: Stochastic Analysis of Fair Queuing Systems / Moh.Hawa and David W. Petr. 14 p.
6. *Dekeris B.* Packet Delay Evaluation Using M/G/WFQ Model / Brunonas Dekeris, Lina Narbutaite, Tomas Adomkus. 6p.
7. *Батенков К.А.* К вопросу оценки надежности двухполюсных и многополюсных сетей связи // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. Красноярск: Сиб. федер. ун-т. 2017. С. 604–608.

УДК 519.7

О линейной сложности ряда циклотомических последовательностей над конечным полем нечетной характеристики

Н.С. Соколовский

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

Определены достаточные условия существования циклотомических последовательностей с высокой линейной сложностью над конечным полем нечетной характеристики. Результаты о линейной сложности последовательностей над конечным полем второго порядка, полученные в [1], обобщены для произвольного конечного поля.

Пусть p – простое число вида $p \equiv 1 (\bmod d)$, где d – четное натуральное число. Обозначим через g – примитивный корень по модулю p и через $H_i = \left\{ g^{i+td} \mid 0 \le t < (p-1)/d \right\}$ - циклотомические классы порядка d по модулю p [2]. Здесь H_0 – подгруппа мультипликативной группы конечного поля, состоящая из степеней порядка d по модулю p, а $H_i = g^i H_0,\ i = 0,1,\ldots,d-1$. Таким образом, имеем следующее разбиение: $\mathbb{Z}_p = \sum_{i=0}^{d-1} H_j \cup \{0\}$.

Обозначим через b целое число, такое, что $0 \le b \le d-1$. Введем множества

$$C_0 = H_{b+d/2} \cup \ldots \cup H_{b+d} \text{ и } C_1 = H_b \cup \ldots \cup H_{b+d/2-1} \cup \{0\}. \quad (1)$$

Здесь и далее индексы циклотомических классов вычисляются по модулю d. Тогда $\mathbb{Z}_p = C_0 \cup C_1$.

Рассмотрим бинарную последовательность $\{s_i\}$ периода p, определенную по правилу

$$s_i = \begin{cases} 0, \text{ если } i(\bmod p) \in C_0, \\ 1, \text{ если } i(\bmod p) \in C_1. \end{cases} \quad (2)$$

Линейная сложность L этой последовательности над конечным полем второго порядка $\mathbb{F}_2$ была изучена в [1], здесь исследуем её над полем $\mathbb{F}_q$, где q – нечетное простое число.

Линейная сложность L последовательности и её минимальный многочлен могут быть вычислены по следующим формулам [2]:

$$L = p - \deg\left[\text{НОД}\left(x^p - 1, S(x)\right) \right], \quad m(x) = (x^p - 1) / \text{НОД}\left(x^p - 1, S(x)\right),$$

где $S(x) = s_0 + s_1 x + \ldots + s_{p-1} x^{p-1}$.

Пусть α – примитивный корень степени p из единицы в расширении поля $\mathbb{F}_q$. Тогда

$$L = p - \left| \left\{ v \mid S\left(\alpha^v\right),\ v = 0,1,\ldots,p-1 \right\} \right|.$$

Таким образом, для вычисления линейной сложности последовательности достаточно найти

корни многочлена $S(x)$ в множестве $\{\alpha^{v},\ v=0,1,\ldots,p-1\}$, то есть исследовать дискретное преобразование Фурье последовательности.

Пусть $\mathrm{ord}_p(q)$ – порядок q по модулю p.

Теорема. *Пусть последовательность* $\{s_i\}$ *определена по (1) и* $v=\text{НОД}\left(\dfrac{(p-1)}{\mathrm{ord}_p(q)},d\right)$.

Если v *делит* $d/2$ *или* $v=2$, $v\neq d$, *то линейная сложность последовательности и её минимальный многочлен над конечным полем* $\mathbb{F}_q$ *определяются следующими соотношениями:*

$$L=\begin{cases} p-1, \text{ если } p\equiv 1(\bmod q), \\ p, \text{ иначе} \end{cases} \quad \text{и } m(x)=\begin{cases} (x^p-1)/(x-1), \text{ если } p\equiv 1(\bmod q), \\ x^p-1, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Таким образом, теорема определяет достаточные условия существования циклотомических последовательностей с высокой линейной сложностью. Если q – первообразный корень по модулю p, то $v=1$ и условия теоремы выполняются.

Результаты расчетов линейной сложности последовательности по алгоритму Берлэкэмпа–Месси подтверждают справедливость теоремы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Новгородской области в рамках научного проекта №18-41-530001.

Литература

1. *Edemskiy V., Li C., Zeng X., Helleseth T.* The linear complexity of generalized cyclotomic binary sequences of period p^n // Designs, Codes and Cryptography. 2018. P. 1–15, DOI: 10.1007/s10623-018-0513-2
2. *Cusick T.W., Ding C., Renvall A.* Stream Ciphers and Number Theory — North-Holland Mathematical Library. Elsevier, North-Holland. 2003.

УДК 004.052.2

Сравнение качества бинаризации двух критериев Оцу для сбалансированной и несбалансированной смеси из двух гауссовских распределений

В.В. Кохан, Е.И. Ершов

Институт проблем передачи информации им А.А. Харкевича РАН

Метод Оцу был опубликован в 1979 году [1], однако является актуальным методом глобальной бинаризации. На момент написания данной работы на статью, в которой был описан классический метод Оцу, сослались более 29 тысяч раз, также этот метод реализован в большинстве библиотек по обработке изображений. К примеру, в работах 2018 года метод Оцу применяли для анализа изображений головного мозга человека, полученных с МРТ для диагностики болезни Альцгеймера [2] и для оценки содержания фурана в жареном тесте [3]. Метод Оцу имеет следующие преимущества: высокая скорость работы, по сравнению с другими методами бинаризации, и отсутствие настраиваемых параметров.

В данной работе сравниваются результаты бинаризации изображений текста с помощью классического метода Оцу и метода Оцу для несбалансированной смеси двух нормальных распределений.

В работе, опубликованной в 1979 году, Оцу предложил быстрый метод, ставший классическим, вычисления критерия минимизации внутриклассовой дисперсии (из дискриминантного анализа [4]) с использованием только нулевых и первых моментов. Согласно методу максимального правдоподобия, классический метод Оцу оптимален, если гистограмма изображения является реализацией смеси двух нормальных распределений, причём веса обоих распределений смеси равны, т.е. смесь сбалансирована [5]. В работе [5] также предложен другой оптимальный метод разделения для случая несбалансированной смеси (метод Оцу для несбалансированного распределения). Результаты работы методов на синтетических данных показаны на рис. 1.

Для изображений большинства отсканированных реальных документов количество пикселей фона существенно превосходит количество пикселей текста, поэтому мы предполагаем, что метод Оцу для несбалансированного распределения позволит лучше решить задачу их бинаризации. В этой работе мы проверяем данную гипотезу экспериментально.

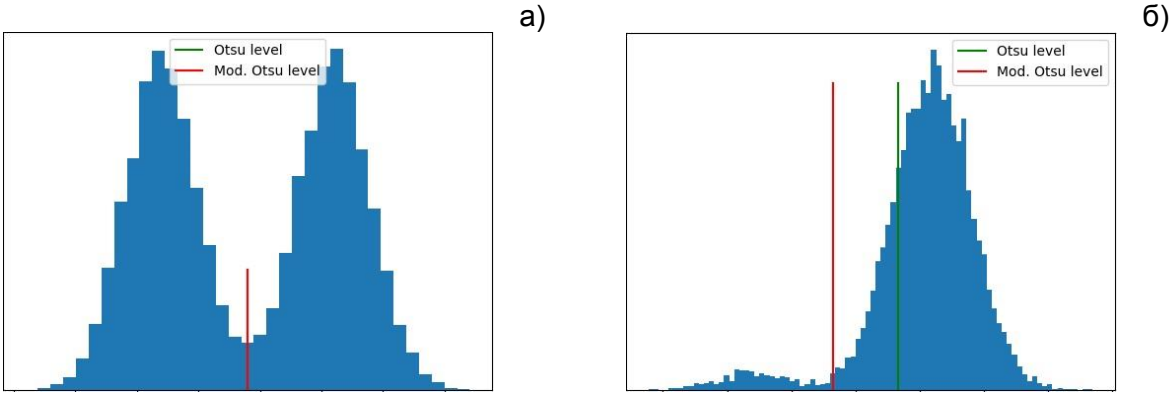


Рис. 1. Результаты работы методов Оцу для сбалансированной (а) и несбалансированной (б) смеси нормальных распределений

Для оценки качества работы обоих методов мы использовали метрики DRD [6] и Pseudo-F [7], которые часто используются в подобных задачах, в том числе на конкурсе бинаризации изображений DIBCO. В метрике DRD меньшее значение соответствует лучшей бинаризации, в метрике Pseudo-F большее значение соответствует лучшей бинаризации.

В эксперименте мы использовали набор данных из 86 изображений, содержащих рукописный и печатный текст. Средние значения по всему набору данных составили: DRD – 15,58 у модифицированного метода против 8,17 у классического, Pseudo-F – 87,5 у модифицированного метода против 83,7 у классического. На рис. 2 представлены примеры результатов бинаризации.

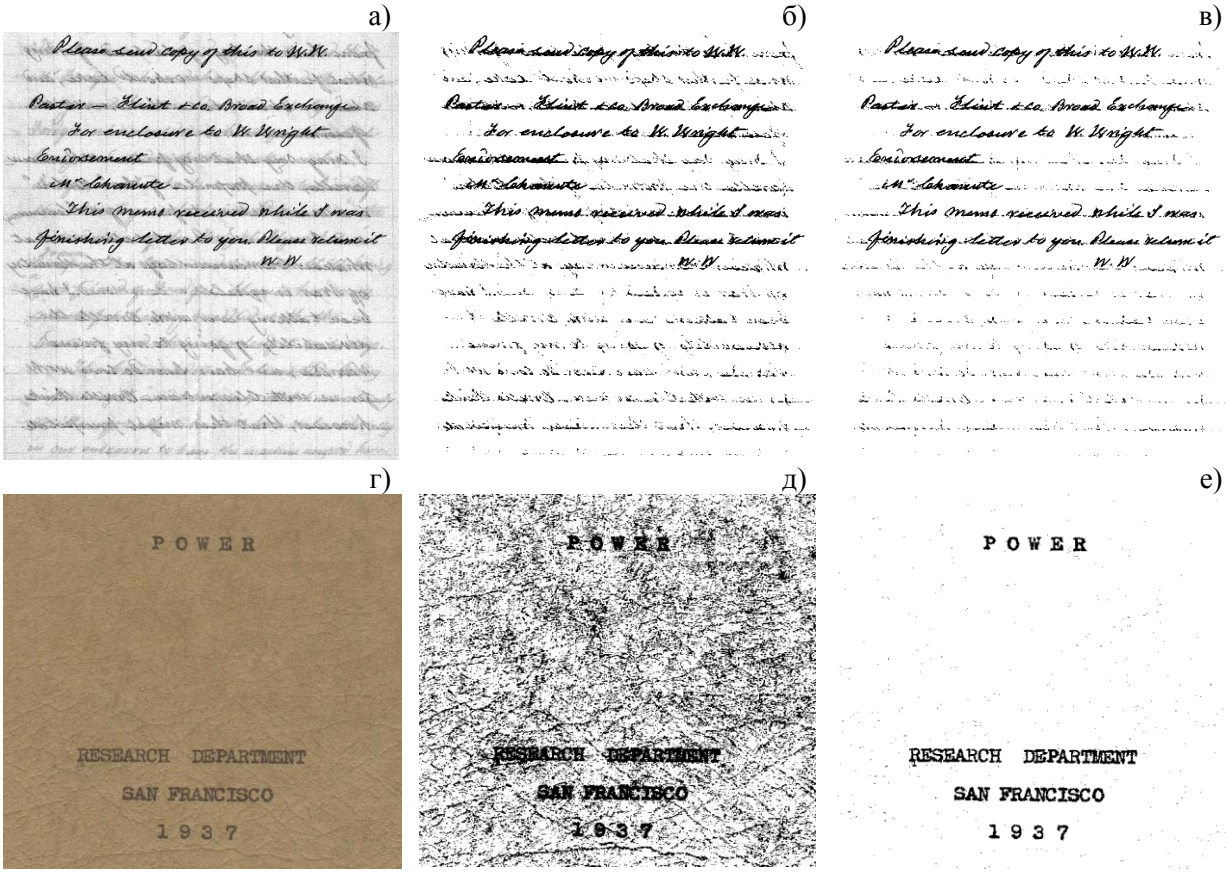


Рис. 2. Результаты бинаризации изображений (а, г) с помощью методов Оцу для сбалансированной (б, д) и несбалансированной (в, е) смеси нормальных распределений

Как видно из полученных результатов, критерий Оцу для несбалансированных распределений действительно лучше подходит для задачи бинаризации изображений текстовых документов.

Литература

1. *Otsu N.* A threshold selection method from gray-level histograms // IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. 1979. V. 9. N 1. P. 62–66.
2. *Perea R. D.* [*et al.*]. Connectome-derived diffusion characteristics of the fornix in Alzheimer's disease // NeuroImage: Clinical. 2018. V. 19. P. 331–342.
3. *Leiva-Valenzuela G.A.* [*et al.*]. Statistical pattern recognition classification with computer vision images for assessing the furan content of fried dough pieces // Food chemistry. 2018. V. 239. P. 718–725.
4. *Fukunaga K.* Introduction to statistical pattern recognition. — Elsevier, 2013.
5. *Kurita T., Otsu N., Abdelmalek N.* Maximum likelihood thresholding based on population mixture models // Pattern recognition. 1992. V. 25. N 10. P. 1231–1240.
6. *Lu H., Kot A. C., Shi Y. Q.* Distance-reciprocal distortion measure for binary document images // IEEE Signal Processing Letters. 2004. V. 11. N 2. P. 228–231.
7. *Ntirogiannis K., Gatos B., Pratikakis I.* Performance evaluation methodology for historical document image binarization // IEEE Transactions on Image Processing. 2013. V. 22. N 2. P. 595–609.

УДК 517.972.7

Расширенный метод главных компонент для адаптивного снижения размерности при решении обратных задач

***А.В. Мухин*[1,2], *А.Н. Хлюпин*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Инжиниринговый центр МФТИ по трудноизвлекаемым полезным ископаемым

Во многих областях современной науки возникают задачи восстановления параметров модели из наблюдаемых данных. Такие задачи называются обратными и являются некорректно поставленными. Один из основных методов решения обратных задач заключается в постановке оптимизационной задачи поиска параметров, минимизирующих квадрата невязок, регуляризации и дальнейшем решении методами оптимизации

$$\min_x \left[F(x) = \sum_{i=1}^{N} \left\{ \frac{f(x_i) - d_i^{obs}}{\sigma_i} \right\}^2 \right], \tag{1}$$

где d_i^{obs} — наблюдаемые данные, $f(x_i)$ — некоторая функция от восстанавливаемого параметра, σ_i — стандартное отклонение измеряемого параметра.

Как правило, в интересных на практике реальных задачах, $f(x)$ определяется моделированием физических процессов и задается системой уравнений в частных производных, которые обычно объединены в большие вычислительные комплексы/симуляторы, один запуск которого может занимать несколько часов.

Одним из основных подходов для ускорения сходимости оптимизационного процесса является параметризация исходных данных, которая проводится для уменьшения размерности задачи оптимизации. Снижение размерности достигается путем разложения исходно варьируемого параметра по некоторому базису и дальнейшем решении задачи в пространстве коэффициентов этого разложения, размерность которого гораздо меньше размерности исходного параметра.

Среди распространенных методов параметризации можно выделить две группы [1] – разложение по заранее определенному базису (например, дискретное косинусное преобразование, вейвлет-преобразование) и разложение по базису, зависящему от имеющегося набора данных (например, KLT или метод главных компонент [2] и его вариации). В большинстве задач, где поля, которые необходимо параметризовать, имеют физическую структуру, в основном используются

различные вариации метода главных компонент, поскольку они учитывают как двухточечные, так и многоточечные корреляции между такими полями, что позволяет получать физически согласованные решения [3, 4]. Также снижение размерности на основе базиса KLT является одним из способов регуляризации решения обратной задачи на основе стохастического моделирования. Однако, недостатком существующих методов параметризации является то, что базисные векторы не зависят от целевого функционала, что не позволяет гибко адаптировать базис для каждой конкретной задачи. В данной работе предложен расширенный метод главных компонент, учитывающий информацию о чувствительности целевого функционала.

Идея метода главных компонент заключается в проецировании данных на гиперплоскость с наименьшей среднеквадратичной ошибкой [5]:

$$\min_{\varphi_k} \mathbf{E}\left[\int_r \left(\delta x(r)\right)^2 dr\right], \tag{2}$$

$$\delta x(r) = x_\omega(r) - \tilde{x} = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(\omega)\varphi_k(r) - \sum_{k=1}^{N} A_k(\omega)\varphi_k(r) = \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k(\omega)\varphi_k(r), \tag{3}$$

где $\delta x(r)$ – расстояние между точкой $x_\omega(r)$ и её проекцией $\tilde{x}$ на гиперплоскость, образованную базисными векторами $\varphi_k(r)$. $A_k(\omega)$ – соответственно коэффициенты разложения $x_\omega(r)$ по базисным векторам.

