

Теория вероятностей — Листок 1: Классическое определение вероятности

Замечание. В каждой задаче необходимо не только найти ответ, но и аккуратно описать пространство элементарных исходов.

1. Книжная полка вмещает сорок книг. Среди имеющихся у нас сорока книг есть три тома Пушкина. Ставим наши книги в случайном порядке на полку. С какой вероятностью тома Пушкина окажутся стоящими в правильной последовательности, но не обязательно рядом?
2. На этаже школы есть кабинеты математики, физики, химии и биологии. Двадцать школьников случайным образом расходятя по кабинетам. Какова вероятность того, что ни один кабинет не останется пустым?
3. Из совокупности всех подмножеств множества $\{1, 2, \dots, N\}$ по схеме выбора с возвращением выбираются подмножества A_1, A_2 . Найдите вероятность того, что множества A_1, A_2 не пересекаются.
4. Из совокупности всех подмножеств множества $\{1, 2, \dots, N\}$ по схеме выбора с возвращением выбираются подмножества A_1, A_2, \dots, A_r . Найдите вероятность того, что множества A_1, A_2, \dots, A_r попарно не пересекаются.
5. Из множества целых чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ по схеме выбора с возвращением выбираются числа ξ и η . Обозначим p_N вероятность события $\xi^2 + \eta^2 \leq N^2$. Найдите $\lim_{N \rightarrow \infty} p_N$.
6. Из множества всех графов на n вершинах (без петель, кратных ребер и ориентации) наугад берется один график. Найдите вероятность того, что этот график является простым циклом. Найдите предел этой вероятности при $n \rightarrow \infty$.
7. Даны числа n, k, s, l . Дано множество $\mathcal{R}_n = \{1, 2, \dots, n\}$. Рассмотрим множество \mathcal{K} , состоящее из всех k -сочетаний в \mathcal{R}_n . Выберем случайное подмножество в множестве \mathcal{K} , содержащее s элементов. Это будет случайная совокупность k -элементных подмножеств множества \mathcal{R}_n , в которой ровно s таких подмножеств. Обозначим ее $\mathcal{M} = \{M_1, \dots, M_s\}$. Найдите вероятность того, что
$$\{1, 2, \dots, l\} \cap M_i \neq \emptyset \quad \forall i = 1, \dots, s.$$
8. Из множества целых чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ по схеме выбора с возвращением выбираются числа ξ и η . Найдите вероятность того, что $\xi^3 + \eta^3 \equiv 0 \pmod{3}$.