Кинематика. Графические задачи

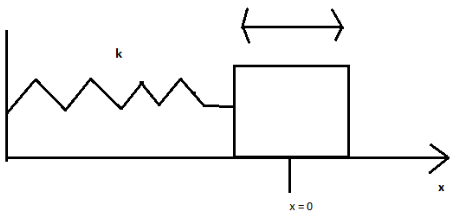
В основном в школе имеют дело с равноускоренным движением. Возьмем произвольную координату S. При равноускоренном движении она меняется как

$$S = \frac{at^2}{2} + v_0 t + S_0$$

Эта координата произволная. Она может быть и не прямолинейная, главное чтоб координата менялась заданным образом.

Определение. *Кbнематика — это раздел физики, который изучает движение без обоснование его причин.*

Движение не всегда бывает равноускоренным. например движение грузика на пружинке.



Координата будет меняться по закону.

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — круговая частота, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ — период, а φ_0 — начальная фаза.
Большенство задач не требует умения дифференцирования и интегрирования в ЕГЭ, поэтому старайтесь решить задачу простыми способами.

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad a = \ddot{x} = -x_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Ускарение у нас не константа и зависит от времени. Надо быть готовым к тому, что движение не всегда равноускоренно.

Задача 1

Два камня одновременно бросили из одной точки. Один вертикально вверх, а другой под углом 30°. Как движется второй камень в системе отсчета связанной с первым камнем?

Решение.
Оба камня движутся с ускорением $\vec{g}$. Так как система связанная с первым камнем движется с ускорением, то она по определению неинерциальная система отсчета. Запишем второй закон Ньютона для первого камня.

$$m\vec{a} = \vec{F} + \sum_i \vec{F_i}$$

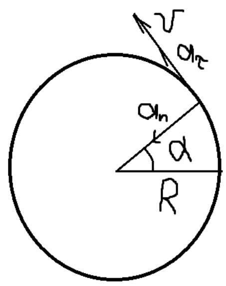
где $\vec{F_i}$ — сила инерции. В нашем случае сила инерции поступательня $\vec{F_i} = m\vec{g}$.
Для второго камня закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тяжести}} - \vec{F}_{\text{инерции}} = m\vec{g} - m\vec{g} = 0$$

. Из этого следует, что $\vec{a} = 0$. Вспоминая законы Ньютона мы понимаем, что правильный ответ — движется прямолинейно и равномерно.

Задача 2

Движение по окружности. Удобно описывать движение по окружности изменением угловых велечин. Рассмотрим усскоренное изменение угла. Можно ввести угловое ускорение ϵ и тогда соответствующие формулы имеют вид $\omega = \epsilon t + \omega_0$, $\alpha = \frac{\epsilon t^2}{2} + \omega_0 t + \alpha_0$.



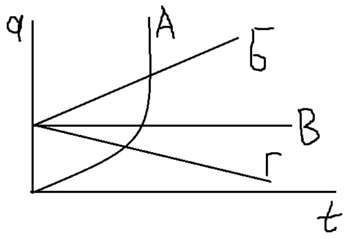
Ускорение можно представить как сумму тангенциального и нормального. Тогда полное ускорение тела

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

где $a_\tau = \epsilon R$, $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Период $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$

Задача 3

На преведенном графике выберете случай соответствующий равноускоренному движению?



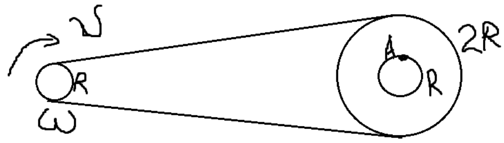
Ускорение должно не зависить от времени поэтому ответ В.

Задача 4

Систему отсчета связанную с Землей будем считать инерциальной. Система отсчета связанная с автомобилем тоже будет инерциальной если автомобиль:
а) движется равномерно по прямолинейному участку шоссе.
б) разгоняется по прямолинейному участку шоссе.
в) движется равномерно по извилистой дороге.
г) по инерции вкатывается в гору.
Правильный ответ – а. Поскольку тело движущееся по окружности с постояной скоростью имеет нормальное ускорение. Значит даже при движении с постоянной скоростью по окружности тело обладает нормальным ускорением.