Предлагается в ходе оптимизационного процесса адаптивно менять базис посредством линейного преобразования на основе информации о чувствительности целевого функционала в локальной окрестности решения на текущей итерации.

$$\min_{\varphi_k} \mathbf{E}\left[\int_r \left(\delta x(r)\right)^2 dr + \gamma \delta F(x)\right], \tag{4}$$

где $\delta F(x) = F(\tilde{x} + \delta x) - F(\tilde{x})$.

В результате работы был получен численный алгоритм вычисления поправок к базису KLT. Поправка вычисляется как линейное преобразование над старым базисом, не требуя дополнительно затратных вычислений. Также линейность обеспечивает простоту имплементации алгоритма.

Для получения результата были использованы аппарат стационарной теории возмущений и техника вычисления градиентов функционала с помощью построения adjoint модели [6]. В докладе будет рассмотрено сравнение эффективности нового алгоритма параметризации с наиболее популярными методами (метод главных компонент, kernel PCA, дискретное косинусное преобразование, дискретное вейвлет-преобразование).

Литература

1. *Rwechungura R. W.* [*et al.*]. Advanced history matching techniques reviewed // SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference. – Society of Petroleum Engineers, 2011.
2. *Yadav S.* [*et al.*]. History matching using face-recognition technique based on principal component analysis // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. – Society of Petroleum Engineers, 2006.
3. *Sarma P., Durlofsky L. J., Aziz K.* Kernel principal component analysis for efficient, differentiable parameterization of multipoint geostatistics // Mathematical Geosciences. 2008. V. 40. N 1. P. 3–32.
4. *He J., Sarma P., Durlofsky L. J.* Reduced-order flow modeling and geological parameterization for ensemble-based data assimilation // Computers & geosciences. 2013. V. 55. P. 54–69.
5. *Everson R., Sirovich L.* Karhunen–Loeve procedure for gappy data // JOSA A. 1995. V. 12. N 8. P. 1657–1664.
6. *Sarma P. et al.* Efficient real-time reservoir management using adjoint-based optimal control and model updating // Computational Geosciences. 2006. TV. 10. N 1. P. 3–36.

УДК 519.85

Комбинированный метод оптимизации, полученный слиянием метода Ньютона и градиентного спуска

***В.В. Шипицин*[1], *Д.М. Меркулов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Сколковский институт науки и технологий

Известные методы оптимизации: градиентный спуск и метод Ньютона имеют преимущества и недостатки. Первый из них дешев, однако «застревает» в любой стационарной точке, и сходимость последовательности аргументов не гарантируется. Второй сходится к точке глобального минимума с квадратичной скоростью, но является дорогостоящим и имеет только локальную сходимость.

Работа заключается в нахождении с помощью градиентного спуска для функций специального вида, описанного ниже, хорошего начального приближения для метода Ньютона, которым затем решается задача.

Мы будем исследовать алгоритм на функциях $f:\mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ вида

$$f(x)=\sum_{i=1}^{d}\alpha_i x_i^2+\sum_{j=1}^{n}e_j\Big[\sum_{i=1}^{d}\beta_i x_i\Big]^{2j}, \forall i=\overline{1,d}\ \alpha_i,\beta_i>0,\ x_i\in[-5;10]\ \forall j=\overline{1,n}\ e_j\in\{0;1\}$$

и соответственно решим задачу оптимизации $\min f(x)$ с точностью ε.

Заметим, что гессиан такой функции положительно определен и

$$\det H_f(x)=2^d\prod_{i=1}^{d}\alpha_i+2^{d-1}\sum_{i=1}^{d}\Sigma_{ii}\prod_{j=1,j\neq i}^{d}\alpha_j>0\text{, где }\Sigma_{ii}=\sum_{j=1}^{n}e_j\,2j(2j-1)\beta_i^2\Big[\sum_{i=1}^{d}\beta_i x_i\Big]^{2j-2}.$$

Таким образом, для константы Липшица можно взять $L=\det H_f(x0)$.

Данный алгоритм был разработан с учётом теорем о сходимости и свойств методов, описанных в [1], опираясь на предложение по реализации, описанное в [2]. Также, для численных вычислений градиента и гессиана был использован оптимальный шаг, определение которого описано в [3].

Схема алгоритма выглядит следующим образом: через некоторое количество итераций метода типа градиентного спуска проверяется условие малости нормы градиента, если оно выполняется, то делается «пристрелочный» шаг методом Ньютона. Если же в результате такого шага выполняется еще и условие $\|\nabla f(x^{k+1})\|_2 << \|f(x^{k+1})\|_2^{1.5}$, то продолжают выполняться шаги методом Ньютона, пока верно это условие. Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, то идёт возврат к методу типа градиентного спуска.

Рассмотрим численный эксперимент для функции с параметрами $d=2,\ \alpha=(1.0,1.0)$, $\beta=(0.5,0.3),\ e=(1.0,1.0,0.0,1.0)$. Были взяты 400 различных стартовых точек, координаты которых находятся в отрезке $[-5;10]$, и точность $\varepsilon=0.01$.

На рис. 1 сравниваются зависимости шагов методом Ньютона в комбинированном методе и в обычном методе Ньютона от значения функции в начальной точке.

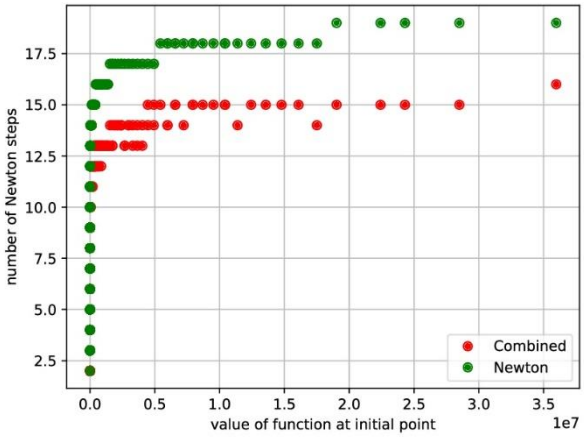


Рис. 1. Зависимость количества шагов методом Ньютона в комбинированном методе и в методе Ньютона от значения функции в различных начальных точках

На рис. 2 сравниваются зависимости времени выполнения комбинированного метода и метода Ньютона от значения функции в начальной точке.

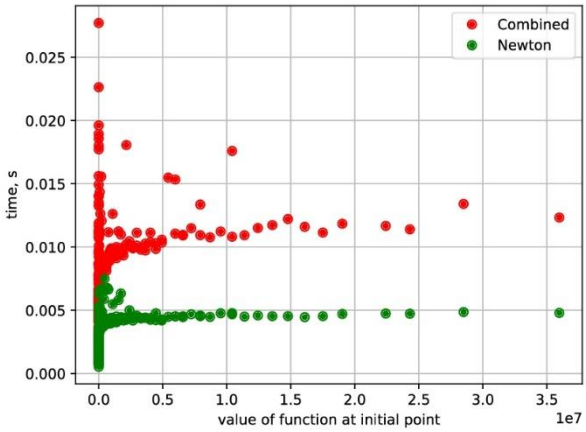


Рис. 2. Зависимость количества шагов методом Ньютона в комбинированном методе и в методе Ньютона от значения функции в различных начальных точках

Вопрос о том, сколько итераций необходимо, чтобы сделать «пристрелочный» шаг методом Ньютона, не решен. В этой работе количество шагов было выявлено эмпирически, что играет важную роль в эффективности алгоритма по времени работы.

Литература

1. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. 384 с.
2. *Гасников А.В*. Современные численные методы оптимизации. Универсальный градиентный спуск: учеб. пособие. М.: МФТИ, 2018
3. *Петров И.Б., Лобанов А.И.* Лекции по вычислительной математике. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 523 с.

СЕКЦИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Председатель: А.М. Райгородский (д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой)

Зам. председателя: К.Ю. Войтиков (к.т.н., доцент)

Секретарь: Д.В. Самиров (к.ф.-м.н.)

Дата: 24.11.2018

Время: 10:00

Место: Долгопрудный, Первомайская ул., д. 3, ауд. 303 КПМ, МФТИ

УДК 511.178

О суммах произведений в $F_p \times F_p$

С.Н. Попова[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Пусть p — простое число, F_p — конечное поле. Задача о суммах произведений в F_p (а также других полях, в том числе, в R) исследовалась во многих работах. В [1] был получен следующий результат для сумм и произведений в F_p: для множества с $|A| < p^{5/8}$ имеем $|A+A| + |AA| >> |A|^{1+1/5}$, где <<, >> — знаки Виноградова.

В данной работе мы будем рассматривать задачу о суммах произведений в $F_p \times F_p$, в качестве приложения получим результат об оценке тригонометрических сумм от многочленов по мультипликативным подгруппам в F_p* — мультипликативной группе поля F_p. Впервые результат о суммах произведений был получен Бургейном в [2]. В данной работе мы используем другой метод для оценки сумм и произведений, чем в [2], который позволяет значительно улучшить оценку Бургейна.

Используя доказанную нами теорему о суммах произведений в $F_p \times F_p$, получаем количественную оценку для тригонометрической суммы $\Sigma_{x\in\Gamma}\, e_p(f(x))$, где Γ — мультипликативная подгруппа, $f(x)$ — многочлен.

Литература

1. *Bourgain J.* Mordell's exponential sum estimate revisited // J. Amer. Math. Soc. 2005. V. 18. N 2. P. 477–499.
2. *O. Roche-Newton, M. Rudnev, I.D. Shkredov*. New sum-product type estimates over finite fields // Adv. Math. 2016. V. 293. P. 589–605.

УДК 519.175.4

Логика случайного графа первого порядка с *k* переменными

М.Е. Жуковский[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Изучением свойств биномиального случайного графа, начиная с 1959 года, занимались многие исследователи. Одним из важнейших классов свойств случайных графов является класс свойств, описываемых на языке первого порядка. К таким свойствам можно, например, отнести

свойство графа содержать треугольник, содержать изолированную вершину, быть полным (а вот связность на этом языке записать нельзя).

Первый общий результат, описывающий асимптотическое поведение вероятностей таких свойств, был получен Глебским, Коганом, Лиогоньким и Талановым (см. [1]) в 1969 году (независимо Фагиным [2] в 1976 году) для постоянной вероятности проведения ребра. Случай степенной функции был изучен в работе Спенсера, Шелаха [3] в 1988 году. Все перечисленные теоремы относятся к законам нуля или единицы. Иными словами, авторы доказывали, что при тех или иных выборах вероятности проведения ребра для любого свойства первого порядка вероятность его выполнения сходится либо к 0, либо к 1.

В работе [4] закон нуля или единицы для постоянной вероятности проведения ребра доказан для расширенного языка первого порядка, предложения в котором могут быть бесконечны (т.е. содержать бесконечно много булевых связок). Заметим, что свойство связность с помощью бесконечной формулы первого порядка записать можно (для этого достаточно всего трех переменных). Далее в работе [5] для того же языка рассмотрен случай степенной функции вероятности проведения ребра. Наконец, в работе [6] в контексте законов нуля или единицы при степенной вероятности проведения ребра рассмотрен класс бесконечных предложений первого порядка, в записи которых можно использовать лишь фиксированное число k переменных. Хорошо известно, что параметр формул первого порядка, равный числу переменных, называемый логической шириной, мотивирован некоторыми задачами, связанными со сложностью алгоритмов на графах.

Мы изучаем справедливость законов нуля или единицы в случае, когда вероятность проведения ребра является степенной функцией от числа вершин графа с параметром $-\alpha$, для конечного языка первого порядка с k переменными. Нам удалось доказать, что закон нуля или единицы выполнен для всех $\alpha \le 1/(k-1)$, а сколь угодно близко к $1/(k-1)$ найдется значение параметра a, при котором закон нуля или единицы нарушается.

Литература

1. *Глебский Ю.В., Коган Д.И., Лиогонький М.И., Таланов В.А.* Объем и доля выполнимости формул узкого исчисления предикатов // Кибернетика. 1969. Т. 2. С. 17–26.
2. *Fagin R.* Probabilities in finite models // J. Symbolic Logic. 1976. V. 41. P. 50–58.
3. *Shelah S., Spencer J.H.* Zero-one laws for sparse random graphs // J. Amer. Math. Soc. 1988. V. 1. P. 97–115.
4. *Kolaitis P.G., Vardi M.Y.* Infinitary logics and 0–1 laws // Inform. and Computation. 1992. V. 98. P. 258–294.
5. *McArthur M.* The asymptotic behavior of $L^k_{\infty,\omega}$ on sparse random graphs // Logic and Random Structures. 1997. V. 33. P. 53–63.

УДК 517.521.1, 511.176

Суммы последовательных чисел Фибоначчи

***Д.И. Штефан*[1], *И.В. Добровольская*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Малая академия наук Украины

Работа посвящена нахождению чисел *d*, обладающих следующим свойством: сумма любых *d* последовательных чисел Фибоначчи кратна *d*.

В работе показано, что данная задача эквивалентна нахождению чисел, кратных собственному периоду Пизано [1]. Такие числа далее мы называем *d*-числами.

Получена формула, определяющая d_k — наименьшее *d*-число, кратное произвольному $k \in N$: $d_k = \text{НОК}\left(k;\pi(k);\pi^2(k);...;\pi^{\omega}(k)\right)$, где $\pi(k)$ – период Пизано, ω – частота Фибоначчи, определенная в [2].

В частности, формула (1) позволяет аналитически задать множество *d*-чисел.

Сформулирован и доказан ряд теорем, позволяющих значительно упростить вычисления d_k

с помощью полученных рекуррентных формул. Получен ряд новых соотношений. В работе доказано, что если n является d-числом, то и любое число вида nm, где m – делитель n, также является d-числом. Также была получена следующая формула, позволяющая легко вычислять значение d от произведения взаимно простых сомножителей:

$$d_{\text{НОК}(k;n)} = \text{НОК}\left(d_k; d_n\right). \tag{2}$$

Таким образом, задача вычисления d_k была сведена к задаче вычислению d_p, где p – простое число, являющиеся делителем k. Задача вычисления d_p, в свою очередь, была сведена к вычислению d_q, где q – простое число, являющиеся делителем $\pi(p)$.

Показано, что любое d-число, отличное от 1, кратно 24.

Задача обобщена на случай последовательности Люка. В частности доказано, что если число m является d-числом в последовательности Фибоначчи, то оно является таковым в любой последовательности Люка.

Обнаружена связь данной задачи с нахождением чисел Фибоначчи, кратных своему номеру, а именно установлена эквивалентность между d-числами и последовательностью A072378 [3].

Таким образом, в работе полностью решена задача о нахождении чисел, кратных собственному периоду Пизано.

Литература

1. *Wall D.D.* Fibonacci series modulo *m* // The American Mathematical Monthly. 1960. V. 67(6). P. 525–532.
2. *Fulton J.D., Morris W.L.* On arithmetical functions related to the Fibonacci Numbers // Acta Arithmetica. 1969. V. XVI(6). P. 105–110.
3. OEIS Foundation Inc. 2011. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, http://oeis.org/A072378.
4. *Shtefan D., Dobrovolska I.* The Sums of the Consecutive Fibonacci Numbers // Fibonacci Quart. 2018. V. 56. N 3. P. 229–236.

УДК 519.233.35

О методе невязки в задаче оценивания экстремального индекса

И.В. Родионов[1,2]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В настоящей работе рассматривается задача непараметрического оценивания экстремального индекса стационарного случайного процесса с помощью метода невязки.

Пусть $X_1, \ldots$ — стационарная в узком смысле случайная последовательность с маргинальной функцией распределения $F(x)$. Говорят, что такая последовательность имеет экстремальный индекс θ, если $\forall \tau, 0 < \tau < \infty$ существует числовая последовательность $u_n = u_n(\tau)$ такая, что выполнено

$$\lim_{n\to\infty} n(1 - F(u_n)) = \tau \text{ Ð, } \lim_{n\to\infty} P(M_{0,n} \le u_n) = e^{-\tau\theta},$$

где $M_{0,n} = \max(X_1, \ldots, X_n)$.

На настоящий момент известно достаточно большое число оценок экстремального индекса (к примеру, блочная оценка [1], скользящая оценка [2], интервальная оценка [3] и другие), однако все они подразумевают выбор порога u, ограничивающий снизу значения случайной последовательности, которые используются для построения оценки. Задаче выбора порога u при оценивании экстремального индекса и посвящена данная работа.

Определим размер кластера непревышений (интер-кластера) уровня u как количество членов последовательности $\{X_n\}$ ниже уровня u между двумя превышениями, иными словами:

$$T(u) = \min\{ j \ge 1 : M_{1,j} \le u, X_{j+1} > u \mid X_1 > u \}.$$

Обозначим $\{Y_i = \bar{F}(u_n) T(u_n)_i\}, i = 1, \ldots, L(u_n),$ где $L = L(u_n)$ — количество кластеров

непревышений, $\bar{F}(x)=1-F(x)$, а $\{T(u_n)_i\}$ — последовательность размеров интер-кластеров последовательности $\{X_n\}$. Известно, что в некоторых условиях [3] на последовательность $\{X_n\}$ выполнено

$$P(\bar{F}(u_n)T(u_n)>t)\to F(x,\theta)=\theta e^{-\theta t}$$

при $n\to\infty$.

Метод невязки был впервые предложен в работе [4] для выбора оптимального окна пропускания в задаче непараметрического оценивания плотности распределения. Идея метода состоит в том, чтобы найти неизвестный параметр h как решение уравнения невязки:

$$\rho(F(x,h),\hat{F}(x))=\delta,$$

где $\hat{F}(x)$ — эмпирическая функция распределения наблюдений, а r — некая норма на пространстве функций распределения. Воспользуемся методом невязки для определения оптимальной величины порога u и рассмотрим в качестве r статистику омега-квадрат критерия фон Мизеса–Смирнова:

$$\omega_L^2=L\int_{\mathbb{R}}(F(x,\theta)-\hat{F}_T(x))^2dF(x)=\sum_{i=1}^{L}\left(F(T(u)_{(i)},\hat{\theta})-\frac{i-0.5}{L}\right)^2+\frac{1}{12L},$$

где $T(u)_{(1)}\le\ldots\le T(u)_{(L)}$ — вариационный ряд последовательности $\{T(u)_i\}$, $\hat{F}_T(x)$ — ее эмпирическая функция распределения, $\hat{\theta}$ — некая оценка экстремального индекса, в качестве d выберем моду предельного распределения стандартной статистики фон Мизеса–Смирнова, равную 0.05. Однако было замечено, что в некоторых случаях (например, когда ряд $\{X_i\}$ имеет тяжелые, т. е. степенные, хвосты) уравнение невязки не имеет решения, поэтому автором было предложено рассмотреть аналог омега-квадрат статистики, построенной по k максимальным членам вариационного ряда последовательности $\{T(u)_i\}$. Итак, рассмотрим следующую статистику:

$$\tilde{\omega}_L^2(\theta)=\frac{1}{(1-t_k)^2}\left(\sum_{i=L-k+1}^{L}\left(1-\theta\exp(-Y_{(i)}\theta)-t_k-\frac{i-(L-k)-0.5}{k}(1-t_k)\right)^2\right)+\frac{1}{12k},$$

где $\{Y_{(i)}\}$ — порядковые статистики последовательности $\{Y_i\}$, а $t_k=1-\theta\exp(-Y_{(L-k)}\theta)$. Тогда верна следующая теорема.

Теорема 1. Пусть в условиях теоремы 1, [3], оценка экстремального индекса $\hat{q}=\hat{q}_{m_n}$ такова, что

$$\sqrt{m_n}(\hat{\theta}_{m_n}-\theta)\xrightarrow{d}\Gamma,$$

где Γ — некое невырожденное распределение. Пусть последовательность m_n такова, что $\frac{k}{m_n}=o(1)$ и $\frac{(\ln L)^2}{m_n}=o(1)$ при $n\to\infty$. Тогда

$$\tilde{\omega}_L^2(\hat{\theta}_{m_n})\xrightarrow{d}\xi\sim A_1,$$

где A_1 — предельное распределение статистики фон Мизеса–Смирнова.

Таким образом, теорема утверждает, что использование метода невязки (с подставлением вместо неизвестного значения экстремального индекса его оценки) является корректным. Стоит отметить, что автором по сути был получен критерий согласия для хвостов распределений, аналогичный критерию фон Мизеса–Смирнова и не зависящий от количества рассматриваемых максимальных членов вариационного ряда, которые используются при построении статистики критерия.

Литература

1. *Beirlant J., Goegebeur Y., Teugels J., Segers J.* Statistics of Extremes: Theory and Applications. Chichester, West Sussex: Wiley, 2004.

2. *Robert C.Y., Segers J., Ferro C.A.T.* A sliding blocks estimator for the extremal index // Electronic Journal of Statistics. 2009. V. 3. P. 993–1020.
3. *Ferro C.A.T., Segers J.* Inference for Clusters of Extreme Values // J. R. Statist. Soc. B. 2003. V. 65. P. 545–556.
4. *Markovich, N.M.* Experimental analysis of nonparametric probability density estimates and of methods for smoothing them // Automation and Remote Control. 1989. V. 50. P. 941–948.

УДК 519.21

Расчет поправки к форвардной ставке в модели Васичека для форвардных in-arrears контрактов на процентную ставку LIBOR

И.С. Постевой, Н.О. Малых

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Форвардные контракты являются рыночными финансовыми инструментами по продаже/покупке некоторого актива в определенный будущий момент времени по зафиксированной в контракте цене. Примером форвардного контракта является соглашение о будущей ставке (FRA — forward rate agreement) — форвард на процентную ставку.

FRA является контрактом, в котором все расчеты осуществляются деньгами на основании разницы между плавающей процентной ставкой и зафиксированной в контракте ставкой [1].

Существует т. н. экзотический форвардный in-arrears контракт на процентную ставку, в котором расчет осуществляется в начале форвардного периода, а не в конце. Форвардная ставка in-arrears FRA больше, чем форвардная ставка обычного FRA. Разница в этих ставках — надбавка, имеющая в англоязычной литературе название *convexity adjustment*, зависит от стохастических моделей, используемых для моделирования финансовых инструментов. Целью данной работы является изучение этой надбавки в различных in-arrears инструментах — не только форвардных контрактах, но и опционах. Кроме того, были рассмотрены варианты выплат, отличные и от обычного контракта, и от in-arrears.

Похожие работы можно найти в [2], где рассматривалась ставка in-arrears LIBOR. Поправка была найдена с использованием стратегии репликации портфеля и решением стохастических дифференциальных уравнений в модели LMM. В [3] авторы изучали in-arrears форварды в модели Васичека и Кокса–Ингерсолла–Росса. Они получили результаты и графики для поправки с помощью численного решения стохастических дифференциальных уравнений. Их выбор модели совпадает с нашим, поэтому мы будем опираться на их результат для проверки корректности некоторых выводов.

В работе мы взяли однофакторную стохастическую модель Васичека для мгновенной процентной ставки [4] и аналитически вычислили надбавку с использованием техники замены меры. Более того, мы нашли безарбитражный интервал форвардных ставок, который не зависит от используемых стохастических моделей. Предложенное доказательство обобщило более частный случай, рассмотренный в [5]. Результатом является найденное выражение для надбавки в различных вариантах времени выплат контракта с некоторыми ее свойствами -- выпуклость функции относительно mean-reversion; возрастание относительно mean-reversion и волатильности. Она также всегда неотрицательна для случаев, когда выплаты происходят до конца форвардного периода и отрицательна для выплат после, кроме того у нее есть верхняя и нижняя граница для этих двух случаев соответственно. После форвардных контрактов мы вкратце рассмотрели опционные контракты на ставку. Было показано, что in-arrears опционы оказываются дороже обычных из-за поправки, как в случае с форвардной in-arrears ставкой.

Литература

1. *John C. Hull.* Options, Futures, and Other Derivatives, ed. 8 Pearson Education.
2. *Mcinerney D., Zastawniak T.* Stochastic Interest Rates. V. 1. Cambridge University Press, 2015.
3. *Gaminha B., Raquel M. Gaspar, Oliveira O.* LIBOR Convexity Adjustments for the Vasicek and Cox-Ingersoll-Ross models. https://ssrn.com/abstract=2677712
4. *Vasicek O.* An equilibrium characterization of the term structure // Journal of Financial Economics. 1977. V. 5. N 2. P. 177.

5. *Corb H.* Interest Rate Swaps and Other Derivatives // Interest Rate Swaps and Other Derivatives. 2012.

УДК 519.21

Модель с переключением режимов для оценки поведения курса рубля в зависимости от цены на нефть

А.В. Куликов, А.Ф. Бедин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Модели с переключением режимов были впервые рассмотрены в работах [1–2] в конце 60-х годов XX века. В модели предполагается наличие ненаблюдаемого состояния, управляемого скрытой цепью Маркова. При этом в каждом из состояний поведение случайного процесса задается разными параметрами. В финансах впервые применение моделей с переключением режимов было сделано для анализа и предсказания поведения роста ВВП с учетом бизнес-циклов Гамильтоном в работе [3] с использованием цепи Маркова с двумя состояниями, одно из которых было «обычным», а другое «кризисным». Данная модель позволила учесть структурные различия в поведении ВВП в различных состояниях, а также «тяжелые хвосты» распределения изменения ВВП. Исходная модель различала состояния по поведению среднего значения изменения ВВП. Данная модель и ее различные варианты активно использовались для анализа финансовых временных рядов.

Различные модели с переключением режимов используются для моделирования различных стохастических процессов (к примеру, для учета возможных «спайков» при моделировании цен на электричество модель с тремя режимами была использована в работе [1]).

Как известно, наполнение бюджета Российской Федерации существенно зависит от нефтегазовых доходов (см. [4]), зависящих от цены на нефть и курса рубля к доллару США. Таким образом, реальный курс рубля к доллару США связан с ценой на нефть (к примеру, см. [5–6]).

Однако в различные периоды времени данная зависимость имеет разные характеристики и зависит от поведения Министерство финансов Российской Федерации, санкционного режима и т. д. В данной работе мы рассматриваем модель с переключением режимов с различными характеристиками реверсии для стремления процесса реального курса рубля к своему тренду и различными характеристиками для краткосрочных месячных колебаний курса рубля.

В данной работе мы используем следующую модель:

$$\Delta Fx_t = \alpha(a_{s(t)}Oil_{t-1} + b_{s(t)} - Fx_{t-1}) + \sum_{i=0}^{p} c_{s(t)}^{i}\Delta Oil_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} d_{s(t)}^{j}\Delta Fx_{t-j} + \sigma\varepsilon_t,$$

$$P(s(t) = j \mid s(t-1) = i) = p_{ij},$$

т. е. рассматриваем номинальный курс доллара США к рублю и цену на нефть марки Brent, а также модель с переключением двух состояний.

В работе были использованы официально публикуемые ЦБ РФ данные о курсе доллара США к рублю и дефляторе ВВП, а также данные о ценах на нефть, публикуемые theice.com.

В работе оценены параметры модели максимумом правдоподобия и проверены гипотезы о единственности тренда в модели с двумя состояниями, а также значимости текущего изменения номинального курса доллара США к рублю от изменения цены на нефть в прошлом месяце.

При построении модели сначала были найдены возможные тренды, а дальше найдены возможные поведения в отклонении от них. Итоговая модель для оценки зависимости номинального курса доллара США к рублю от цены на нефть имеет следующий вид:

$$\Delta Fx_t = \alpha(a_{s(t)}Oil_{t-1} + b_{s(t)} - Fx_{t-1}) + c_{s(t)}\Delta Oil_t + d_{s(t)}\Delta Fx_{t-1} + \sigma\varepsilon_t,$$

$$P(s(t) = j \mid s(t-1) = i) = p_{ij}.$$

Литература

1. *Baum B., Petrie P.* Statistical inference for probabilistic functions of finite state Markov chains // Ann. Math. Statist. 1966. V. 37. P. 1554–1563. ISSN: 0003-4851.
2. *Baum L.E., Petrie T., Soules G., Weiss N.* A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of Markov chains // Ann. Math. Statist. 1970. V. 41 P. 164–171. ISSN: 0003-4851.
3. *Hamilton, J. D.* A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle // Econometrica. 1989. V. 57. P. 357–384.
4. Ежегодная информация об исполнении федерального бюджета (данные с 1 января 2006 г.). URL: https://www.minfin.ru/ru/statistics/fedbud/?id_65=80041&page_id=3847&popup=Y&area_id=65#
5. Поиск взаимосвязей на примере Нефть-Рубль. URL: https://habr.com/post/253285/
6. *Полбин А.* Моделирование реального курса рубля в условиях изменения режима денежно-кредитной политики // Вопросы экономики. 2017. № 4. С. 61–78.

УДК 519.21

Многомерные когерентные меры риска

А.В. Куликов, Н.В. Волков

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Одной из важнейших задач математической теории финансов является задача измерения уровня финансового риска. Наиболее часто используемой на практике является мера VaR, однако она имеет ряд недостатков. Для их устранения в работе [1] Ф. Артцнера, Ф. Делбаена, Ж.-М. Эбера и М. Хиса было введено понятие когерентных мер риска, удовлетворяющим естественным с финансовой точки зрения свойствам:

1) диверсификация: $\rho(X+Y) \le \rho(X) + \rho(Y)$;
2) монотонность: $X \le Y \Rightarrow \rho(X) \ge \rho(Y)$;
3) неотрицательная однородность: $\forall \lambda \ge 0 \;\; \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$;
4) инвариантность относительно сдвига: $\forall m \in R \;\; \rho(m+X) = \rho(X) - m$;
5) свойство Фату: $|X_n| \le c,\ X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow \rho(X) \le \overline{\lim_{n\to\infty}} \rho(X_n)$.

Когерентные меры риска активно изучались, но рассматривались только одномерные когерентные меры риска, измеряющие риск одномерной случайной величины, которая несет смысл стоимости портфеля, выраженной в одной заранее выбранной базовой валюте или в единицах заранее выбранного актива. Однако если инвестор работает на различных валютных рынках и имеет портфель из различных валют и других активов, то не всегда необходимо измерять его риск в какой-то отдельной валюте. В статье [2] Э. Жуини, М. Маддеба, Н. Тузи были введены многомерные когерентные меры риска, где аргументом является вектор или множество, а значением — множество. Многомерная когерентная мера риска удовлетворяет следующим свойствам:

1) диверсификация: $\rho(X+Y) \supset \rho(X) + \rho(Y)$;
2) монотонность: $X \prec Y \Rightarrow \rho(X) \subset \rho(Y)$;
3) неотрицательная однородность: $\forall \lambda \ge 0 \;\; \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$;
4) инвариантность относительно сдвига: $\forall m \in R^d \;\; \rho(m+X) = \rho(X) - m$;
5) свойство Фату: $\| X_n \| \le c,\ X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow \rho(X) \supset \overline{\lim_{n\to\infty}} \rho(X_n)$.

В данной работе приведен наглядный пример, когда применение многомерных когерентных мер риска ведет к более эффективной оценки риска позиций, состоящих из нескольких валют.

На практике важными свойствами когерентных мер риска являются инвариантность по

распределению (law invariance) и согласованность с пространством (space consistency). В данной работе исследовано, какие многомерные когерентные меры риска удовлетворяют данным свойством, а также изучена взаимосвязь этих свойств с их одномерными аналогами. В работе исследована взаимосвязь этих свойств в зависимости от подхода к определению многомерных когерентных мер риска.

Также в работе рассмотрены два подхода к определению многомерной когерентной меры риска: классический (см. [2–4]) и новый, введенный в статье [5] И. Каскосом и И. Молчановым, который учитывает различные ограничения, возможные на рынках (ликвидность рынка, разные цены покупки/ продажи в зависимости от объема продажи/покупки валюты, размер портфеля).

В статье [5] предлагается конструктивный способ построения многомерных когерентных мер риска. В данной работе доказано, что не все многомерные когерентные меры риска могут быть получены предложенным способом.

Литература

1. *Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D.* Thinking coherently // Risk. 1997. V. 10. N 11. P. 68–71.
2. *Jouini E., Meddeb M. Touzi N.* Finance and Stochastics. 2004. 8:531.
3. *Куликов А.В.* Многомерные когерентные и выпуклые меры риска // Теория вероятностей и ее приложения. 2008. № 52. С. 614–635.
4. *Hamel A. H., Heyde F., and Rudloff B.* Set-valued risk measures for conical market models // Math. Finan. Economics. 2011. V. 5. P. 1–28.
5. *Cascos I., Molchanov I.* Multivariate risk measures: a constructive approach based on selections // Math. Finance. 2016.

УДК 519.179.1, 519.174, 519.112.7.

Об улучшении нижней оценки в задаче о справедливой раскраске гиперграфов

***М.Б. Ахмеджанова*[1], *Д.А. Шабанов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
[3]Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Гиперграфом называется пара $H=(V,E)$, где $V=V(H)$ — некоторое множество, называемое множеством вершин гиперграфа, а $E = E(H)$ — произвольная совокупность подмножеств множества V, называемых ребрами гиперграфа. Гиперграф является n-однородным, если каждое его ребро содержит ровно n вершин. Отметим, что в частном случае, $n = 2$, мы в точности получаем классическое определение графа. Таким образом, гиперграф — это некоторое обобщение графа, в котором ребром могут соединяться не только две вершины, но и любые подмножества вершин.

Раскраска множества вершин V гиперграфа $H=(V,E)$ называется правильной, если в этой раскраске все ребра из E не являются одноцветными, т. е. каждое ребро содержит хотя бы две вершины разных цветов. Если для гиперграфа H существует правильная раскраска в r цветов, то говорят, что H является r-раскрашиваемым. Раскраска множества вершин гиперграфа называется *справедливой*, если она является правильной и при этом мощности всех цветовых классов отличаются не более чем на единицу. Последнее означает, что множество вершин V можно разбить не просто на r независимых множеств, а на r независимых множеств почти одинакового размера.

Формулировка результата. Результат нашей статьи сформулирован в следующей теореме.

Теорема 1. *Для достаточно большого* n *всякий* n*-однородный гиперграф* $H=(V,E)$ *с числом ребер* $E(H)<0.01\left(\frac{n}{\ln n}\right)^{\frac{r-1}{r}} r^{n-1}$ *можно справедливо раскрасить в* r *цветов при* $r=r(n)<\sqrt[5]{\ln n}$.

История задачи и методы. Интерес к справедливым раскраскам исторически возник благодаря знаменитой теореме Хайнала–Семереди [1] 1970 года, в которой они доказали

следующую гипотезу П. Эрдеша [2]: любой граф G с максимальной степенью вершины $\Delta(G)$ допускает не только правильную, но и справедливую раскраску в $\Delta(G)+1$ цвет. Лу и Секеи обобщили предыдущий результат на случай однородных гиперграфов: если V делится нацело на r и максимальная степень вершины $\Delta(G) < \frac{r^{n-1}}{2en}$, то для H существует справедливая раскраска в r цветов.