Задача 5

Два вращающихся вала соединены ремнем, который не проскальзывает относительно валов. Радиус первого вала R, второго $2R$. Угловая скорость вращения первого вала равна ω. Модуль скорости точки А равен. **Решение.**

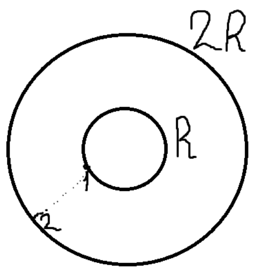


Скорость точки ремня $v = \omega R$. Так как ремень не растяжим, то скорость всех его точек будет одинакова. Значит $\omega' 2R = v$ и

$$v_A = \omega' R = \frac{v}{2} = \frac{\omega R}{2}$$

Задача 6

Два велосипедиста совершают кольцевую гонку с одинаковой угловой скоростью. Чему равно отношение центростремительных ускорений велосипедистов?

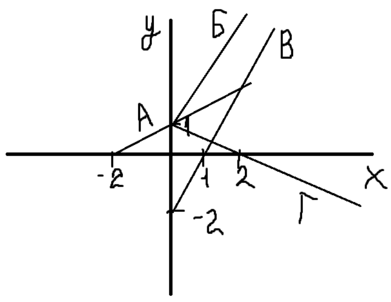


Решение.

$a_{n_1} = \frac{v_1^2}{R_1} = \frac{\omega^2 R_1^2}{R_1} = \omega^2 R_1$, $a_{n_2} = \omega^2 R_2$

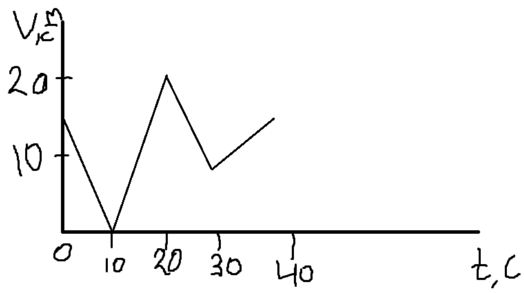
$$\frac{a_{n_2}}{a_{n_1}} = \frac{2R}{R} = 2$$

Задача 7



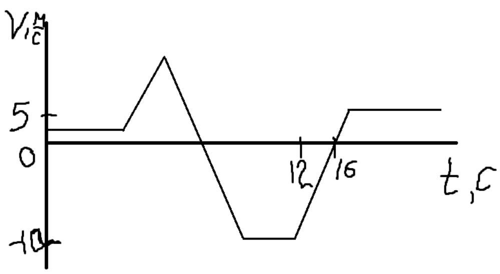
По плоскости движется 4 тела, траектории которых изображены на рисунке. Зависимость координат одного из этих тел имеют вид $x = 1 + t$ и $y = 2t$.
Решение.
$t = x - 1$, $y = 2t = 2x - 2$. Ясно что только прямая В подходит под это уравнение.

Задача 8



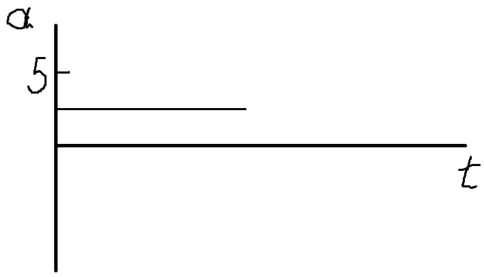
Авпомобиль движется по прямой улицу. На графике представлена зависимость скорости автомобиля от времени. Модуль ускарения максимален на интервале времени:
Решение.
Если мы рисуем график $v(t) = at + v_0$, то a — коэффициент налона. Значит надо посмотрет, где скорость меняется быстрее всего за равные промежутки времени. Очевидно, что больше всго на 10-20 с Скорость меняется больше всего.

Задача 9

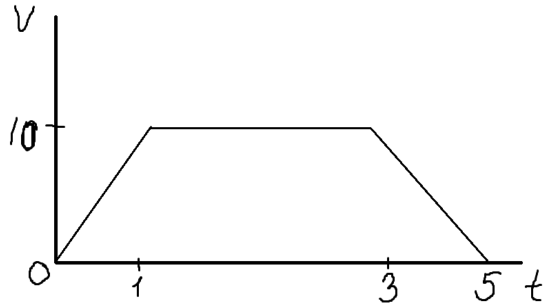


На рисунке представлен график зависимости проекции скорости тела от времени. График зависимост проекции ускорения тела от времени на интервале от 12 до 16 с?
Решение.
Вспоминая, что

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{конечное}} - v_{\text{начальное}}}{\Delta t} = \frac{0-(-10)}{4} = 2,5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



Задача 10



На рисунке представлен график зависимости скорости автомобиля от времени. Найдите путь пройденный автомобилем за 5 секунд.