Основная цель работы — получить достаточное условие справедливой r-раскрашиваемости n-однородных гиперграфов в терминах ограничения на число ребер $|E(H)|$. Легко показать, что если число ребер n-однородного гиперграфа H не превосходит, то для H существует справедливая раскраска в r цветов. При помощи дополнительных рассуждений ранее получилось доказать наличие справедливой раскраски в r случае, когда число ребер не превосходит [3]. Также остается верным (с точностью до алгоритмической константы) результат Радхакришнана–Сринивасана [4] для справедливых двухцветных раскрасок [5].

Основу доказательства теоремы 1 составляет идея о том, что существует раскраска, в которой нет определенных конфигураций, называемых упорядоченными r-цепями. Впервые эта идея была сформулирована и доказана Плухаром [6]: гиперграф является r-раскрашиваемым тогда и только тогда, когда для некоторой нумерации множества его вершин в нем нет упорядоченных r-цепей. Данный подход успешно себя зарекомендовал в работе Козика–Черкашина [7], которые получили наилучший результат для правильных раскрасок в случае, когда число цветов r не велико по сравнению с параметром однородности n.

На самом деле, результат [7] остается верен и при больших значениях r по сравнению с n, но в этом случае уже известны более сильные оценки, которые были получены Акользиным и Шабановым [8].

Литература

1. *Hajnal, E. Szemeredi*. Proof of a conjecture of P. Erdös // Combinatorial theory and its applications, North-Holland, London. 1969. V. II. P. 601–623.
2. *Erdös P*. Theory of Graphs and Its Applications / ed. by M. Fieldler // Czech. Acad. Sci. Publ., Prague. 1964. V 9. P. 159.
3. *Akhmejanova M.B., Shabanov D.A.* Справедливые раскраски гиперграфов в r цветов. (In Press).
4. *Radhakrishnan J., Srinivasan A*. Improved bounds and algorithms for hypergraph two-coloring // Random Structures and Algorithms. 2000. V. 16. N 1. P. 4–32.
5. *Ахмеджанова М.* О справедливых раскрасках гиперграфов. (В печати).
6. *Pluhr*. Greedy colorings for uniform hypergraphs // Random Structures Algorithms. 2009. V. 35. N 2. P. 216–221.
7. *Cherkashin D., Kozik J.* A note on random greedy coloring of uniform hypergraphs // Random Structures and Algorithms. 2015. V. 47. N 3 P. 407–413.
8. *Akolzin I.A., Shabanov D.A.* Colorings of hypergraphs with large number of colors // Discrete Mathematics. 2016. V. 339. N 12. P. 3020–3031.

УДК 510.53

Методы распределенного решения задач линейного программирования при помощи алгоритмов аукционного типа

***Д.В. Булгакова*[1,2], *А.В. Леонидов*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН

В современной промышленности зачастую возникают задачи, решение которых требует больших вычислительных мощностей. Например, это может быть задача распределения заданий между спутниками или задача распределения ресурсов между заводами для выгодного совместного производства. Как правило, такие задачи можно сформулировать в терминах линейного программирования, что подразумевает использование системы линейных уравнений и функции, которую необходимо максимизировать.

На данный момент известно несколько методов решения как общих, так и целочисленных

задач линейного программирования. Однако не все они подходят для практического применения.

В данной работе представлен алгоритм для решения такой задачи линейного программирования, как задача распределения ресурсов между агентами системы. При этом в работе задача линейного программирования формулируется в терминах мультиагентных систем и решается с их помощью. Данный подход позволяет более эффективно по сравнению с существующими алгоритмами производить перестроение системы при динамическом изменении ее коэффициентов, добавлении и удалении переменных в системе, а также при изменении целевой функции системы.

Общая временная сложность разработанного алгоритма равна $O(N \cdot max(3N, M))$, где N — количество переменных в задаче линейного программирования или количество агентов в мультиагентной системе, а M — количество уравнений в задаче линейного программирования или количество типов ресурсов в мультиагентной системе. При динамическом изменении системы представленный в работе алгоритм находит решение в среднем быстрее, чем симплекс-метод и метод внутренней точки.

Литература

1. *Durazzi C., Ruggiero V., Zanghirati G.* Parallel Interior-Point Method for Linear and Quadratic Programs with Special Structure // Journal of Optimization Theory and Applications. 2001. V. 110. P. 289.
2. *Reza Peyghami M., Fathi Hafshejani S., Shirvani L.* Complexity of interior-point methods for linear optimization based on a new trigonometric kernel function // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2014. V. 255. P. 74.
3. *Amal de Silva, Abramson D.* A Parallel Interior Point Method and Its Application to Facility Location Problems // Computational Optimization and Applications. 1998. V. 9. P. 249.
4. *Панюков А.В., Горбик В.В.* Параллельные реализации симплекс-метода для безошибочного решения задач линейного программирования // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование. 2011. V 9. P. 107.

УДК 519.1

Исследование мультиагентных алгоритмов решения задач динамического планирования

А.В. Леонидов, Е.Е. Серебрянникова, Е.В. Бояркина

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН

В данной работе рассматривается задача распределения заданий task allocation в децентрализованном случае, в которой исполнители «индивидуально рациональны», то есть локально ориентированы на собственный успех. При этом в итоге решение стремится к оптимальной общей выгоде.

Задача распределения заданий между агентами (task allocation problem) состоит из множества заданий T, множества агентов A, функций стоимости c_i: $2^T \to \Re \bigcup \infty \ \forall\, i \in A$, задающих стоимость для агента i конкретного набора задач из T (затраты на выполнение этих задач), и начального распределения заданий $(T_1^{init}, ..., T_{|A|}^{init})$, где $\bigcup_{i \in A} T_i^{init} = T$ и $T_i^{init} \bigcap T_j^{init} = \varnothing \ \forall i, j \in A, i \neq j$.

Агенты могут обмениваться задачами для достижения наилучшего распределения задач, то есть социального благосостояния, при котором общие затраты всех агентов минимальны. Таким образом, целью является минимизация суммы затрат всех агентов:

$$\sum_{i \in A} c_i(T_i) \to \min .$$

Предложена реализация одного из способов решения этой задачи с помощью мультиагентных систем и контрактов для взаимодействия агентов внутри системы, введенных в [1]. Ряд теорем из этой статьи говорит о том, что в зависимости от начальных условий могут потребоваться все типы контрактов для достижения глобального оптимума. Однако, как показано в

работе, даже самый простой контракт на практике неплохо приближает решение к оптимальному.

Рассмотрены статический и динамический случаи задачи. В статическом случае исследована зависимость качества решения задачи простым О-контрактом от свойств задачи. Так, рассмотрены случаи одинаковых и разных по имеющимся ресурсам агентов, случаи больших и маленьких входных данных. В динамическом случае исследована способность алгоритма подстраиваться под случайные изменения задачи, такие как добавление новых заданий или удаление агентов. Для оценки качества работы алгоритма в разных ситуациях использовались разные метрики.

В результате различных экспериментов показано, что, хотя в теории О-контракты далеко не всегда приводят к оптимальному решению, на практике это решение получается близким к оптимальному. Также показано, в каких именно случаях решение получается хуже, и нужны другие типы контрактов для его улучшения.

Литература

1. *Tuomas W. Sandholm*. Contract types for satisficing task allocation: I theoretical results // AAAI Spring Symposium Series: Satisficing Models. 1998.
2. *Martin R. Andersson, Tuomas W.* Sandholm. Contract types for satisficing task allocation: II experimental results // AAAI Spring Symposium Series: Satisficing Models. 1998.
3. *Martin R. Andersson, Tuomas W. Sandholm.* Contract types sequencing for reallocative negotiations. // ICDCS-2000. P. 54–160.

УДК 519.161

О вычислительной сложности задачи поиска неподвижной точки в теореме Какутани

Д.В. Мусатов[1,2,3]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации
[3]Кавказский математический центр Адыгейского государственного университета

Теорема Какутани — известная теорема о существовании неподвижных точек для многозначных отображений. Насколько сложно найти одну из неподвижных точек с достаточно хорошей точностью? Во многих источниках, начиная с основополагающей статьи [1], указывается, что эта задача полна в сложностном классе PPAD. Однако нигде не указывается, как правильно формулировать задачу, чтобы она лежала в этом классе. В этой заметке даётся наиболее общая формулировка, при которой принадлежность к классу удаётся доказать.

Теорема Какутани. *Пусть* F *— многозначная функция из непустого выпуклого конечномерного компакта в себя. Пусть образы* F *— непустые выпуклые компакты, а само* F *полунепрерывно сверху, т. е. его график — множество* $\{(x,y) \mid y \in F(x)\}$ *– замкнут. Тогда существует неподвижная точка* F*, т. е. такая точка* x*, что* $x \in F(x)$.

Эта теорема имеет множество приложений: с её помощью доказывается теорема Нэша о существовании равновесия в статической игре, теорема Эрроу–Дебрё о существовании общего равновесия в экономических моделях и другие теоремы в математической экономике. Но для каких-либо приложений мало доказать существование равновесия, нужно уметь его искать. Встаёт вопрос о вычислительной сложности этой процедуры: если функция F имеет эффективное описание, то насколько сложно найти неподвижную точку алгоритмически?

Найти неподвижную точку в точности заведомо не получится. Построены примеры [2–3], в которых функция является вычислимой, в то время как вычислимой неподвижной точки нет. Поэтому неподвижную точку нужно так или иначе искать приближённо. Но приближённую неподвижную точку можно искать по-разному, поэтому важно дать правильное определение. Вначале дадим определение сложностного класса, в котором должна оказаться наша задача.

Сложностные классы задач поиска. Задачей поиска называется такая алгоритмическая задача: для предиката $V(x,y)$ по заданному x требуется найти y такой, что $V(x,y)=1$, либо

указать, что таких y нет. Если V полиномиально вычислим, то говорят, что задача лежит в классе FNP. Если y существует для любого x, то задача поиска называется тотальной и лежит в классе TFNP. Для этого класса, по всей видимости, нет полных задач: ведь непонятно, как заранее по описанию V удостовериться в тотальности задачи. Поэтому говорят, что класс имеет семантическое, а не синтаксическое определение. Выход, предложенный Пападимитриу, состоит в том, чтобы анализировать синтаксические подклассы TFNP и классифицировать среди них различные задачи. С задачами о неподвижных точках оказался связан класс PPAD.

Аббревиатура PPAD расшифровывается как «Polynomial parity argument, directed version”. Идея состоит в следующем: если в ориентированном графе есть одна несбалансированная вершина, то есть и другая. Этот принцип применяется к графу, в котором входящая и исходящая степень каждой вершины не превышают 1. Таким образом, граф распадается на цепочки и циклы. Формально задача лежит в PPAD, если её можно представить следующим образом. Даны две логические схемы S и P с n входами и n выходами. Строится ориентированный граф из 2^n вершин следующим образом: ребро (x, y) проводится, если одновременно $y = S(x)$ и $x = P(y)$. Дан источник, т. е. такая вершина x, что $S(x) \neq x$, $P(S(x)) = x$, но $S(P(x)) \neq x$. Требуется найти другой источник или любой сток, т. е. вершину y с условиями $P(y) \neq y$, $S(P(y)) = y$, но $P(S(y)) \neq y$. Сводимость в PPAD устроена так: (P, S) сводится к (P', S'), если существуют полиномиально вычислимые g и h такие, что если x – источник для (P, S), то $x' = g(x)$ — источник для (P', S'), а если y' – решение задачи для x', то $y = h(y')$ — решение задачи для x.

Оказывается, что с помощью такого принципа можно доказать существование разноцветного симплекса в лемме Шпернера, а через лемму Шпернера и существование неподвижных точек. При этом приближённую неподвижную точку можно понимать двумя способами:

- Сильная аппроксимация: нужно найти, точку, ε-близкую к неподвижной, т. е. x такую, что $|x - x^*| < \varepsilon$ для некоторой неподвижной точки x^*.
- Слабая аппроксимация: нужно найти точку, неподвижную с точностью ε. Две части равенства в определении неподвижной точки должны отличаться не больше, чем на ε.

В классе PPAD лежат задачи второго типа. Задачи первого типа задают класс FIXP [4] и, видимо, являются более сложными. Но для теоремы Какутани сильная и слабая аппроксимации могут быть эквивалентны. Например, отображение f_d из круга в себя, отображающее все $x \neq d$ в точку пересечения луча xd и границы круга, а d в весь круг, имеет единственную приближённо неподвижную точку d в обоих смыслах. Поэтому мы рассмотрим такую формулировку.

Формулировка задачи KAKUTANI. Пусть задано некоторое семейство многозначных функций $\mathcal{F}$, образы которых являются непустыми полиэдрами. Пусть $\mathcal{F}$ является полиномиально вычислимым, т. е. по индексу функции F из $\mathcal{F}$ и рациональному x можно за полиномиальное время вычислить систему неравенств, задающую $F(x)$. Тогда вычислительной задачей KAKUTANI называется следующее: по описанию F и рациональному ε требуется найти x, находящееся одновременно в ε-окрестностях некоторого y и соответствующего $F(y)$.

Основная теорема. *Задача KAKUTANI лежит в классе PPAD и является PPAD-полной.*

Идея доказательства. Идея состоит в использовании эффективного аналога классического доказательства теоремы Какутани через теорему Брауэра. Теорема Брауэра – аналог теоремы Какутани для однозначных функций. Вычислительная задача BROUWER также определяется аналогично (для слабой аппроксимации). Поэтому сводимость BROUWER к KAKUTANI очевидна. Для принадлежности к PPAD нужна обратная сводимость. Это делается так: строится неймановское приближение, т. е. однозначная функция f, график которой лежит в ε-окрестности графика F. Показывается, что приближённо неподвижная точка f будет таковой и для F (в нашем более слабом смысле и с худшей степенью приближения).

Автор благодарит Дёмётёра Палвёлдьи и Кристофера Ансфельта Хансена за содержательное обсуждение предмета статьи.

Литература

1. *Papadimitriou C*. On the Complexity of the Parity Argument and Other Inefficient Proofs of Existence // J. Comput. Syst. Sci. 1994. V. 48. N. 3. P. 498–532.
2. *Оревков В.П.* О конструктивных отображениях круга в себя // Проблемы конструктивного направления в математике. 3. Сборник работ. Посвящается Андрею Андреевичу Маркову к его шестидесятилетию. Т. 72. Тр. МИАН СССР. М.–Л.: Наука, 1964. С. 437–461.
3. *Richter M.K., Wong K.-C.* Non-computability of competitive equilibrium // Econ Th. 1999. V.14. N.1. P. 1–27.
4. *Etessami K., Yannakakis M*. On the complexity of Nash equilibria and other fixed points // SIAM J. on Comp. 2010. V. 39. N. 6. P. 2531–2597.

СЕКЦИЯ КОГНИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Председатель: М.В. Чукалина (к.ф.-м.н., зам. зав. кафедрой)

Зам. председателя: В.Е. Прун

Секретарь: Н.П. Власова

Дата: 20.11.2018

Время: 12:00

Место: Москва, проспект 60 лет Октября, д. 9, 406 ауд., ИСА РАН

УДК 519.248, 159.9.075

Статистические свойства случайных последовательностей, генерируемых человеком

***Н.В. Кузнецов*[1], *И.О. Венедиктов*[1], *М.С. Елезов*[1], *М.Л. Щербатенко*[1], *Д.В. Сыч*[1,2]**

[1]Московский педагогический государственный университет
[2]Физический институт имени П. Н. Лебедева РАН

Генерация случайных чисел является важной проблемой как в большом числе прикладных задач (например, вычисления методом Монте-Карло, анализ рисков, статистическое моделирование, криптография, игры, лотереи и т.д.), так и в фундаментальных исследованиях (например, проверка неравенств Белла). В последнем случае на физическую реализацию генератора случайных чисел накладывается требование гарантированной непредсказуемости, то есть принципиальной невозможности воспроизвести случайную последовательность заранее. Существует много различных подходов к генерации случайных чисел таким образом, чтобы их невозможно было предугадать, например, создание генераторов на основе вакуумных флуктуаций [1], или же с помощью измерения фотонов от разных удалённых галактик [2]. Также одним из подходов к генерации случайных последовательностей является использование человека в качестве генератора. Подобный вопрос был актуален ещё в прошлом веке [3], и до сих пор на эту тему проводятся исследования [4]. При кажущейся непредсказуемости такого способа генерации случайных чисел, возникает вопрос о его статистических свойствах. В данной работе мы исследуем статистические свойства последовательностей случайных чисел, генерируемых человеком. Цель работы состоит в определении их статистических закономерностей, выявлении их типичных свойств и качественных характеристик. В данном тексте будет использоваться термин паттерн, под которым имеется в виду элемент последовательности определённой длины.

Наш эксперимент был организован следующим образом: человек вводил бинарную последовательность (нули и единицы) длиной 1000 символов с клавиатуры в специальной программе с веб-интерфейсом (rplab.ru/~nikuznetsoff). Данные сохранялись для каждого человека отдельно. Всего в эксперименте участвовало 30 человек, некоторые из которых вводили несколько последовательностей. После ввода последовательности, статистические данные анализировались с помощью пакета тестов NIST [5]. Было использовано 9 тестов из 15, так как остальные тесты не подошли под условия проводимого эксперимента: последовательности были недостаточно длинные. Из всех последовательностей были отобраны три, которые были названы «лучшая», «средняя» и «худшая». Критерием отбора было количество пройденных тестов. Отдельно была сгенерирована последовательность, именуемая «машинная», с помощью встроенного в тесты NIST генератора случайных чисел. Из 9 тестов один был переделан и использовался для нужд эксперимента, а не по назначению: с помощью теста «Non-overlapping Template» [5] считалась частота появления всех возможных паттернов (длинной от 2 до 10 символов) в последовательности.

С помощью этого модифицированного теста возможно проанализировать такой критерий оценки, как процент паттернов, которые ни разу не появились в последовательности. По

результатам исследования, процент подобных паттернов растёт с увеличением длины паттерна, независимо от «качества» последовательности. Это связано с тем, что количество разных паттернов увеличивается как 2^n, где n – длина паттерна, а общая длина последовательности равна 1000 бит, и сказываются статистические флуктуации. В идеальном случае равновероятных паттернов и достаточно большой последовательности частота паттернов должна быть равномерна, но в эксперименте мы видим, что некоторые паттерны не встречаются вовсе. Это объясняется особенностями человеческого мышления и его представлениями о случайности. Из-за этого существует некий процент не встречаемых паттернов: чем больше длина паттерна, тем сложнее у них структура и тем большую часть паттернов человек не вводит совсем. Тем самым можно вывести группу паттернов, которая наиболее характерна для человека. Подобный процент присутствует и у машинной последовательности, но он, в сравнении с человеческой, довольно мал (максимум для нашего эксперимента примерно равен 40%). Наиболее наглядно частоты не встречаемых паттернов изображены на рис. 1.

Говоря о результатах пройденных тестов, хочется отметить определенные аспекты последовательностей, сгенерированных человеком:

1. Большинство тестов, которые проходятся людьми, представляют собой достаточно простые статистические проверки, такие как количество нулей и единиц в последовательности или в подпоследовательности, кумулятивные суммы последовательности. Это напрямую следует из того факта, что большинство людей вводят последовательность, достаточно часто сменяя «0» и «1», и редко задумываются о сложных структурах случайных последовательностей. Также это связано с тем, что человеку достаточно легко отследить частоту нуля и единицы, чтобы удерживать её равномерной. Поэтому большая часть остальных тестов человеком не проходится: человек либо слишком часто сменяет нули и единицы, либо не считает случайным ввод, который содержит в себе достаточно длинные куски одинаковых символов. Не вводит же он их потому, что считает, что повторяющиеся символы не являются элементами случайной последовательности и оказывают только негативный эффект на общую случайность всей последовательности.
2. Человеку сложно контролировать количество нулей и единиц при разных длинах паттернов и также контролировать равномерность их появления в последовательности с учётом этих длин. Поэтому есть определённая максимальная длина паттерна, в котором человек может достаточно хорошо отслеживать все эти критерии. Исходя из наших тестов это, длина составляет примерно 6 символов. То есть до 6 символов включительно человек имеет возможность ввести все паттерны, если не равномерно, то хотя бы так, чтобы все возможные паттерны были введены.
3. Человек не может долго проводить сложные вычисления и держать у себя в голове одновременно много информации, но при этом он достаточно просто справляется с задачами, где нужно придерживаться одинакового значения нулей и единиц. Поэтому при вводе последовательности человек стремится как раз к подобным действиям (чередование нуля и единицы).

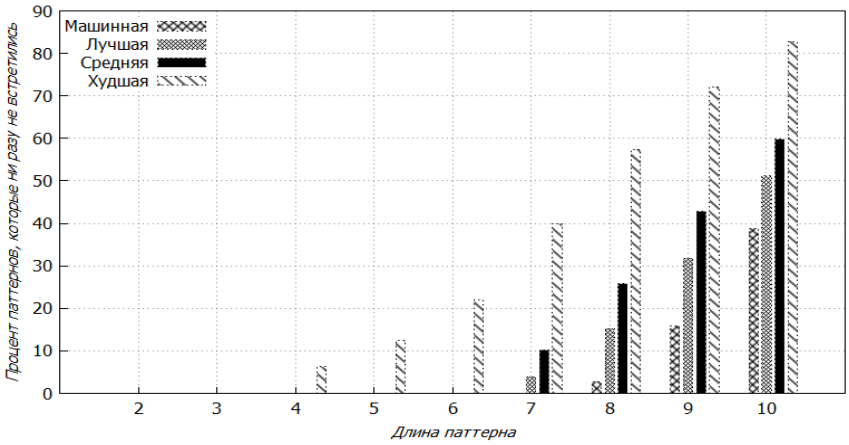


Рис. 6. Процент паттернов, которые ни разу не встретились в последовательности

Литература

1. *Gabriel C.* [*et al.*]. A generator for unique quantum random numbers based on vacuum states // Nature Photonics. 2010. V. 4. Is. 10. P. 711–715.
2. *Handsteine J.* [*et al.*]. Cosmic Bell Test: Measurement Settings from Milky Way Stars, Phys. Rev. Lett. 118, 060401 – Published 7 February 2017
3. *Ginsburg N., Karpiuk P.* Random generation: analysis of the responses // Perceptual and Motor Skills. 1994.
4. *The BIG Bell Test Collaboration.* Challenging local realism with human choices // Nature Physics. 2018.
5. *Rukhin Andrew* [*et al.*]. National Institute of Standards and Technology Special Publication 800-22 revision 1a. 2010. 131p.

УДК 004.932.2

Адаптация алгоритма детекции линий дорожной разметки для поиска автодорог на космических снимках Земли

***Е.И. Панфилова*[1,2], *И.А. Кунина*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

Классический способ геолокализации космических и аэрофотоснимков заключается в привязке их локальной системы координат к географической по данным систем спутниковой навигации и инерциальных датчиков. Однако эти данные могут быть утеряны или искажены воздействием атмосферы или сторонних систем. В таком случае требуются альтернативные способы географической привязки полученных снимков. Одним из таких способов является визуальная локализация снимков относительно векторной карты дорог [1], где геопривязка осуществляется путем сопоставления дорог, найденных на изображении, с дорогами на карте.

Данная работа является продолжением идеи, предложенной в [1]. Авторами рассмотрена задача поиска дорог на изображениях местности, снятых в видимом диапазоне с большой высоты, для их последующего сопоставления с векторной картой дорог. В контексте поставленной задачи дороги на карте и на изображении представляются наборами сегментов, а их сопоставление осуществляется алгоритмом RANSAC, который использует информацию о положении и ориентации сегментов. Однако предложенный в [1] алгоритм поиска дорог не применим для изображений, охватывающих большую площадь: алгоритм детекции дорог характеризуется множественными срабатываниями, которые не объединяются и не фильтруются, поэтому для такого детектора характерно большое наличие шума, что не может не сказаться на времени работы алгоритма сопоставления и его устойчивости.

В статье [2] дан обзор работ, посвященных поиску дорог на данных ДЗЗ. Предложенная авторами классификация отражает основные современные подходы к поиску дорог на космических и аэрофото снимках. Приведенные работы условно делятся на (1) работы, использующие методы машинного обучения, и (2) работы, основанные на явно заданных математических правилах. Качество детекции методов группы (1) [3, 4] напрямую зависит от размера обучающей выборки, поэтому в условии малого набора входных данных эти методы не будут давать надежных результатов. Методы группы (2) условно делятся на отслеживание дороги (или сети дорог) (road tracking) из некоторых исходных точек (seed points) и непосредственный поиск дорог на всей плоскости входного изображения. К отслеживанию дорог можно отнести методы, использующие в своей основе динамическое программирование [5], модель активных контуров [6, 7] и другие. Качество таких методов напрямую зависит от выбора (не всегда автоматического) исходных точек и наличия априорной информации. Вторая группа методов включает методы фильтрации, например, морфологические фильтры, метод детекции краев Кэнни, преобразование Хафа и другие, то есть те методы, которые ищут дороги, анализируя плоскость изображения целиком, а не из некоторых точек. Обычно такие методы комбинируются [8], но могут использоваться и раздельно [9, 10]. Эти методы тоже не лишены недостатков, в частности, для них характерно большое количество ложноположительных срабатываний.

В условиях поставленной задачи наиболее перспективным выглядит использование преобразование Хафа (ПХ) в комбинации с подавляющими фон методами фильтрации. Без дополнительных модификаций формат результата детекции дорог с помощью ПХ соответствует

формату данных, требуемому поставленной задачей. Также ПХ устойчиво к частичному перекрытию искомых объектов другими объектами на изображении. При этом ложноположительные срабатывания такого детектора допустимы, т.к. схема RANSAC устойчива к зашумленности входных данных. Предложенный в [1] алгоритм поиска дорог строился именно на ПХ, однако в данной работе предлагается заменить его на новый, основанный на представленном ранее авторами подходе к поиску узких протяженных полос дорожной разметки на изображении дороги [11]. Алгоритм [11] тоже использует ПХ, но кроме этого он реализует метод объединения и фильтрации сегментов, строя и анализируя граф, вершинами которого являются результаты срабатывания ПХ.

Алгоритм [11] принимает на вход изображение дороги вида сверху и ищет на нем полосы дорожной разметки в виде набора ломаных, для этого: (1) на изображении подавляется фон с использованием морфологических фильтров, (2) полученное изображение разбивается на одинакового размера участки с равной площадью перекрытия, а в каждом участке ищется не более одного доминирующего сегмента с помощью быстрого преобразования Хафа (БПХ) [12], (3) полученные сегменты группируются по взаимному расположению и ориентации, (4) группы аппроксимируются последовательностью точек и (5) полученные ломаные фильтруются по длине.

При адаптации предложенного алгоритма для поиска дорог авторами были сделаны следующие модификации: (1) подавление фона на изображении через структурный тензор, а не через морфологические фильтры, (2) изменение критерия для определения наличия сегмента в участке изображения с дополнительной нормировкой критерия на угол наклона сегмента [13], (3) изменение подсчета угла между сегментами, (4) упрощение ломаных, состоящих из большого числа относительно малых по длине сегментов, алгоритмом [14].

Причины этих модификаций и их влияние на итоговое качество алгоритма будут подробно рассмотрены в докладе. Пример работы предложенного алгоритма представлены на рис. 1.

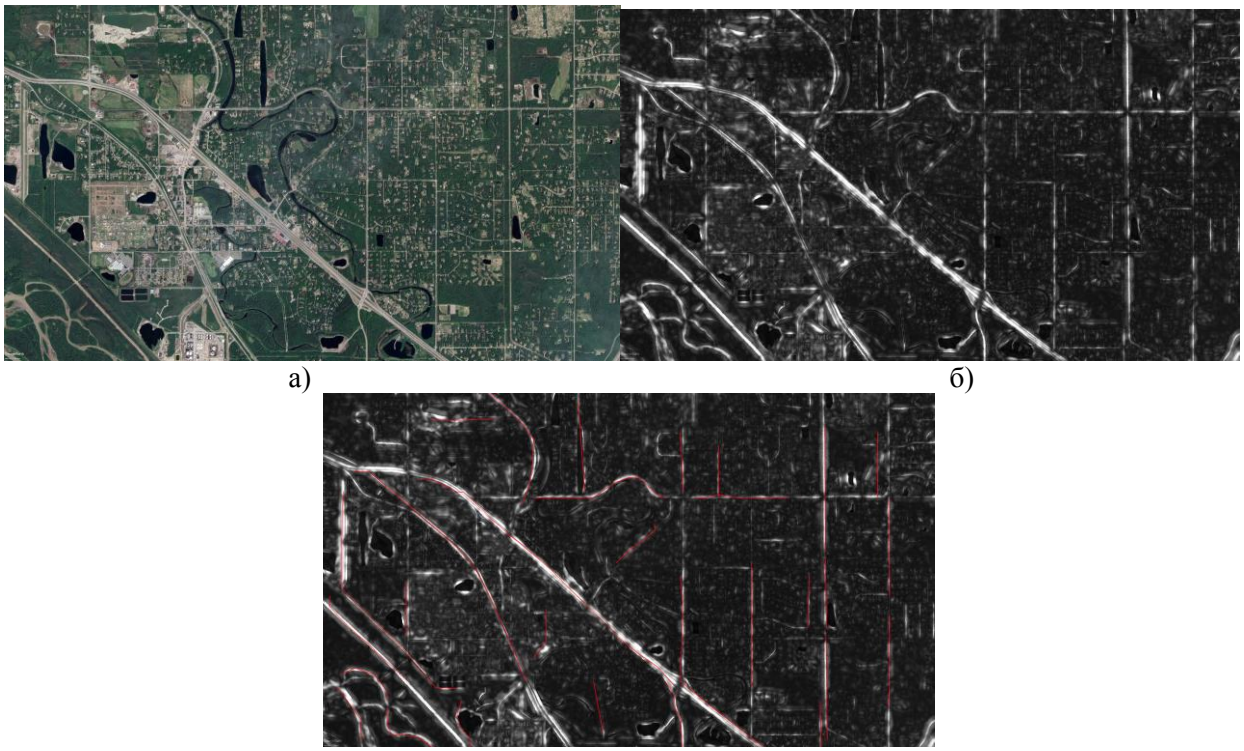


Рис. 1. Пример работы предложенного алгоритма: а) входное изображение, б) подавление фона на входном изображении, в) результат работы алгоритма

Литература

1. *Kunina I.A.* [*et al.*]. Aerial image geolocalization by matching its line structure with route map // Ninth International Conference on Machine Vision (ICMV 2016). Vol. 10341. International Society for Optics and Photonics. 2017.
2. *Wang W.* [*et al.*]. A review of road extraction from remote sensing images // Journal of traffic and transportation

engineering (English edition). 2016. Т. 3. N 3. P. 271–282.
3. *Kirthika A., Mookambiga A.* Automated road network extraction using artificial neural network // In Recent Trends in Information Technology, 2011 International Conference. P. 1061–1065.
4. *Unsalan C., Sirmacek, B.* Road network detection using probabilistic and graph theoretical methods // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2012. V. 50(11). P. 4441–4453.
5. *Movaghati S., Moghaddamjoo A., Tavakoli A.* Road extraction from satellite images using particle filtering and extended Kalman filtering // IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. 2010. V. 48(7). P. 2807–2817.
6. *Anil P. N., Natarajan S.* A novel approach using active contour model for semi-automatic road extraction from high-resolution satellite imagery // Machine Learning and Computing, 2010 Second International Conference. P. 263–266.
7. *Abraham L., Sasikumar M.* A fuzzy based road network extraction from degraded satellite images // In Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI), 2013 International Conference P. 2032–2036.
8. *Ma R., Wang W., Liu S.* Extracting roads based on Retinex and improved Canny operator with shape criteria in vague and unevenly illuminated aerial images // Journal of Applied Remote Sensing. 2012. Т. 6. N 1. P. 063610.
9. *Zhang C., Murai S., Baltsavias E. P.* Road network detection by mathematical morphology // ISPRS Workshop 3D Geospatial Data Production: Meeting Application Requirements. – Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH-Hoenggerberg, 1999.
10. *Zhu C., Shi W., Pesaresi M., Liu L., Chen X., King B.* The recognition of road network from high-resolution satellite remotely sensed data using image morphological characteristics // International Journal of Remote Sensing. 2005. V. 26(24). P. 5493–5508.
11. *Панфилова Е. И., Кунина И. А.* Детектирование линий разметки в задаче распознавания дорожной разметки // Труды 60-й научной конференции МФТИ. С. 271-273.
12. *Nikolaev D.* [*et al.*]. Hough transform: underestimated tool in the computer vision field // Proceedings of the 22th European Conference on Modelling and Simulation. 2008. Vol. 238.
13. *Bezmaternykh P.V., Nikolaev D.P., Arlazarov V.L.* Textual Blocks Rectification Method Based on Fast Hough Transform Analysis in Identity Documents Recognition // Proc. SPIE 10696, Tenth International Conference on Machine Vision (ICMV 2017), 1069606. P. 1–6. DOI: 10.1117/12.2310162.
14. “psimpl. generic n-dimensional poyline simplification..” http://psimpl.sourceforge.net/. [Online; accessed 09-October-2018]

УДК 004.93

Методы калибровки и автокалибровки внешних параметров видеокамер для применения в беспилотных автомобилях

***М.П. Абрамов*[1,2], *А.С. Григорьев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт проблем передачи информации имени А.А. Харкевича РАН

Во многих робототехнических решениях используются видеокамеры как один из методов ориентации в окружающей среде и определения собственного положения в ней. В случае с автомобилями с помощью камер также определяется положение препятствий и других автомобилей на дороге. Соответственно, возникает необходимость в решении задач компьютерного зрения, которые требуют калибровки камеры. Калибровка — определение внутренних и внешних параметров камеры по отснятым ей видео и фотографиям. Результатом калибровки видеокамеры является возможность сопоставления точек с отснятого изображения точкам в пространстве.

Обычно в робототехнике используется расширенная нотация записи однородных координат. Т.е. для представления 2D-координат точки на изображении используется вектор $m = [u, v, 1]^T$, а для 3D-точки в мировых координатах — $M = [X, Y, Z, 1]^T$. В результате получается следующее выражение: $sm = K[R|t]M$. Здесь s — коэффициент масштабирования, K — матрица внутренних параметров камеры, а матрица поворота R и вектор переноса t представляют собой внешние параметры. Таким образом, задачей калибровки является определение параметров камеры. При решении задачи сперва определяются внутренние параметры, а потом уже внешние параметры. В данной работе подробно будет рассматриваться вторая часть задачи, т.н. *внешняя калибровка* камеры.