Решение.

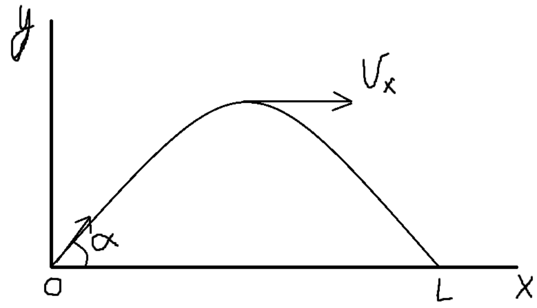
При равноускоренном движении $x = \frac{at^2}{2} + v_0 t + x_0$. Перемещение тела $x - x_0 = \frac{at^2}{2} + v_0 t$. В данном случае, поскольку тело двигалось в одном направлении то перемещение совпадает с путем. Тогда из уравнения $v = \dot{x}$ получаем, что $x = \int v\,dt + C$. В ЕГЭ пользоваться интегралами не нужно, но для понимания это полезно. Тогда получаем, что путь равен площади фигуры под графиком. Остается только посчитать площадь этой трапеции.

$$S = \frac{10 \cdot 1}{2} + 10(3-1) + \frac{10 \cdot (5-3)}{2} = 35\text{м}$$

Задача 11

Небольшой камень брошенный под углом к горизонту, упал на Землю через 2 секунды на расстоянии 20 метров от места броска. Чему равна минимальная скорость камня за время полета?

Решение.



Длина полета

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha \cdot v_0 \cos\alpha}{g}$$

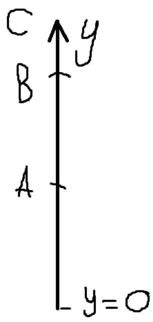
Минимальная скорость полета складывается из двух составляющих $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. В верхней точке полета скорость будет как раз минимальна, так как будет только $v_x = v_0 \cos\alpha$. Время полета :

$$y = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \to 0 = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \to t_{\text{полета}} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

Получаем, что время полета умноженное на минимальную скорость даст длину полета $L = t_{\text{полета}} v_{min}$, значит

$$v_{min} = \frac{L}{t_{\text{полета}}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 12



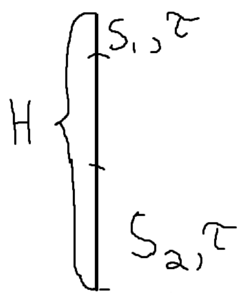
Если тело брошено вертикально вверх, то оно движется по закону $y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Момента времени когда тело было в точке B будет два, когда тело поднималось и когда оно падоло. Здесь важно понимать разницу между перемещением и путем. Когда тело окажется в точке B, то перемещение между точками A и B будет $s = y_B - y_A = AB$, а вот путь будет другой $S = AC + CB = (y_C - y_A) + (y_C - y_B)$

Задача 13

Четыре тела двигалось по оси Ox. В таблице представлены зависимости их координат от времени. У какого из тел скорость могла быть постоянна и отлична от 0?
Решение.
Координаты меняются хаотическим образом. А для некоторых тел координата линейно возрастает. Надо просто построить график и посмотреть. Это полная альтернатива задачам с графиками.

Задача 14

Тело свободно падает и за время $\tau = 1$с проходит путь в $n = 5$ раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите полное время движения T.
Решение.



По условию $\frac{S_2}{S_1} = n = 5$. $S_1 = \frac{g\tau^2}{2}$ и $H = \frac{gT^2}{2}$ из хорошо известой формулы. $H - S_2 = \frac{g(T-\tau)^2}{2}$. Это все формулы которые нам понадобятся. Тогда

$$S_2 = \frac{gT^2}{2} - \frac{g\left(T-\tau\right)^2}{2} = \frac{gT^2}{2} - \frac{g\left(T^2+\tau^2-2T\tau\right)}{2} = g\tau\left(T - \frac{\tau}{2}\right)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2g\tau\left(T - \frac{\tau}{2}\right)}{g\tau^2} = n$$

Отсюда $T = \ n\frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{2} = 3$ с.