Для внешней калибровки необходимо определить т.н. позу (положение и ориентацию) камеры в пространстве. Положение задает вектор переноса *t*, а ориентация камеры позволяет вычислить матрицу поворота *R*. Для калибровки используют изображения, отснятые с помощью самой камеры [1]. Во многих случаях на изображениях имеется несколько объектов с заранее известной геометрией, на которых выделяются особенности. Особенностями могут быть точки, отрезки или углы объекта. В зависимости от этого задача определения позы может быть разных видов: Perspective-n-Point (PnP) проблема, Perspective-n-Line (PnL) проблема и Perspective-n-Angle (PnA) проблема. Перечисленные варианты постановки задачи широко исследованы, в особенности PnP проблема. Известно несколько основных постановок задачи внешней калибровки: P3P [2], EPnP [3], PnPL [4], которые используются в тех или иных инструментах. Однако такой метод калибровки не возможен вне лабораторных условий. Такие методы требуют определенного количества особенностей с известной геометрией. Однако в зависимости от области применения камеры, не всегда возникает потребность в определении всех внешних параметров камеры. Таким образом задачу можно свести к частным случаям, что позволит решить ее, используя данные, полученные вне лабораторных условий.

Рассмотрим подробнее калибровку камеры, установленной на автомобиле. Первоначальная калибровка камер проводится в лабораторных условиях. Однако в силу особенностей креплений камер, постепенно происходит их смещение. Смещение выражается в виде изменения ориентации камеры, что требует внесения поправок в матрицу поворота. Для восстановления сбитой калибровки можно выполнить процедуру калибровки заново. А это требует подготовки сцены, что довольно трудозатратно. Вместо этого можно вычислить новые углы камеры и исправить матрицу поворота. Для вычисления ориентации камеры существует ряд методов.

Подход, предложенный в [5], применим при использовании бинокулярной стереокамеры. Для этого камеры необходимо жестко зафиксировать друг относительно друга и выполнить для них стереокалибровку. Сам подход состоит из трех этапов: вычисление углов крена и тангажа, определение поверхности дороги и вычисление угла рысканья. Для определения углов крена и тангажа используется проекция дороги на изображении V-диспаратности, полученном со стереокамер. При этом подразумевается, что проекция дороги представлена прямой линией, что означает, что дорога представлена плоскостью на изображении. Далее из проекции выделяется сама плоскость дороги на изображении. Для определения угла рысканья определяется линия горизонта и точка схода, из положения которых на изображении вычисляется угол рысканья.

Однако автомобиль не всегда оснащен стереопарой. Монокулярные камеры могут крепиться как по бокам автомобиля, так и спереди или сзади. Для решения задачи определения ориентации камеры предложен ряд методов, которые позволяют вычислить те или иные углы ориентации. Один из методов, основанный на оценке гомографии, представлен в [6]. В этой работе авторы предлагают два способа решения задачи. Подход, основанный на оптическом потоке, сводится к решению системы двух неоднородных уравнений, которая решается методом наименьших квадратов. Подход, основанный на регистрации изображений, предполагает минимизацию функционала. Таким образом, можно оценить углы крена и тангажа.

Метод, описанный в [7], позволяет оценить углы рысканья и тангажа. При условии, что автомобиль с камерой движется прямолинейно, можно использовать последовательность полученных изображений для определения координат *(x, y)* полюса. Используя полученные координаты, можно получить углы рысканья ψ и тангажа θ:

$$\psi = atan(\frac{x}{h}), \theta = atan(\frac{y}{w}),$$

где *w, h* — ширина и высота входных изображений.

В рамках работы рассматривался случай калибровки камеры, установленной на автомобиле. В связи с необходимостью подготовки сцены для внешней калибровки возникает необходимость в сокращении частоты ее проведения. Из-за особенностей крепления камеры на автомобиле, возникает необходимость в коррекции матрицы поворота. Для этого могут быть использованы методы, которые позволяют полностью или частично оценить ориентацию камеры. Был рассмотрен ряд методов, позволяющих решить поставленную задачу как для бинокулярной стереокамеры, так и для монокулярных камер.

Литература

1. *Кравцов А., Вежневец В.* Общая формулировка задачи внешней калибровки камеры // Компьютерная графика и мультимедиа. 2003. С. 2.
2. *Gao X.-S., Hou X.-R., Tang J., Cheng H.-F.* Complete solution classification for the perspective-three-point problem // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2003. V. 25. N 8. P. 930–943.
3. *Lepetit V., Moreno-Noguer F., Fua P.* EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem // International journal of computer vision. 2009. V. 81. N 2. P. 155.
4. *Shemiakina J., Zhukovsky A., Nikolaev D.* The method for homography estimation between two planes based on lines and points // International Society for Optics and Photonics. 2018. V. 10696. P. 106961G.
5. *Labayrade R., Aubert D.* A single framework for vehicle roll, pitch, yaw estimation and obstacles detection by stereovision // Intelligent Vehicles Symposium. 2003. Proceedings. P. 31–36.
6. *Westerhoff J., Lessmann S., Meuter M., Siegemung J., Kummert A.* Development and Comparison of Homography based Estimation Techniques for Camera to Road Surface Orientation // Intelligent Vehicles Symposium (IV). 2016. P. 1034–1040.
7. *Овчинкин А.А., Ершов Е.И.* Алгоритм определения положения пучка эпиполярных линий для случая прямолинейного движения камеры // Сенсорные системы. 2018. Т. 32. № 1. С. 42–49.

УДК 004.932

Оптимальное представление специализированных резюме видео

***С.Е. Осипов*[1], *А.С. Григорьев*[1,2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

Резюмирование видео — процесс, позволяющий выделить и показать наиболее информативную часть видео (ключевые события). На данный момент технологии достигли уровня, позволяющего эффективно выделять ключевые события видео, но остаётся недостаточно проработанной, рассматриваемая в данной работе, задача оптимального представления выделенных ключевых событий. Оптимальное представление резюме видео зависит от поставленной задачи, метода резюмирования видео (см. таблица 1) и ограничений, наложенных на модель сцены (требования к входящим данным и наблюдаемым событиям) (см. таблица 2).

Методы резюмирования видео по формату представления данных Таблица 1

№	Вход	Выход	Метод резюмирования видео
	1. Интеллектуальная обработка		
1	Видео	Ключевые кадры	На основании выделения визуальных и аудиопризнаков [1]
2	Видео и сопутствующая ему текстовая информация	Ключевые кадры	Выделением семантически релевантных признаков [2]
3	Коллекция одновременных видео перекрывающих одну область	Набор ключевых кадров набора видео в целом	На основании выделения признаков (C3d) в мультивидовой съёмке области [3]
4	Коллекция видео схожей тематики	Набор ключевых кадров коллекции видео	Co-резюмирование [4] при помощи выделения общих признаков с использованием MBF алгоритма
5	Видео	Набор панорамных изображений различных сцен	С помощью кластеризации сцены при помощи детекции трансформации цветной мозаики [5]
6	Видео или коллекция изображений	Концептуальные кадры: коллекция сцен, объектов, людей и лиц	С помощью субмодулярных функций с выделением концептуальных признаков [6]
7	Видео и сопутствующая ему невизуальная	Видео, состоящие из ключевых фрагментов	С помощью кластеризации (MSCForest) [7]

	информация	исходного видео	
8	Видео	Видео с комбинацией разновременной информации в одном кадре	Посредством комбинации разновременной информации на основе выделения объектов и их действий во времени [8–9]
	2. Алгоритмическая обработка		
9	Слит-картинки	Отдельные кадры	Последовательное склеивание слит-картинок за промежутки времени [10]

Ограничения сцены методов резюмирования видео Таблица 2

№	Метод резюмирования видео
	1. Интеллектуальная обработка
1	К видео необходима сопутствующая аудиоинформация (звуковая дорожка видео)
2	К видео необходима сопутствующая текстовая информация (описание, заголовок и пр.)
3	Видео с разных камер должно перекрывать примерно одну и ту же область с разных углов
4	Видео для со-резюмирования должны иметь семантическую связь и схожие сцены в видео
5	Видео должны содержать сцены, разделяемые по пространственному признаку (локациям)
6	Специфичных ограничений нет
7	К видео необходима сопутствующая не визуальная информация (геолокационные данные, прогноз погоды, информация о пробках и пр.)
8	События должны происходить в одной пространственной сцене, снятой с одной точки
	2. Алгоритмическая обработка
9	Заранее известная геометрия сцены: камера зафиксирована в неподвижном положении, объекты (машины) движутся по прямой в одном направлении

Из сравнения различных методов резюмирования, а также ограничений, накладываемых на модель сцены, видно, что для методов алгоритмической обработки накладываются более строгие ограничения, чем на методы интеллектуальной обработки. Также в зависимости от поставленной задачи возможно представление резюме видео различными способами: для одних задач важно лишь выделение ключевых объектов, в то время как другие задачи требуют сохранения пространственной информации сцены.

Различные подходы к оптимальному представлению полученной информации в результате специализированного резюмирования видео в рамках поставленных задач позволят оптимизировать процесс анализа накопленной видеоинформации.

Литература

1. *Sachan P.R.* [et al.]. A survey on automatic video summarization techniques International // Journal of Electronics, Electrical and Computational System (IJEECS). 2014. ISSN 2348-117X. V. 3. I. 1. P. 1–5.
2. *Yuan Y.* [et al.]. Video summarization by learning deep side semantic embedding // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2017. doi: 10.1109/TCSVT.2017.2771247.
3. *Panda R.* [et al.]. Multi-view surveillance video summarization via joint embedding and sparse optimization // IEEE Transactions on Multimedia. 2017. V. 19. I. 9. P. 2010–2021.
4. *Chu W.* [et al.]. Video co-summarization: Video summarization by visual co-occurrence // 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2015. P. 3584–3592.
5. *Aner A.* [et al.]. Mosaic-based clustering of scene locations in videos // Proceedings IEEE Workshop on Content-Based Access of Image and Video Libraries (CBAIVL 2001). 2001. P. 111–117.
6. *Sahoo A.* [et al.]. A Unified Multi-Faceted Video Summarization System // CoRR. 2017. URL: https://arxiv.org/abs/1704.01466.
7. *Zhu X.* [et al.]. Learning from multiple sources for video summarization // International Journal of Computer Vision. 2016. V. 117. I. 3. P. 247–268.
8. *Rav-Acha A.* [et al.]. Making a Long Video Short // 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'06). 2006. V. 1. P. 435–441.
9. *Pritch Y.* [et al.]. Clustered Synopsis of Surveillance Video // 2009 Sixth IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance. 2009. P. 195–200.
10. *Григорьев А.С.* [и др.]. Архитектура системы детекции и классификации автомобилей средствами технического зрения в естественных условиях // Сенсорные системы. 2017. Т. 31. № 1. С. 70–82.

УДК 004.932

Аналитические модели пространственного цветовосприятия человека

***О.А. Басова*[1,2], *В.П. Божкова*[2], *А.С. Григорьев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт проблем передачи информации имени А. А. Харкевича РАН

Алгоритмы обработки изображений часто разрабатывают с учетом особенностей зрительной системы человека: спектральной и контрастной чувствительности глаза, наличия маскирующих эффектов (т е. подавление более сильным сигналом слабого) и др. В данной работе рассматриваются модели, позволяющие вычислить воспринимаемую человеком близость исходного и преобразованного изображения, т.е. оценить, насколько человеческая зрительная система чувствительна к примененным преобразованиям.

Известно, что зрительная система человека обладает ограниченным пространственным разрешением: на некотором отдалении два близко расположенных объекта сливаются в один, т. е. перестают разрешаться. Аналогично можно говорить о разрешимости периодических паттернов некоторой пространственной частоты – при недостаточном разрешении паттерн становится визуально однородным.

Будем понимать под стимулом некоторое изображение с заданными хроматическими и ахроматическими частотными характеристиками. Важно заметить, что разрешимость любого стимула не инвариантна к его контрасту, то есть при понижении контрастности исходно разрешимого стимула визуальная однородность наступает еще при ненулевом контрасте. Поэтому численной мерой разрешения зрительной системы человека служит контрастная чувствительность, то есть пороговое значение контрастности стимула, при которой он еще воспринимается как неоднородный.

В данной работе приведено сравнение аналитических моделей ахроматической и хроматической контрастной чувствительности человека, а также говорится о таких особенностях зрительной системы человека, как маскирующие эффекты и разная разрешающая способность паттернов в зависимости от их ориентации.

Для численного описания разрешения зрительной системы человека для паттернов всевозможных пространственных частот используют функцию контрастной чувствительности глаза (the contrast sensitivity function – CSF) [1]. Эта функция описывает зависимость минимального контраста, при котором стимул еще разрешается, (то есть порогового контраста) от пространственной частоты стимула. Известно, что форма CSF зависит от направления цветового вектора контраста стимула. Большинство исследований рассматривают CSF в трех направлениях, считающихся независимыми: по оси яркости, в красно-зеленом и сине-желтом направлениях. Предполагается, что, зная чувствительность в этих цветовых направлениях, можно предсказать контрастную чувствительность для любой пары цветов.

Принято выделять отдельно ахроматическую CSF (LCSF) как функцию чувствительности к яркостному контрасту и хроматическую CSF (CCSF) как функцию чувствительности к контрасту цветности.

Для измерения LCSF вводится понятие *ахроматического контраста*. Ахроматический контраст по Веберу вычисляется по формуле:

$$C_w = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_b}, \tag{10}$$

где $L_{\max}$ и $L_{\min}$ — максимальное и минимальное значение яркости стимула, а L_b – яркость фона.

CCSF опирается на понятие контраста цветности. Для его определения используется цветовое пространство LMS, в котором каждая ось моделирует ответы колбочек человека L-, M-, или S- типа. Стоит заметить, что стандартное CIE XYZ пространство (1931 года) связано с LMS линейной трансформацией [2]. Считая пространство LMS евклидовым, предлагается вычислять контраст цветности как длину вектора, концы которого задаются координатами в цветовом пространстве LMS:

$$C_{lms} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M}{M_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S_0}\right)^2}, \tag{11}$$

где ΔL, ΔM, ΔS – модуляции вдоль осей цветового пространства LMS, L_0, M_0, S_0 – трихроматические

значения фона в цветовом пространстве LMS.

Аналогично контраст цветности можно ввести в пространстве CIE Lab, что обосновывается цветовой изотропностью этого пространства.

Понятие контрастной чувствительности вводится как величина, обратная пороговому контрасту. CSF задает зависимость от пространственной частоты именно контрастной чувствительности.

На настоящий момент в литературе уже предложено несколько аналитических моделей CSF, причем подавляющее большинство этих моделей описывает только LCSF. В работе [1] введена модель CSF, включающая модели и LCSF, и CCSF, которая сравнивается с собственными экспериментальными данными.

$$\begin{cases} S_L(f;a_1;a_2;b_1;b_2;c_1;c_2) = a_1 f^2 e^{b_1 f^{c_1}} + a_2 e^{b_2 f^{c_2}} \\ S_C(f;a_3;b_3;c_3) = a_3 e^{b_3 f^{c_3}} \end{cases}, \qquad (12)$$

где S_L моделирует LCSF, S_C – CCSF, f – частота, a_i, b_i и c_i – параметры модели.

В метрике s-CIELab – пространственном расширении метрики цветового различия в CIE Lab – предполагается, что в пространстве CIE Lab можно оценивать общий контраст в евклидовой норме [3].

Чтобы на основе функции CSF смоделировать изображение, воспринимаемое человеком, по входному трехканальному изображению в стандартных цветовых координатах и заданному набору параметров (расстояние от наблюдателя до дисплея, средняя ожидаемая яркость пикселя, размер одного пикселя), строится карта видимых контрастов. Под картой видимых контрастов будем понимать изображение, линейно связанное с хроматическим и ахроматическим контрастом, воспринимаемым человеком, посредством построенной модели. Чтобы вычислить карту контрастов, нужно разложить изображение по пространственным частотам (например, с помощью дискретного преобразования Фурье), после чего для каждой частоты вычислить CSF.

Для более точного применения функции CSF целесообразно аналогичным образом рассматривать изображение не в пространстве CIE Lab, а в пространстве, построенном по трем базисным направлениям: яркостному, красно-зеленому и сине-желтому – называемом Opponent Colors [3]. После перевода изображения в данное пространство, для каждого из трех каналов применяется 2 (или 3 для яркостного канала) фильтров Гаусса. С помощью суммы этих фильтров и подобранных параметров для их взвешивания выполняется аппроксимация функции CSF. Переведя изображение обратно в одно из стандартных цветовых пространств (CIE Lab), можно получить представление изображения, избавленного от части артефактов и деталей, которые человек не увидел бы в силу разрешения своей зрительной системы. Данный алгоритм называется *пространственным расширением* CIE Lab – s-CIE Lab.

Однако ни формула (3), ни алгоритм s-CIE Lab не учитывают маскирующие эффекты и различную разрешимость периодических паттернов горизонтальной, вертикальной и диагональной ориентации. Таким образом, для построения модели, более полно описывающей зрительную систему человека, и по которой можно было бы построить информативную карту контрастов, необходимо дополнить его указанными выше изменениями.

На основании такой модели можно осуществить правильную оценку значимости артефактов обработки, сжатия и отображения изображений. Как следствие, может быть снижена необходимость в натурных испытаниях, что позволит уменьшить денежные затраты на проведение экспериментов.

Литература

1. *Nadenau M.J., Winkler S., Alleysson D., Kunt M.* Human vision models for perceptually optimized image processing — A review // submitted to Proceedings of the IEEE. 2000.
2. *Kim K.J., Mantiuk R., Lee K. H.* Measurements of achromatic and chromatic contrast sensitivity functions for an extended range of adaptation luminance // Human Vision and Electronic Imaging XVIII. International Society for Optics and Photonics. 2013. V. 8651. P. 86511A.
3. *Zhang X.* [*et al.*]. A spatial extension of CIELAB for digital color image reproduction // SID international symposium digest of technical papers. Citeseer. 1996. V. 27. P. 731–734.

УДК 004.93

Автоматическая локализация ROI на томографических проекциях

***М.В. Чукалина*[1], *А.С. Ингачева*[2], *А.В. Бузмаков*[1], *Д.А. Иванов*[3]**

[1]Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН
[2]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
[3]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Компьютерная томография в настоящее время является одним из самых распространённых методов неразрушающего исследования внутренней структуры самых различных объектов. Для того чтобы получить высокоточное изображение внутренней структуры объекта, необходимо обработать большое число томографических проекций высокого разрешения. Для уменьшения времени, необходимого для полной реконструкции изображения внутренней структуры, предлагается метод автоматической локализации объекта на проекции.

Предлагаемый метод рассматривается как этап препроцессинга в контексте использования алгебраических методов реконструкции. Алгебраические методы реконструкции применяются в частности, когда соотношение сигнал/шум (SNR) не предполагает высокого качества исходных данных. К сожалению, в промышленных системах применение данных методов реконструкции затрудненно из-за большого объема вычислений.

Входными данными алгоритма является последовательность рентгеновских снимков объекта исследования. Данная последовательность рассматривается, как 3D-массив. На нем вводятся пространственные координаты (x, y) – они являются координатой пикселя на проекции. Координата Θ представляет собой индекс углового смещения. Далее, данный 3D-массив преобразуется в 2D-массив, чьи размеры соответствуют размеру исходных проекций, а значение яркости каждого пикселя вычисляется по формуле:

$$\sigma^2\left(x,y\right)=\left(\frac{1}{N}\sum_{\theta=1}^{N}I\left(x,y,\theta\right)^2-\left(\frac{1}{N}\sum_{\theta=1}^{N}I\left(x,y,\theta\right)\right)^2\right).$$

Здесь $I\left(x,y,\theta\right)$ — это значение яркости пикселя с координатами (x, y), на проекции с индексом, равным Θ, N — общее число проекций. Таким образом, каждый из пикселей получившегося изображения представляет собой оценку дисперсии изменения интенсивности рентгеновского излучения в процессе томографического эксперимента (полное описание параметров в [3]), в каждой ячейке детектора. Далее, исходя из предположения, что чем чаще менялась интенсивность излучения (чем выше дисперсия) в данной точке детектора – тем вероятнее нахождение там объекта исследования, применяется алгоритм глобальной пороговой бинаризации Оцу, описанный в [1].

В результате глобальной бинаризации все пиксели разделяются на классы «объект» (белые пиксели) / «фон» (черные). На бинаризованном изображении строится центрально-симметричный относительно оси вращения bounding-box, гарантированно включающий в себя все точки объекта исследования. Таким образом, на томографических проекциях локализуется ROI (region of interest) – позволяющий отбросить большое количество исходных данных и значительно сократить объем вычислений при реконструкции.

На рис. 1а представлено изображение, полученное из данных томографического исследования, по формуле (1). Рис. 1б — его бинаризованная версия. Рис 2 представляет собой гистограмму рис. 1а, с обозначенными порогами, найденными алгоритмом Оцу. Красная и синяя линии — результат тестирования алгоритма, через две математически эквивалентные формулировки алгоритма Оцу. Совпадение этих линий говорит о корректной реализации алгоритма. Построение bounding-box и оценка эффективности метода на датасете с использованием метрик, рассмотренных в [2], является текущей задачей.

Работа проводится при поддержке гранта РФФИ № 17-29-03492.

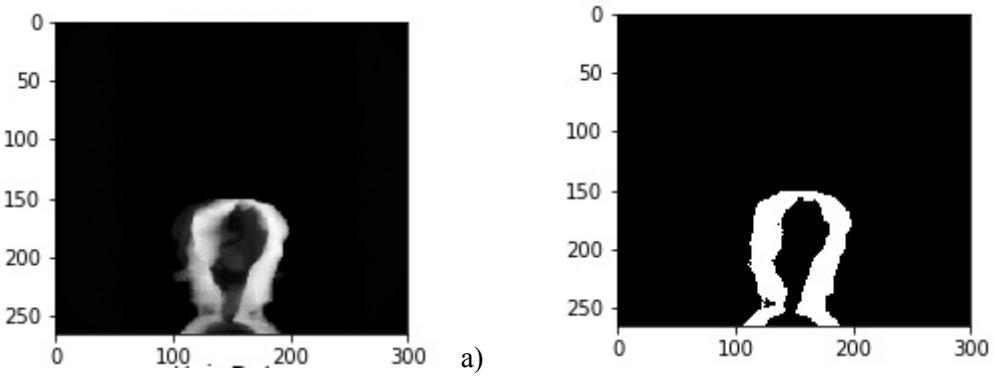


Рис. 1

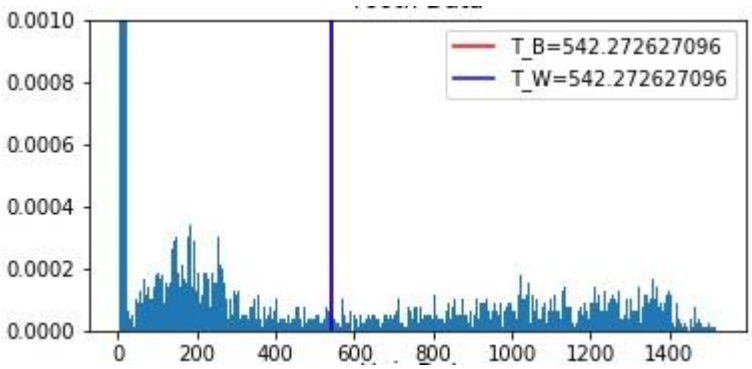


Рис. 2

Литература

1. *Otsu N.* A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms // IEEE Transactions On Systems. 1979. V. 9. P. 62–66.
2. *D'Angelo E., Herbin S., Ratiéville M.* Robin challenge evaluation principles and metrics // http://robin.inralpes.fr. 2006. (Accessed 15 April 2018).
3. *Buzmakov Alexey, Ingacheva Anastasia, Prun Victor, Nikolaev Dmitry, Chukalina Marina, Ferrero Claudio and Asadchikov Victor.* Analysis of Computer Images in the Presence of Metals // Proc. SPIE 10696, Tenth International Conference on Machine Vision (ICMV 2017). 106961B (13 April 2018).

СЕКЦИЯ КОНЦЕПТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Председатель: З.А. Кучкаров (к.т.н, д.э.н., профессор, зав. кафедрой)

Секретарь: Д.Е. Шумилин

Дата: 23.11.2018

Время: 15:00

Место: Москва, ул. Жуковского д.6, стр.2, НП ЦИВТ КОНЦЕПТ

УДК 00.005

Теория контрактов и принцип информативности Бенгта Хольмстрёма

А.А. Варец

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Проведена экспликация основных понятий и структур, выявлена аксиоматика и определены границы теории контрактов как раздела экономической теории.

Проведена экспликация понятийного аппарата и отношений, составляющих основу принципа информативности Б. Хольмстрёма. Начато построение графа термов, описывающего модель принципа информативности, проведена интерпретация термов в объектах реального мира. Выявлена роль принципа информативности в теории контрактов.

Литература

1. *Holmstrom B.* Moral Hazard and Observability // The Bell Journal of Economics. 1979. V. 10. N 1. P. 74–91.
2. *Holmstrom B., Milgrom P.* Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives // Econometrica. 1987. V. 55. N 2. P. 303–328.
3. *Holmstrom B.* Managerial Incentive Problems: A Dynamic Perspective // The Review of Economic Studies. 1999. V. 66. N 1. P. 169–182.

УДК 005

О проблемах алгоритмизации метода атрибутивного синтеза больших систем понятий

А.И. Илюхина

Московский физико-технический институт (государственный университет)
НП ЦИВТ КОНЦЕПТ

Идея нормативного проектирования систем организационного управления (далее – СОУ) развилась в начале 70-х годов прошлого века в оригинальную отечественную разработку: метод концептуального проектирования СОУ. И хотя многочисленные технические аспекты метода КП СОУ продолжают разрабатываться, его основы и формы применения к прикладным задачам достигли определенного, довольно высокого уровня, позволяющего говорить об этой разработке

как о сформировавшейся. Основой для построения математического аппарата метода КП СОУ послужила теория структур Н. Бурбаки, несмотря на то, что она нашла чрезвычайно ограниченное применение как в советской математике, так и в отечественных прикладных работах, и все еще является “экзотическим” аппаратом. На сегодняшний день по результатам разработок метода КП СОУ и его применения сделано большое количество публикаций, но у разработчиков имеется значительная задолженность перед преемниками метода, научной общественностью и практиками в его разъяснении. Поскольку по своим принципам метод КП СОУ сильно отличается от известных методов совершенствования организации и управления, решение этой задачи является непростым.

Некоторые части метода КП СОУ фактически применяются концептуалистами в работе, но на текущий момент не алгоритмизированы. Из числа всех операций метода — от концептуального анализа предметной области (далее — ПО) до внедрения и сопровождения СОУ — особенно требуют алгоритмизации операции схематизации ПО: абстрагирование, экстенсионализация, синтез и другие. Данные операции так или иначе осуществляются концептуалистами в научной и проектной деятельности, но применяются обычно дорефлексивно. Такой подход сильно зависим от конкретного специалиста, а результат обладает высокой степенью неопределённости. Кроме того, возникают проблемы при совместном осуществлении концептуализации несколькими специалистами с разным опытом и компетенциями.

В связи с этим направлением данной работы является приведение к операционализацируемому виду, алгоритмизация и при необходимости модификация и расширение набора операций схематизации ПО. Исследование опирается на готовую концептуальную схему большой ПО, сферы ветроэнергетики, являющуюся гипертеорией, для разработки которой уже были применены концептуальные операции. С помощью данных операций концептуальная схема итеративно разрабатывалась в версиях от минимальной степени эксплицированности и концептуальности (интенсиональных понятий и их атрибутов) до частичной экспликации самой высокой степени (в родах структур Н. Бурбаки) и раскрытия больших разнообразий понятий в схемах. В результате работы фактически примененные операции будут явно описаны и проиллюстрированы на уже смоделированной ПО.

Частью целого процесса схематизации ПО является выделенный в нем метод атрибутивного синтеза, созданный для разработки концептуальных схем на этапе их низкой степени эксплицируемости и концептуальности. В данном докладе будут представлены выявленные проблемы алгоритмизации этого метода.

Литература

1. *Пономарёв И.Н.* Введение в математическую логику и роды структур: учебное пособие. — М.: МФТИ, 2007. 240 с.
2. *Кучкаров З.А.* Методы концептуального анализа и синтеза в теоретическом исследовании и проектировании социально-экономических систем / учебное пособие. В 2-х т. – Т. 1. Методология концептуального анализа и синтеза. Методология концептуального проектирования систем организационного управления. Организационное консультирование. 3-е издание, дополненное и исправленное. — М.: Концепт, 2008. 264 с.
3. *Кучкаров З.А. Никаноров С.П. Солнцев Г.В. Шабаров В.Н.* Исследование социально-экономических систем. Методология. Теория. Следствия. — М.: Концепт, 2007. 844 с.
4. *Кучкаров З.А.* Некоторые методические аспекты концептуализации предметных областей // Концептуальное проектирование систем организационного управления (КП СОУ) и его применение в капитальном строительстве: сб. науч. тр. / М.: ЦНИИЭУС Госстроя СССР, 1989. С. 30–43.

СЕКЦИЯ АЛГОРИТМОВ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Председатель: В.В. Яковлев (к.ф.-м.н, доцент, зав. кафедрой)

Зам. председателя: Хританков.А.С. (к.ф.-м.н.)

Секретарь: О.Н. Ивченко

Дата: 21.11.2018

Время: 12:10

Место: Москва, Дмитровское шоссе, 9.

УДК 004.031.43

Увеличение пропускной способности гибридного алгоритма консенсуса

И.А. Федотов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе исследуется проблема недостаточной пропускной способности распределенной одноранговой сети обработки транзакций на основе технологии цепочки блоков, с открытыми правами и известными узлами, использующей общий протокол выработки консенсуса (permissionless blockchain). Классический протокол консенсуса Proof-of-Work Накамото [1] предполагает работу сети с заранее заданной задержкой, в то время как реальное время отклика может измениться, и заранее заданный отклик перестанет быть актуальным, что может привести к снижению производительности и возможности потери транзакции [2]. В гибридном протоколе время подтверждения транзакции зависит от актуальной задержки сети, однако зависимость линейная — в некоторых случаях это также может привести к снижению производительности. Предлагается анализ проблемы и возможные пути решения.

Гибридный протокол консенсуса [2] пересчитывает верхнюю границу задержки δ подтверждения, в то время как протокол Накамото [1] использует заранее заданную задержку. В гибридном протоколе узлы сети можно разделить на две категории: подтверждающие и неподтверждающие [3]. Работа подтверждающих узлов представлена на рис. 1. Во время операции прогрева задается значение L, которое обозначает длительность первой итерации. Подтверждающие узлы запускают протоколы византийского соглашения (ПВС) [2] DailyBFT для подтверждения транзакции: $DailyBFT[R].start(comm_R)$. Это происходит, когда количество транзакций за одну итерацию, изображенное на рис. 1 как $|chain|$, превышает значение $upper(R+1)+\lambda$. Стоит заметить, что $lower(R)=(R-1)*csize+1$, $upper(R)=R*csize$, где $csize$ — количество подтверждающих узлов, а λ — параметр безопасности сети. Узлы сети, которые не являются подтверждающими, ждут, пока транзакция будет подтверждена более чем 1/3 подтверждающих узлов [4]. При наступлении новой итерации последующий подтверждающий узел отправляет стоп-транзакцию для остановки ПВС предыдущего узла: на рис. 1 этот процесс обозначен как $DailyBFT[R-1].stop$. Экземпляров ПВС у одного узла может быть несколько, так как мы предполагаем, что узел может обрабатывать несколько транзакций одновременно. После этого журнал со подтвержденными транзакциями высылается с подтверждающего узла и запускается новая итерация.

Зависимость времени подтверждения транзакции от актуальной задержки сети:

$$T = O(\delta*\lambda). \quad (1)$$

Согласно теореме о гибридном консенсусе [3] время подтверждения транзакции зависит от

актуальной задержки δ линейно (1). Однако, если задержка изменяется незначительно, то её пересчет можно отложить, так как это накладывает дополнительную нагрузку на сеть. Такая ситуация может возникнуть, когда изменение задержки крайне мало: если изменение количества неподтвержденных транзакций за одну итерацию несущественно, то период итерации можно выбрать больше. Например, для сети Bitcoin количество неподтвержденных транзакций за одну секунду может изменяться на 500 неподтвержденных транзакций, что от общего количества в 4000 неподтвержденных транзакций составляет 12,5%, но также можно зафиксировать изменение менее чем на один процент: флуктуации носят хаотичный характер. Чем меньше изменяется процент неподтвержденных транзакций в секунду, тем реже можно производить перезапуск экземпляров ПВС. В работе предлагается установить нелинейную зависимость между периодом учета актуальной задержки δ и её изменением в абсолютном значении.

Для указания возможной зависимости можно предположить, что если задержка сети достаточно высока, то даже при значительном её изменении в процентном соотношении интервал итерации было бы логично сделать короче, так как в абсолютном значении изменение будет существенно. С другой стороны, если задержка крайне мала, то интервал было бы обоснованно выбрать большим, так как даже значительное изменение в процентном соотношении задержки за единицу времени не сказалось бы негативно на сети, из-за того, что абсолютная величина изменена незначительно.

Динамическое регулирование времени итерации на основе относительного изменения задержки позволит не только увеличить пропускную способность сети, но и сохранит уровень безопасности гибридного консенсуса, который исключает возможность замены честной транзакции коррумпированным узлом. Чтобы этого достигнуть необходимо обозначить границы изменения задержки в абсолютном значении, в которых период пересчета задержки изменяется незначительно.

Изменения в исходном протоколе коснутся времени ожидания предыдущего узла: на рис. 1 указано как *upper(R+1)+*λ. Для изменения зависимости времени итерации от задержки сети предполагается исключить линейную зависимость от количества неподтвержденных итераций, которая задаётся в гибридном консенсусе [3]: при небольшом изменении неподтвержденных транзакций параметр безопасности мог бы возрастать стремительно, а при значительном изменении задержки в абсолютном значении изменение λ могло бы быть несущественно. В начале цикла предлагается добавить пересчет параметра безопасности λ в соответствии с предложенной логикой.

Увеличение пропускной способности сети после модернизации протокола можно проверить, сравнив среднее время подтверждения транзакций в протоколе с нелинейным изменением λ с таким же временем в обычном протоколе гибридного консенсуса.

Let $R := |L|$
Loop:
  Wait till $|\mathsf{chain}| \geq \mathsf{upper}(R+1) + \lambda$, let $R := R + 1$
  Let $\mathsf{comm}_R :=$ MinersOf($\mathsf{chain}[\mathsf{lower}(R) : \mathsf{upper}(R)]$) where MinersOf parses each block as $(\mathsf{recs}_i, \mathsf{pk}_i)$ and returns a list containing all pk_is
  If an instance $\mathsf{DailyBFT}[R-1]$ was started, $\mathsf{DailyBFT}[R-1].\mathtt{stop}$
  $\mathsf{DailyBFT}[R].\mathtt{start}(\mathsf{comm}_R)$

Рис. 1. Процесс запуска экземпляров ПВС в протоколе гибридного консенсуса [2]

Литература

1. *Stifter N., Judmayer A., Schindler P., Zamyatin A., Weippl E.* Agreement with Satoshi — On the Formalization of Nakamoto Consensus // IACR. 2018. P. 10.
2. *Iddo B.A.G., Mizrahi A.* Cryptocurrencies without proof of work // CoRR. 2017. P. 14–15.
3. *Pass R, Shi E.* Hybrid Consensus: Efficient Consensus in the Permissionless Model // Cryptology ePrint Archive. 2016. P. 1–16.
4. *Boaz B.Y.L.R.P., Canetti R., Rabin T.* Secure computation without authentication // Journal of Cryptology. 2010. P. 10–16.

УДК 004.93

Автоматическая генерация аккомпанемента в реальном времени методами машинного обучения

Д.С. Шаруев, Н.А. Зинов, Н.В. Волков

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Постановка задачи. Задача синтеза музыки в настоящее время представляет большой интерес для исследований. Были и исследования, затрагивающие автоматическую генерацию аккомпанемента (например, в статье [1] для этого использовались скрытые марковские модели). В данной работе предлагается применение методов машинного обучения для создания аккомпанемента в реальном времени. В работе рассматривается только предсказание аккордов и не затрагиваются другие темы, например, Score Following (воспроизведение уже известного аккомпанемента с подстраиванием под исполнителя) и Musical Onset Detection (определение играемых нот по звуку).

Данные и предобработка. Одну из ключевых ролей в исследовании играет получение обучающей выборки необходимого качества. В основном используются небольшие отобранные вручную базы песен (JSB Chorales, MuseData, Nottingham, piano-midi.de) или большие коллекции, используемые практически без предобработки (The Lakh MIDI Dataset [2]). В данной работе был применён автоматический подход к получению выборки. Обработка и отбор файлов в формате MIDI производились поэтапно при помощи скриптов на языке Python:

1) округление длительностей нот из MIDI файла для упрощения нотной записи;
2) удаление партии барабанов и звуковых эффектов синтезатора (это не аккомпанемент в контексте поставленной задачи);
3) выделение мелодии из каждой песни (партии инструмента, удовлетворяющей критериям: играется не более чем одна нота в каждый момент времени и не содержатся ноты короче, чем одна восьмая);
4) выделение аккомпанемента из каждой песни (партии инструмента, удовлетворяющей критериям: не менее 80% аккордов трека состоят из более чем 3 нот, на протяжении всего трека прозвучало не менее 5 уникальных нот);
5) разбиение нот на части, равные НОД всех длительностей (при этом второй и последующие фрагменты одной ноты помечались как «продолжения»);
6) транспонирование всех песен в тональность до мажор (до минор);
7) определение музыкального размера; отбор файлов только с размером 4/4;
8) замена аккордов похожими для уменьшения общего количества классов аккордов.

После обработки в выборке насчитывалось около 2000 уникальных аккордов. После применения библиотеки [3], позволяющей получить по нотам аккорда его название в соответствии с терминологией теории музыки, количество классов уменьшилось до 694. Далее, методом, похожим на описанный в статье [4], определялись похоже звучащие аккорды. Так число классов удалось сократить до 209. После избавления от песен, содержащих редкие аккорды, количество классов сократилось ещё больше (150 классов аккордов при сохранении 80% выборки).

Методы. Песня разделялась на такты (один такт — одна целая нота, то есть восемь восьмых нот из выборки). Для генерации аккомпанемента использовались три метода.

1. Предсказание следующего такта по n предыдущим тактам (такт считался категориальной переменной).
2. Предсказание k-го аккорда следующего такта по n предыдущим тактам.
3. Предсказание следующего аккорда по n предыдущим аккордам и нотам.

Для каждого из этих методов оценивалось качество работы различных алгоритмов. Использовались решающие деревья, случайный лес, полносвязные нейронные сети, а также модели с памятью (например, LSTM; в данном случае предсказание осуществлялось на основании всех полученных ранее данных, а не только последних нескольких элементов).

Предсказание. Ноты мелодии кодировались своим MIDI-номером и после нормализовывались. Для аккордов использовалось one-hot кодирование. Далее векторы мелодии и аккомпанемента объединялись.

1. Решающее дерево. Глубина не ограничивалась, чтобы решающие правила получались наиболее подробными.
2. Случайный лес. Глубина деревьев ограничивалась 30-ю, чтобы избежать переобучения. Размер ансамбля был равен 20.
3. Feedforward NN. Пять полносвязных слоёв с функцей активации ReLU, выходной слой с активацией Softmax. Оптимизируемый функционал — кроссэнтропия, оптимизатор Adam. Использовался Batch Normalization.
4. LSTM. Использовались Embedding-слои, разные для аккордов и мелодии. Выход LSTM подавался на цепочку из четырех полносвязных слоёв. Остальное аналогично предыдущему пункту.

Значения точности предсказаний отражены в табл. 1.

Точность предсказания для различных методов и различных моделей Таблица 1.

	Решающее дерево	Случайный лес	Feedforward NN	LSTM
Метод 1	0.71	0.61	—	—
Метод 2	0.83	0.79	0.73	—
Метод 3	0.89	0.81	—	0.37

При использовании машинного обучения в задачах, относящихся к искусству, возникает проблема оценки качества. Точность (accuracy) не является оптимальной метрикой, поскольку для одной и той же мелодии может существовать несколько аккомпанементов, ничуть не уступающих друг другу в красоте. Несмотря на высокую точность, каждая из рассмотренных моделей не смогла уловить музыкальные закономерности и по сути переобучилась под выборку. В дальнейшем планируется использовать более современные подходы, такие как DBN-LSTM [5] или GAN [6].

Литература

1. *Simon I., Morris D., Basu S.* Mysong: Automatic accompaniment generation for vocal melodies // Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. 2008. P. 725–734.
2. *Raffel C.* Learning-Based Methods for Comparing Sequences, with Applications to Audio-to-MIDI Alignment and Matching: PhD Dissertation. Columbia University, 2016.
3. *Cuthbert M.S., Ariza C.* Music21: A toolkit for computer-aided musicology and symbolic music data // International Society for Music Information Retrieval. 2010. P. 637–642.
4. *Paiement J.-F., Eck D., Bengio S.* A probabilistic model for chord progressions // Proceedings of the Sixth International Conference on Music Information Retrieval. 2005.
5. *Vohra R., Goel K., Sahoo J.K.* Modeling temporal dependencies in data using a DBN-LSTM // DSAA. IEEE. 2015. P. 1–4.
6. *Hao-Wen Dong, Wen-Yi Hsiao, Li-Chia Yang, Yi-Hsuan Yang.* Musegan: Multi-track sequential generative adversarial networks for symbolic music generation and accompaniment // Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence AAAI. 2018.

УДК 004.8, 004.415.5

Анализ проблемы межпроектного предсказания дефектов в модулях кода

С.Ф. Якушева, А.С. Хританков

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Задача предсказания дефектов в модулях кода имеет важное прикладное значение. Существующие методы используют статический и статистический анализ кода. В данной работе рассматривается предсказание вероятности появления дефектов в модулях кода по истории изменений проекта. Это позволит на уровне управления проектом обратить внимание на

проблемные участки и предотвратить появление дефекта. В данной работе приводится постановка задачи предсказания дефектов в проектах, отличных от тех, на которых проводилось обучение (cross-project defect prediction, CPDP) [1].

Данные и предобработка

Разметка. В качестве обучающей выборки использовался академический датасет (репозиторий tera-PROMISE [2, 5]). Помимо этого, была собрана обучающая выборка по реальным репозиториям.

1. Репозиторий tera-PROMISE CK metrics представляет собой базу отметок о дефектности модулей в 23 проектах, для каждого из которых имеется несколько релизов (всего 65 релизов).
2. Была проведена автоматическая разметка предварительно не размеченных открытых репозиториев, найденных на GitHub. Отбор репозиториев производился вручную: оценивалось качество оформления, наличие сообщений коммитов, количество релизов, поддерживаемость. Для разметки использовалась модификация алгоритма получения разметки по пользовательским базам (с применением простейшего лексического анализатора).

Метрики. Для подсчета метрик на стабильных релизах использовались готовые инструменты подсчёта метрик metrix++ (http://metrixplusplus.sourceforge.net/), cccc (http://sarnold.github.io/cccc/) и ckjm (https://www.spinellis.gr/sw/ckjm/) [3]. Также были построены метрики, являющиеся разностями этих метрик для текущего релиза и предыдущего.

Формирование датасетов. По подсчитанным метрикам на релизах и разметке по коммитам в системе контроля версий git формировался набор данных: для каждого релиза для каждого файла вычислялась метка в зависимости от того, был ли файл помечен хотя бы раз как дефектный в промежуток времени от текущего релиза до предыдущего. Далее отбирались репозитории с не менее чем двумя стабильными релизами и хотя бы одной меткой наличия дефекта.

Схема эксперимента и постановка задачи. Исследован репозиторий tera-Promise CK metrics. Случайным образом выбирались два подмножества проектов с размеченными данными A и B. На данных A решалась задача бинарной классификации, полученный классификатор затем тестировался на B. Такой эксперимент проводился многократно для различных A и B. Полученные значения метрик AUC и F1 усреднялись. Как правило, в качестве A выбирались данные по нескольким проектам в репозитории, а в качестве B — данные по некоторому другому проекту.

Модель SVM_ORIGFEAT. Решалась задача классификации выборки (x_i, y_i) путём построения разделяющей гиперплоскости:

$$f(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i y_i K(x_i, \overline{x}) + b,$$

удовлетворяющей условиям:

$$y_i(\sum_{i=1}^{l} \alpha_j (x_j x_i + b) \geq 1 - \xi_i,$$

,

$$\sum_{i=1}^{l} \alpha_i + \sum_{i=1}^{l} \xi_i \to \min$$

,

где $K(x, y) = \exp(-s(x-y)^2)$, $\xi_i = \max\{0, \gamma - y_i f(x_i)\}$, γ — функциональная граница ошибки. Для решения задачи классификации использованы исходные признаки из набора данных, приведенные к среднему значению ½ и СКО 0,1 по каждому признаку в отдельности.

Особенности решения задачи. 1) Неоднородность выборки — нарушается предположение о независимости и одинаковой распределенности объектов в выборке (i.i.d); 2) нарушается, что все объекты в выборке из одного распределения; 3) как следствие, соотношение классов не сохраняется между обучением и тестированием модели.

Результаты. В качестве базовой модели выбран SVM, успешно показавший себя в [4]. В работе было проведено обучение модели без подбора гиперпараметров и оценено качество построенных моделей на полученных датасетах с целью подтвердить принципиальную решаемость

поставленной задачи.

Результаты работы одной из моделей Таблица 1

Модель	Avg(AUC_B)	Avg($F1_B$)
SVM_ORIGFEAT	0.70±0.04	0.41±0.04

Заключение и дальнейшие исследования. Исследована задача межпроектного предсказания дефектов (CPDP), в качестве базового алгоритма использован SVM с RBF-ядром. Полученное качество предсказаний при переносе указывает на принципиальную возможность решения задачи в данной постановке.

В продолжение исследований планируется завершить анализ ошибок базовой модели, исследовать собранный набор данных и оценить качество базовой модели на нём, применить методы переноса обучения для повышения качества базовой модели на полученных наборах.

Литература

1. *Zimmerman T., Nagappan N., Gall H., Giger E., Murphy B.* Cross-project defect prediction: a large scale experiment on data vs. domain vs. process // Proceedings of the the 7th joint meeting of the European software engineering conference and the ACM SIGSOFT symposium on The foundations of software engineering. ISBN: 978-1-60558-001-2.
2. *Jureczko M., Madeyski L.* Towards identifying software project clusters with regard to defect prediction // In Proceedings of the 6th International Conference on Predictive Models in Software Engineering. 2010. ACM, New York, USA, Article 9, 10 pages. DOI: http://dx.doi.org/10.1145/1868328.1868342
3. *Chidamber S.R. and Kemerer C.F.* A metrics suite for object oriented design // IEEE Transactions on Software Engineering. 1994. ISSN: 0098-5589.
4. *Glorot X., Bordes A., Bengio Y.* Domain Adaptation for Large-Scale Sentiment Classification: A Deep Learning Approach // Proceedings of the Twenty-eight International Conference on Machine Learning. 2011. P. 97–110.
5. Копия набора данных tera-PROMISE. https://zenodo.org/search?page=1&size=20&q=CK%20metrics

УДК 00.004

Язык программирования Mash

П.Е. Ширяев

Новосибирский государственный технический университет

Разработана среда выполнения (виртуальная машина и её окружение) абстрактного структурированного невыровненного байт-кода на основе разработанной концепции и архитектуры (исходящей из обобщенной архитектуры построения стековых виртуальных машин).

Разработан ассемблер (в качестве промежуточного языка для трансляции кода) для трансляции кода с ассемблер-подобного языка программирования в абстрактный байт-код для разработанной виртуальной машины.

Разработана концепция объектно-ориентированного языка программирования с динамической типизацией.

Разработан транслятор с высокоуровневого языка программирования (позже язык был назван «Mash») в промежуточный язык-ассемблер с последующей сборкой кода в исполняемый файл для среды выполнения кода.

В основе архитектуры разработанной виртуальной машины лежит стек указателей и таблица статической адресации. Все математические, логические и прочие операции выполняются с объектами по указателям из вершины стека. Таблица статической адресации служит для того, чтобы хранить в своих ячейках указатели на динамически выделяемую память, т. е. отдельные ячейки выполняют роль переменных. Архитектура предусматривает наличие сборщика мусора, поддержку перехвата и обработки исключений, поддержку многопоточности, мобильность ядра виртуальной машины — перспективу его интеграции с другим программным обеспечением.

Разработанный ассемблер служит для преобразования простого кода в разбитый на секции невыровненный байт-код для вм. Также он в процессе работы вычисляет адреса точек входа в

описанные в коде методы, добавляет простую поддержку работы с переменными.

Разработанный транслятор преобразует код с языка Mash в ассемблерный листинг для последующей работы над ним ассемблером. Ассемблер встроен в транслятор. Транслятор может проводить предварительный анализ кода для выявления ошибок. Имеет оптимизатор кода, его задачи: отсечение от сборки неиспользуемого кода (например, в коде объявлена функция, которая никогда в нем не вызывается — эта функция будет отсечена от общего кода), замена всех констант с одинаковыми значениями на одну, отсечение неиспользуемых констант и импортируемых методов.

Разработанный язык программирования включает в себя модульность кода, разбиение кода на процедуры и функции, поддержку сложных математических и логических выражений, поддержку логики (операторы if, else), поддержку циклов for, while, until, упрощенную поддержку обработки исключений конструкцией try[..catch][..finally]..end, поддержку локальных и глобальных переменных, поддержку констант, поддержку динамической работы с памятью, неявной и явной работы с указателями, поддержку многоуровневых массивов, поддержку автоматической и ручной сборки мусора, поддержку рекурсивности с почти неограниченным числом входа в метод, поддержку классов, наследований, конструкций-перечислений, перечислений.

Более детально можно познакомиться с проектом на его GitHub-репозитории: https://github.com/RoPi0n/mash-lang.

Литература

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Java_Virtual_Machine
2. https://www.osp.ru/os/2005/05-06/185586/

Научное издание

Труды

61-й Всероссийской научной конференции МФТИ

19–25 ноября 2018 года

Прикладная математика и информатика

Составители:
М.В. Милов, Е.Г. Молчанов, В.Н. Логинов,
К.А. Коньков

Редакторы:
В.А. Дружинина, И.А. Волкова

Набор и вёрстка:
Н.А. Сидорец

Подписано в печать 03.12.2018. Фомат 60×84 1/8.
Усл. печ. л. 30. Тираж 50 экз. Заказ № 285.
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт
(государственный университет)»
141707, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495)408-58-22

Полиграфия "ПРОДВИЖЕНИЕ"
123592, г. Москва, ул. Кулакова дом 20, стр. 1Б
E-mail: info@prodv.pro
Тел. (495) 988-93-68

Объявление о проведении конкурса молодых учителей физики «Профессиональное мастерство учителя физики» (далее – конкурс)

Конкурс организуется и проводится Фондом развития Физтех-школ (далее – Фонд) с использованием гранта Президента Российской Федерации на развитие гражданского общества, предоставленного Фондом президентских грантов, на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (далее – МФТИ).

Принять участие в конкурсе могут педагогические работники (до 40 лет) организаций, осуществляющих образовательную деятельность, участвующие в реализации общеобразовательных программ в области физики, в том числе работающие по совместительству.

Этапы конкурса (информация представлена на сайте: *учителя-мастерство.рф*):

первый этап заочно в режиме онлайн в форме представления до 10 января 2019 г. своего «портфолио» и/или своих методик и разработок по обучению школьников решению экспериментальных задач по физике;

второй этап очно в форме семинара с 30 июня по 13 июля 2019 г. на базе МФТИ (141701 Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер. 9).

По итогам первого этапа конкурса не менее 100 участников будут приглашены для очного участия во второй этап конкурса с возмещением Фондом расходов за проживание, из них не менее 50 участников – также с возмещением Фондом расходов за проезд.

Во втором этапе конкурса может участвовать не более 2 участников от одного субъекта Российской Федерации.

Контактная информация: телефон +7 915-217-21-00, адрес электронной почты *master-teacher2018@mail.ru*.